

П. Г. Кужир
В. А. Самойлюкович
Б. И. Тесевич

95

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО
И МАГНЕТИЗМ**

Контрольные задания
и учебные материалы

физика

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

П.Г.Кужир
В.А.Самойлюкович
Б.И.Тесевич

Ф И З И К А

Учебно-методическое пособие для студентов-заочников
строительного и горно-механического профилей

В 3-х частях

Часть 2

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом Белорусского национального
технического университета*

М и н с к 2 0 0 3

УДК 530.1(075.8)

ББК 22.3я7

К 88

Рецензенты:

кандидат физ.-мат. наук, доцент Н.Р.Последович,
кандидат физ.-мат. наук, профессор И.А.Сатиков

Кужир П.Г.

К 88

Физика: Учебно-метод. пособие для студ.-заочников строит. и горно-мех. профилей. В 3 ч. Ч. 2. Электричество и магнетизм: Контрольные задания и учебные материалы / П.Г.Кужир, В.А.Самойлюкович, Б.И.Тесевич. – Мн.: БНТУ, 2003. – 112 с.

ISBN 985-479-039-8.

Учебно-методическое пособие содержит учебные материалы и контрольные задания по электричеству и магнетизму. Приведена рабочая программа по соответствующим разделам физики, сформулированы методические требования, предъявляемые к выполнению и оформлению контрольных работ.

Часть 1 данного учебного пособия «Механика, статистическая физика и термодинамика» вышла в свет в 2002 г.

УДК 530.1(075.8)

ББК 22.3я7

ISBN 985-479-039-8

© Кужир П.Г., Самойлюкович В.А.,
Тесевич Б.И., 2003

Предисловие

Данное учебно-методическое пособие ставит своей целью оказать помощь студентам-заочникам строительных и горно-механических специальностей в изучении физики. Знание законов физики предполагает умение применять их при решении конкретных задач. Как правило, решение задач вызывает наибольшие затруднения у студентов-заочников. В соответствии с этим мы представили учебный материал таким образом, чтобы помочь студентам в самостоятельном решении задач по электричеству и магнетизму.

В начале каждого раздела помещен краткий перечень формул и законов, необходимых при решении задач данного раздела.

Даны методические указания к решению задач, приведены примеры решения типовых задач. Представлен набор задач для самостоятельного решения, состоящий из десяти вариантов. Задачи подобраны таким образом, чтобы уяснить понимание физических законов и развить у студента-заочника умение рассуждать.

Предполагается, что, работая с данным учебным пособием, студент-заочник будет привлекать литературу по курсу общей физики, перечень которой указан в конце рабочей программы.

В учебно-методическом пособии учтены особенности учебных планов по физике для студентов различных специальностей. Для этого даны две таблицы вариантов контрольных работ. Таблица 1 предназначена для студентов, выполняющих одну контрольную работу по электростатике, постоянному току и электромагнетизму. Таблицы 2 и 3 предназначены для студентов, учебным планом которых предусмотрены две контрольные работы.

Рабочая программа курса физики для специальностей строительного и горно-механического профилей

Электричество и магнетизм

Предмет классической электродинамики. Электрический заряд и его дискретность. Закон сохранения электрического заряда. Идея близкодействия.

Электростатика

Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Электрический диполь. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме. Применение теоремы Гаусса к расчету электростатического поля. Работа перемещения заряда в электростатическом поле. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля. Потенциальный характер электростатического поля. Потенциал электростатического поля и его связь с напряженностью.

Идеальный проводник в электростатическом поле. Поверхностная плотность заряда. Граничные условия на границе “проводник-вакуум”. Электростатическое поле в полости идеального проводника. Электростатическая защита. Емкость уединенного проводника. Взаимная емкость двух проводников. Конденсаторы. Емкость конденсаторов различной геометрической конфигурации. Соединение конденсаторов. Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия системы заряженных проводников. Энергия заряженного конденсатора. Плотность энергии электростатического поля.

Электростатическое поле в веществе

Электрический диполь во внешнем электростатическом поле. Поляризация диэлектрика. Поляризованность. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость. Основные уравнения электростатики диэлектриков. Граничные условия на границе раздела “диэлектрик-диэлектрик” и “проводник-диэлектрик”. Плотность энергии электростатического поля в диэлектрике. Электрострикция и пьезоэлектрический эффект. Сегнетоэлектрики.

Постоянный электрический ток

Условия существования электрического тока. Проводники и изоляторы. Законы Ома и Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной форме. Сторонние силы. Электродвижущая сила (ЭДС). Источники ЭДС. Закон Ома для замкнутой цепи и для участка цепи, содержащего источник ЭДС. Законы Кирхгофа. Работа и мощность электрического тока. КПД электрической цепи. Нелинейные явления при постоянном токе.

Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Электропроводность слабоионизированных газов. Понятие о плазме. Дебаевская длина. Электропроводность плазмы. Области применения плазмы.

Магнитное поле постоянных токов

Сила Лоренца. Магнитное поле движущегося заряда. Вектор магнитной индукции. Принцип суперпозиции. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля. Магнитное поле прямолинейного проводника с током. Магнитное поле кругового тока. Вихревой характер магнитного поля. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции для магнитного поля в вакууме и ее применение к расчету магнитного поля тороида и длинного соленоида.

Движение заряженных частиц в магнитном поле. Принцип действия циклических ускорителей заряженных частиц. Электронный микроскоп. Эффект Холла. МГД-генератор. Действие магнитного поля на проводник с током. Сила Ампера. Взаимодействие параллельных токов. Определение 1 ампера в СИ. Виток с током в магнитном поле. Момент сил, действующих на виток с током в магнитном поле. Магнитный момент. Энергия витка с током во внешнем магнитном поле.

Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме. Работа перемещения проводника с током в магнитном поле.

Магнитное поле в веществе

Намагничивание вещества. Магнитные моменты атомов. Намагниченность. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость. Основные уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия на поверхности раздела двух магнетиков. Магнитные цепи. Технические приложения законов магнитостатики.

Виды магнетиков. Пара- и диамагнетики. Ферромагнетики. Домены. Спиновая природа ферромагнетизма и ее объяснение на основе квантовых представлений. Точка Кюри. Магнитный гистерезис. Ферриты. Магнитострикция ферромагнетиков. Магнитный метод охлаждения. Применение магнитных материалов.

Электромагнитная индукция

Явление электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Токи Фуко. Скин-эффект. Ускоритель заряженных частиц – бетатрон. Явление самоиндукции. Индуктивность. Токи при включении и отключении источника ЭДС в электрическую цепь. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля. Работа перемагничивания ферромагнетика.

Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны

Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца. Относительность разделения электромагнитного поля на электрическое и магнитное поля.

Волновое уравнение для электромагнитного поля. Плоская электромагнитная волна. Основные свойства электромагнитных волн. Энергия электромагнитной волны. Поток энергии. Плотность потока энергии. Вектор Умова-Пойнтинга. Излучение диполя.

Электромагнитные колебания

Колебательный контур. Дифференциальное уравнение колебательного контура. Свободные электрические колебания в колебательном контуре. Вынужденные электрические колебания. Электрический резонанс. Переменный ток. Закон Ома для цепи переменного тока. Импеданс.

Электроны в кристаллах

Элементы зонной теории кристаллов. Зонная структура энергетического спектра электронов. Уровень Ферми, поверхность Ферми. Число электронных состояний в зоне. Заполнение зон: металлы, полупроводники, диэлектрики.

Электропроводность металлов. Носители заряда в металлах. Недостаточность классической электронной теории. Электронный ферми-газ в металле. Носители тока как квазичастицы. Электронные теплоемкость и теплопроводность. Явление сверхпроводимости. Понятие о высокотемпературной сверхпроводимости. Туннельный контакт. Эффект Джозефсона и его применение. Квантование магнитного потока.

Электропроводность полупроводников. Собственные и примесные полупроводники. Понятие о p - n -переходе. Полупроводнико-

вый диод и транзистор и их вольтамперные характеристики. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. Контактные явления двух металлов. ТермоЭДС. Термопара.

Жидкие кристаллы. Типы жидких кристаллов: нематики, холестерики, смектики. Примеры жидких кристаллов. Фазовые диаграммы. Упругие свойства нематиков. Поведение в электрическом и магнитном полях. Дисплеи на жидких кристаллах. Применение жидких кристаллов в технике. Полимеры.

Методические указания по выполнению контрольных работ

По курсу физики студент-заочник должен выполнить контрольные работы, количество которых определено учебным планом специальности. При выполнении контрольных работ необходимо соблюдать следующие правила:

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, следует определить по таблице вариантов.
2. На титульном листе необходимо указать номер контрольной работы, наименование дисциплины, фамилию и инициалы студента, шифр и домашний адрес.
3. Контрольную работу следует выполнять аккуратно, оставляя поля для замечаний рецензента.
4. Задачу своего варианта переписывать полностью, а заданные физические величины выписывать отдельно; при этом все численные величины должны быть представлены в одной системе единиц (СИ).
5. Для пояснения решения задачи, где это нужно, сделать чертеж.
6. Решение задач и выбор используемых при этом формул следует сопровождать пояснениями.
7. В пояснениях к задаче необходимо указывать основные законы и формулы, на использовании которых базируется решение данной задачи.
8. При получении расчетной формулы, которая нужна для решения конкретной задачи, приводить ее вывод.
9. Решение задачи рекомендуется сначала сделать в общем виде (в буквенных обозначениях), давая при этом необходимые пояснения.
10. Вычисления следует проводить путем подстановки заданных числовых значений в расчетную формулу.

11. Проверить единицы полученных величин по расчетной формуле, тем самым подтвердив ее правильность.

12. В контрольной работе следует указывать учебники и учебные пособия, которые использовались при решении задач.

13. Результаты расчета следует округлять.

Правила округления следующие:

– при сложении и вычитании все слагаемые округляют так, чтобы они не имели значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых;

– при умножении и делении исходные данные и результат округляют до такого числа значащих цифр, сколько их содержится в наименее точном числе;

– при возведении в степень в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их содержится в числе, возводимом в степень;

– при извлечении корня в окончательном результате количество значащих цифр должно быть таким, как в подкоренном выражении;

– в промежуточных вычислениях следует сохранять на одну цифру больше, чем рекомендуют правила, приведенные выше.

Значащими цифрами называют все цифры, кроме нуля, и ноль, если он стоит в середине числа или является представителем сохраненного десятичного разряда.

Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных правил, а также работы, не относящиеся к требуемому варианту, засчитываться не будут.

При отсылке работы на повторное рецензирование обязательно представлять работу с первой рецензией.

Таблица 1. Варианты контрольной работы для специальностей, учебными планами которых предусмотрена по физике одна работа в семестре

<i>Варианты</i>	<i>Номера задач</i>								
1	301	311	321	371	381	401	421	441	461
2	302	312	322	372	382	402	422	442	462
3	303	313	323	373	383	403	423	443	463
4	304	314	324	374	384	404	424	444	464
5	305	315	325	375	385	405	425	445	465
6	306	316	326	376	386	406	426	446	466
7	307	317	327	377	387	407	427	447	467
8	308	318	328	378	388	408	428	448	468
9	309	319	329	379	389	409	429	449	469
0	310	320	330	380	390	410	430	450	470

Таблица 2. Варианты контрольной работы № 1 для специальностей, учебными планами которых предусмотрены по физике две работы в семестре

<i>Варианты</i>	<i>Номера задач</i>								
1	301	311	321	331	341	351	361	371	381
2	302	312	322	332	342	352	362	372	382
3	303	313	323	333	343	353	363	373	383
4	304	314	324	334	344	354	364	374	384
5	305	315	325	335	345	355	365	375	385
6	306	316	326	336	346	356	366	376	386
7	307	317	327	337	347	357	367	377	387
8	308	318	328	338	348	358	368	378	388
9	309	319	329	339	349	359	369	379	389
0	310	320	330	340	350	360	370	380	390

Таблица 3. Варианты контрольной работы № 2 для специальностей, учебными планами которых предусмотрены по физике две работы в семестре

<i>Варианты</i>	<i>Номера задач</i>								
1	401	411	421	431	441	451	461	471	481
2	402	412	422	432	442	452	462	472	482
3	403	413	423	433	443	453	463	473	483
4	404	414	424	434	444	454	464	474	484
5	405	415	425	435	445	455	465	475	485
6	406	416	426	436	446	456	466	476	486
7	407	417	427	437	447	457	467	477	487
8	408	418	428	438	448	458	468	478	488
9	409	419	429	439	449	459	469	479	489
0	410	420	430	440	450	460	470	480	490

Электростатика.

Основные определения и формулы

В электростатике изучаются взаимодействие и свойства систем электрических зарядов, которые неподвижны относительно выбранной инерциальной системы отсчета.

Существует два вида электрических зарядов: положительные и отрицательные. Заряженные тела взаимодействуют: разноименно заряженные тела притягиваются, а одноименно заряженные тела отталкиваются.

Заряд электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл; масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг; масса протона $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг.

Закон Кулона: сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов, находящихся в вакууме, равна

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2},$$

где q_1 и q_2 — величины зарядов; r — расстояние между ними; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная. Сила \vec{F} направлена вдоль прямой, соединяющей заряды.

Если заряд q взаимодействует с зарядами q_1, q_2, \dots, q_N , то результирующая сила определяется формулой

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

где \vec{F}_i — сила, с которой взаимодействуют заряды q и q_i в отсутствие остальных $N-1$ зарядов.

Взаимодействие неподвижных зарядов осуществляется посредством электрического поля. Движущиеся заряды взаимодействуют друг с другом посредством не только электрического, но и магнитного полей.

Количественной характеристикой силового воздействия электрического поля на заряженные частицы, является напряженность

электрического поля \vec{E} . Напряженность электрического поля в данной точке численно равна силе \vec{F} , действующей на единичный точечный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля, т.е.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Электрическое поле называется однородным, если в любой его точке вектор напряженности \vec{E} имеет постоянную величину и направление.

Модуль напряженности электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом q , в точке, удаленной от него на расстояние r , равен:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Напряженность поля в вакууме, создаваемого зарядом q , равномерно распределенным по сферической поверхности радиуса R , равна:

$$\text{а) } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, \text{ если } r \geq R;$$

$$\text{б) } E = 0, \text{ если } r < R.$$

Напряженность поля в вакууме бесконечно длинной равномерно заряженной нити (цилиндра) радиуса R равна:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \text{ если } r \geq R,$$

где r – расстояние от центра нити (цилиндра) до точки, где исследуется электрическое поле; τ – линейная плотность заряда, численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины нити (цилиндра), т.е.

$$\tau = \frac{dq}{dl}.$$

Для равномерно заряженной нити $\tau = \frac{q}{l}$.

Напряженность однородного электростатического поля в вакууме бесконечной равномерно заряженной плоскости равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади заряженной поверхности, т.е.

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

В случае равномерной плотности заряда $\sigma = \frac{q}{S}$.

Напряженность однородного поля двух бесконечных параллельных равномерно заряженных с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$ и $-\sigma$ плоскостей (поле плоского воздушного конденсатора) в точках, расположенных между плоскостями и вне их, соответственно равна:

$$\text{а) } E_{\text{внутр}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0};$$

$$\text{б) } E_{\text{внеш}} = 0.$$

Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность \vec{E} поля системы из N неподвижных зарядов равна

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i,$$

где \vec{E}_i – напряженность поля, созданного зарядом q_i .

Элементарный поток $d\Phi$ вектора напряженности \vec{E} через участок поверхности, имеющей площадь dS , определяется равенством

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS \cos \left(\vec{E}, \vec{n} \right) = E_n dS,$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке dS , причем $d\vec{S} = dS \vec{n}$.

Поток Φ вектора \vec{E} через поверхность S равен:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме охватываемых этой поверхностью электрических зарядов q_1, q_2, \dots, q_N , деленной на ϵ_0 :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n \, dS = \sum_{i=1}^N q_i / \epsilon_0.$$

Работа, которая совершается при перемещении электрического заряда q в электростатическом поле, не зависит от формы траектории, по которой происходит перемещение, а зависит только от начального и конечного положения заряда. Значит, электростатические силы являются консервативными. Работа, совершаемая силами электростатического поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2, равна

$$A = -\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где ΔW_p – изменение потенциальной энергии заряда q при его перемещении из точки 1 в точку 2; φ_1 и φ_2 – потенциалы поля в точках поля 1 и 2.

Потенциал электростатического поля численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, т.е.

$$\varphi = W_p/q.$$

Циркуляцией вектора напряженности вдоль замкнутого контура L называется интеграл

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \oint_L E \, d\ell \cos(\vec{E}, d\vec{\ell}).$$

Этот интеграл численно равен работе, которую совершают электростатические силы при перемещении единичного положительно-го электрического заряда по замкнутому пути. Так как электриче-

ские силы консервативны, то работа по замкнутому пути будет равна нулю. Тогда

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0,$$

а силовое поле, которое удовлетворяет этому условию, называют потенциальным.

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия системы n точечных зарядов равна:

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i^*,$$

где $\varphi_i^* = \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq i)}}^n \varphi_{ik}$ – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме

q_i , в точке нахождения i -го заряда, т.е. $\varphi_{ik} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_k}{r_{ik}}$ – потенциал, создаваемый зарядом q_k в точке нахождения заряда q_i (r_{ik} – расстояние между i -м и k -м зарядами).

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r , равна

$$W_p = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r},$$

при условии, что W_p на бесконечности равна нулю.

Потенциал поля точечного заряда q на расстоянии r от него равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Потенциал поля сферической поверхности радиуса R , по которой равномерно распределен заряд q , равен:

а) для точек, лежащих вне сферы на расстоянии r от ее центра:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}, \quad r > R;$$

б) для точек, лежащих на поверхности сферы или внутри нее:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}, \quad r \leq R.$$

Потенциал равномерно заряженной нити (цилиндра) радиуса R на расстоянии $r \geq R$ от центра нити равен

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r},$$

а при $r < R$ он равен нулю.

Связь потенциала с напряженностью поля

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\left(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right).$$

Для однородного поля

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d = -\Delta\varphi/d,$$

где d – расстояние между эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2 .

Для электростатического поля, обладающего центральной или осевой симметрией, справедливо соотношение

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \quad \text{или} \quad \varphi = -\int E dr.$$

При внесении проводника в электрическое поле в любой точке внутри проводника напряженность установившегося электрического поля равна нулю. На поверхности проводника вектор \vec{E} направлен по нормали к поверхности. Вблизи поверхности проводника

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |q| \vec{\ell},$$

$\vec{\ell}$ – плечо диполя (вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному).

При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле происходит поляризация диэлектрика, состоящая в том, что в любом элементарном объеме ΔV возникает суммарный дипольный момент молекул, отличный от нуля.

Количественной мерой поляризации диэлектрика является вектор поляризации (поляризованность) \vec{P} :

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i,$$

где \vec{p}_i – электрический дипольный момент i -той молекулы; N – общее число молекул в объеме ΔV .

Для изотропного диэлектрика вектор \vec{P} пропорционален напряженности \vec{E} поля внутри него:

$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E},$$

где κ – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

Поверхностная плотность $\sigma_{св}$ связанных зарядов равна проекции вектора \vec{P} на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика:

$$\sigma_{св} = P_n.$$

Диэлектрическая проницаемость ϵ диэлектрика показывает, во сколько раз электрическое поле в диэлектрике меньше, чем внешнее электрическое поле.

Для изотропного диэлектрика векторы электрического смещения \vec{D} и напряженности \vec{E} поля связаны формулой

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E},$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, равная

$$\epsilon = 1 + \kappa.$$

Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в диэлектрике: поток вектора \vec{D} через замкнутую поверхность S равен

алгебраической сумме заключенных внутри нее свободных зарядов, т.е.

$$\oint_S \vec{D} \, d\vec{S} = \oint_S D_n \, dS = \sum_i q_i.$$

Отношение заряда q уединенного проводника к его потенциалу φ называют емкостью данного проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость уединенного шара радиуса R равна:

$$C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 R.$$

Взаимная емкость двух близкорасположенных друг от друга проводников, заряженных равными по абсолютной величине, но противоположными по знаку зарядами q , равна

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов между двумя заряженными проводниками.

Емкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь пластины; d – расстояние между пластинами.

Емкость C батареи из n конденсаторов, соединенных параллельно, равна

$$C = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Емкость C батареи из n конденсаторов, соединенных последовательно, определяется из соотношения

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Энергия уединенного заряженного проводника равна

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} q \varphi.$$

Объемная плотность энергии электрического поля w (энергия единицы объема пространства, в котором сосредоточено электрическое поле) равна:

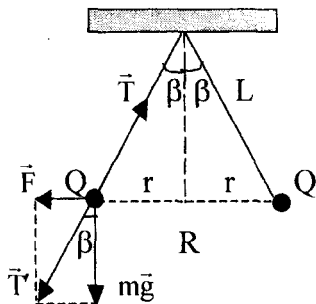
$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} = \frac{E D}{2} = \frac{D^2}{2 \epsilon \epsilon_0}.$$

Сила взаимодействия пластин плоского конденсатора

$$F = \frac{q^2}{2 \epsilon \epsilon_0 S} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S E^2}{2}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $Q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $L = 0,2$ м.



Решение: Поскольку шарики одинаковые, то после их расхождения на каждом шарике останется заряд

$$Q = Q_0/2. \quad (1)$$

При этом $\alpha = 2\beta$ (см. рисунок), т.е.

$$\beta = \alpha/2. \quad (2)$$

Обозначим r – смещение каждого шарика от положения равновесия. Тогда расстояние между шариками после их расхождения будет равно

$$R = 2r. \quad (3)$$

Из рисунка также следует, что $r/L = \sin \beta$, откуда

$$r = L \sin \beta. \quad (4)$$

Условие равновесия шариков после их расхождения согласно второму закону Ньютона принимает вид

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F} \equiv \vec{T}' + \vec{T}' = 0, \quad (5)$$

где \vec{T} – сила натяжения нити; $m\vec{g}$ – сила тяжести шарика; \vec{F} – сила кулоновского отталкивания одноименно заряженных шариков, причем сила $\vec{T}' = m\vec{g} + \vec{F} = -\vec{T}$ на основании равенства (5).

Согласно закону Кулона и с учетом равенств (3), (1) и (4) получаем:

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_0^2}{64\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_0^2}{64\pi\epsilon_0 L^2 \sin^2 \beta}, \quad (6)$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

На основании рисунка $mg/F = \text{ctg} \beta$, откуда с учетом (6) и (2) следует, что

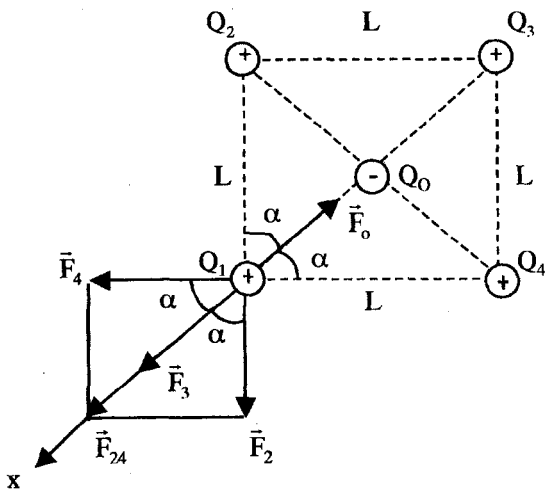
$$m = \frac{F \text{ctg} \beta}{g} = \frac{Q_0^2 \text{ctg} \beta}{64\pi\epsilon_0 g L^2 \sin^2 \beta} = \frac{Q_0^2 \text{ctg} \frac{\alpha}{2}}{64\pi\epsilon_0 g L^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Учитывая, что $\text{ctg} \frac{\alpha}{2} = \text{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$, $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 30^\circ = 0,5$ и $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, получаем искомый результат:

$$m = \frac{16 \cdot 10^{-14} \cdot \sqrt{3}}{64 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9,81 \cdot 0,04 \cdot 0,25} \text{ кг} = 1,56 \text{ г}.$$

Ответ: $m = 1,56 \text{ г}$.

Пример 2. В вершинах квадрата закреплены одинаковые точечные заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q = 2,33 \cdot 10^{-9}$ Кл. В центре квадрата помещен отрицательный заряд Q_0 . Найти этот заряд Q_0 , если результирующая сила, действующая на каждый из зарядов, равна нулю.



Решение: Пусть L – сторона квадрата. Поскольку заряд Q_0 равноудален от зарядов Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4 , то равнодействующая сил, приложенных к нему со стороны этих четырех зарядов, равна нулю при любом значении Q_0 .

Так как заряды Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4 расположены симметрично относительно заряда Q_0 , то для решения задачи следует рассмотреть условие равновесия любого из зарядов Q_1, Q_2, Q_3 или Q_4 .

Для определенности рассмотрим условие, при котором сумма всех сил, действующих на заряд Q_1 , равна нулю. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 + \vec{F}_3 + \vec{F}_0 = \vec{F}_{24} + \vec{F}_3 + \vec{F}_0 = 0, \quad (1)$$

где \vec{F}_2, \vec{F}_3 и \vec{F}_4 – кулоновские силы отталкивания, приложенные к первому заряду соответственно со стороны второго, третьего и четвертого зарядов, причем сила $\vec{F}_{24} = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$; \vec{F}_0 – сила кулоновского притяжения заряда Q_1 к заряду Q_0 ; угол $\alpha = 45^\circ$ (см. рисунок).

Проецируя уравнение (1) на ось x , получаем:

$$F_{24} + F_3 - F_0 = 0. \quad (2)$$

Согласно закону Кулона

$$F_3 = \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}^2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 (L\sqrt{2})^2} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2};$$

$$F_0 = \frac{|Q_0|}{4\pi\epsilon_0 r_{01}^2} = \frac{-Q_0}{4\pi\epsilon_0 (L/\sqrt{2})^2} = -\frac{Q_0}{2\pi\epsilon_0 L^2};$$

$$F_{24} = \frac{F_2}{\cos\alpha} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \sqrt{2}/2} = \frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 L^2},$$

где $\cos\alpha = \sqrt{2}/2$; r_{ij} – расстояния между зарядами с номерами i и j , причем согласно рисунку $r_{13} = \sqrt{2}L$, $r_{01} = L/\sqrt{2}$ и $r_{12} = L$. Подставив вычисленные значения F_0, F_3 и F_{24} в формулу (2), приходим к равенству

$$\frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2} + \frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 L^2} + \frac{Q_0}{2\pi\epsilon_0 L^2} = 0,$$

из которого получаем искомую величину, т.е.

$$Q_0 = -\frac{Q}{4}(1 + 2\sqrt{2}).$$

Подставляя в это выражение исходное значение Q , получаем:

$$Q_0 = -\frac{2,33 \cdot 10^{-9}}{4} (1 + 2 \cdot 1,414) \text{ Кл} = -2,23 \text{ нКл}.$$

Ответ: $Q_0 = -2,23 \text{ нКл}$.

Пример 3. Найти модуль силы \vec{F} , действующей в среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 6,0$ на точечный заряд $Q = 6,72 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$, если этот заряд помещен: 1) в поле такого же точечного заряда на расстоянии $d = 0,02 \text{ м}$ от него; 2) в поле равномерно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2$; 3) на расстоянии d от равномерно заряженной тонкой нити с линейной плотностью заряда $\tau = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}$; 4) на расстоянии d от поверхности заряженного проводящего шара радиусом $R = d$ и поверхностной плотностью заряда σ .

Решение: Сила \vec{F} , действующая на точечный заряд Q в электрическом поле, напряженность которого в заданной точке поля равна \vec{E} , согласно определению равна

$$\vec{F} = Q\vec{E},$$

поэтому в данной задаче модуль этой силы равен

$$F = QE. \quad (1)$$

1) Модуль напряженности E_1 электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии d от него в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , равен

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 d^2}.$$

Тогда согласно (1) модуль силы, действующей на такой же заряд в указанной точке поля, равен

$$F_1 = QE_1 = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 d^2}.$$

2) Модуль напряженности E_2 однородного электрического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ равен:

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Тогда согласно (1) модуль силы F_2 , действующей на заряд Q в любой точке этого поля равен:

$$F_2 = QE_2 = \frac{Q\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

3) Модуль напряженности E_3 электрического поля бесконечной равномерно заряженной тонкой нити с линейной плотностью заряда τ на расстоянии d от нити в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ равен:

$$E_3 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}.$$

В соответствии с равенством (1) модуль силы F_3 , действующей на заряд Q , помещенный в указанную точку поля нити равен:

$$F_3 = QE_3 = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}.$$

4) Модуль напряженности E_4 электрического поля заряженного шара на расстоянии r от его центра ($r \geq R$, где R – радиус шара), на котором находится заряд Q_0 , в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ равен:

$$E_4 = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (2)$$

По условию задачи $r = R + d = 2R$. Согласно определению $\sigma = Q_0/S$, где $S = 4\pi R^2$ – площадь поверхности шара. Отсюда следует, что

$$Q_0 = \sigma S = 4\pi R^2 \sigma. \quad (3)$$

На основании формул (1), (2) и (3) получаем значение модуля силы, действующей на заряд Q в указанной точке поля шара, т.е.

$$F_4 = QE_4 = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma Q}{4\pi\epsilon_0 (R+d)^2} = \frac{R^2 \sigma Q}{\epsilon_0 (R+d)^2} = \frac{\sigma Q}{4\epsilon_0}.$$

Учитывая исходные данные и значение электрической постоянной $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, в результате вычислений получаем следующие значения:

$$F_1 = \frac{(0,672 \cdot 10^{-9})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \text{ Н} = 1,69 \text{ мкН};$$

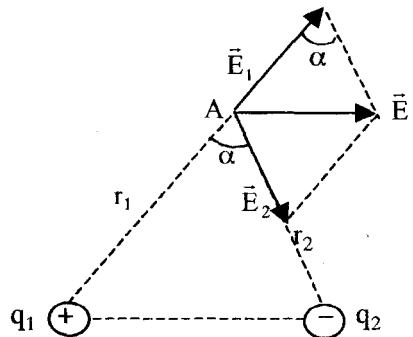
$$F_2 = \frac{0,672 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ Н} = 127 \text{ мкН};$$

$$F_3 = \frac{0,672 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02} \text{ Н} = 20,2 \text{ мкН};$$

$$F_4 = \frac{0,672 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ Н} = 63,3 \text{ мкН}.$$

Ответ: 1) $F_1 = 1,69 \text{ мкН}$; 2) $F_2 = 127 \text{ мкН}$; 3) $F_3 = 20,2 \text{ мкН}$; 4) $F_4 = 63,3 \text{ мкН}$.

Пример 4. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 3,0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -1,0 \cdot 10^{-8}$ Кл. Расстояние между зарядами $r = 0,20$ м. Определить модуль E_A напряженности результирующего электрического поля в точке А, удаленной на расстояние



$r_1 = 0,15$ м от первого заряда и на расстояние $r_2 = 0,10$ м от второго заряда.

Решение: Согласно принципу суперпозиции электрических полей напряженность \vec{E}_A электрического поля зарядов q_1 и q_2 в точке А будет равна векторной сумме напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 электрических полей, создаваемых каждым из этих зарядов в точке А, т.е.

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (1)$$

Модули векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 для точечных зарядов q_1 и q_2 соответственно равны:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}; \quad E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = \frac{-q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Из треугольника напряженностей на основании теоремы косинусов получаем (см. рисунок):

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos\alpha. \quad (3)$$

Из треугольника расстояний между зарядами и точкой А на основании той же теоремы справедливо равенство

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos\alpha,$$

из которого следует следующее соотношение:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2r_1r_2}.$$

С учетом последнего равенства выражение (3) принимает вид

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - \frac{2E_1E_2(r_1^2 + r_2^2 - r^2)}{2r_1r_2} = E_1^2 + E_2^2 + \frac{E_1E_2(r^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1r_2},$$

из которого с учетом (2) получаем искомый результат в виде

$$\begin{aligned}
 E_A &= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + \frac{E_1 E_2 (r^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1 r_2}} = \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{q_1 q_2 (r^2 - r_1^2 - r_2^2)}{r_1^3 r_2^3}} = \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{q_1 q_2 (r_1^2 + r_2^2 - r^2)}{r_1^3 r_2^3}}.
 \end{aligned}$$

Подставив исходные данные, после вычислений получаем

$$\begin{aligned}
 E_A &= \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \times \\
 &\times \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{-16}}{0,15^4} + \frac{10^{-16}}{0,1^4} + \frac{3 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8} (0,04 - 0,0225 - 0,01)}{(0,15 \cdot 0,1)^3}} \frac{\text{В}}{\text{м}} = \\
 &= 16,7 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}.
 \end{aligned}$$

Ответ: $E_A = 16,7 \text{ кВ/м}$.

Пример 5. Найти потенциал φ_A в точке А электрического поля, находящейся на расстоянии $d = 0,09 \text{ м}$ от поверхности заряженной проводящей сферы радиусом $R = 0,01 \text{ м}$, если поверхностная плотность заряда на сфере $\sigma = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$.

Решение: Потенциал сферы, на которой помещен заряд Q , в точке А, расположенной на расстоянии r от центра сферы радиусом R , где $r \geq R$, равен

$$\varphi_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1)$$

Здесь $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная. В нашей задаче $r = R + d$. Поскольку $\sigma = Q/S$, где $S = 4\pi R^2$ – площадь поверхности сферы, то отсюда следует, что $Q = \sigma S = 4\pi R^2 \sigma$. Подставив

полученные соотношения в формулу (1), получаем искомый результат в виде

$$\varphi_A = \frac{4 \pi R^2 \sigma}{4 \pi \epsilon_0 (R + d)} = \frac{R^2 \sigma}{\epsilon_0 (R + d)}.$$

Выполнив необходимые вычисления, получаем численное значение потенциала:

$$\varphi_A = \frac{10^{-4} \cdot 10^{-7}}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} \text{ В} = 11,3 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi_A = 11,3 \text{ В}$.

Пример 6. Электрон движется по направлению силовой линии электрического поля. В некоторой точке этого поля с потенциалом $\varphi_1 = 100 \text{ В}$ электрон имел скорость $v_1 = 6,0 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

Решение: По условию задачи в конечной точке движения скорость электрона будет равна

$$v_2 = v_1 / 2. \quad (1)$$

При перемещении электрона в электрическом поле силы последне-го совершают работу

$$A = e(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2)$$

где $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд электрона. Эта работа равна приращению кинетической энергии электрона ΔW , т.е.

$$A = \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} m_e (v_2^2 - v_1^2), \quad (3)$$

где $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ – масса электрона. Подставив (2) в (3), с учетом (1) получаем соотношение

$$A = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{1}{4} v_1^2 - v_i^2 \right) = -\frac{3}{8} m_e v_1^2 = e (\varphi_1 - \varphi_2),$$

из которого находим искомый потенциал φ_2 в следующем виде:

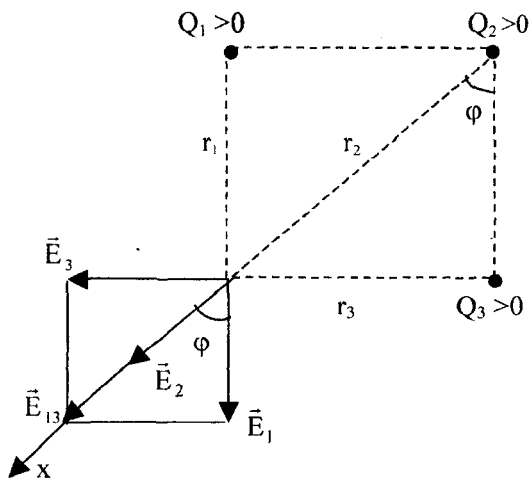
$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{3 m_e v_1^2}{8 e}.$$

Подставив исходные данные, получаем:

$$\varphi_2 = 100 + \frac{3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 36 \cdot 10^{12}}{8 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})} \text{ В} = 23,2 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi_2 = 23,2 \text{ В}$.

Пример 7. В трех вершинах квадрата со стороной $L = 0,10 \text{ м}$ закреплены одинаковые точечные заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$. Найти модуль напряженности E и потенциал φ результирующего электрического поля в четвертой вершине квадрата. Вычислить также потенциальную энергию W_p электростатического взаимодействия этой системы зарядов.



Решение: В соответствии с условием задачи (см. рисунок)

$$r_1 = r_3 = L; \quad \varphi = 45^\circ; \quad r_2 = L / \cos \varphi = L \sqrt{2}. \quad (1)$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \equiv \vec{E}_{13} + \vec{E}_2, \quad (2)$$

где \vec{E}_i – напряженность поля, создаваемого зарядом с номером i ($i=1, 2, 3$) в четвертой вершине квадрата, причем $\vec{E}_{13} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$. Модули этих векторов с учетом (1) равны:

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = E_3 = \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_3^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L^2};$$

$$E_{13} = \frac{E_1}{\cos\varphi} = \sqrt{2} E_1 = \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0 L^2};$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Согласно рисунку и полученным соотношениям,

$$E = E_2 + E_{13} = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L^2} (1 + 2\sqrt{2}).$$

Подставив исходные данные, получаем:

$$E = \frac{10^{-9}}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} (1 + 2 \cdot 1,414) \frac{В}{м} = 1,72 \text{ кВ/м}.$$

Потенциал φ в четвертой вершине квадрата равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых в этой точке каждым из трех зарядов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3,$$

где с учетом (1)

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \varphi_3 = \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L},$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L\sqrt{2}} = \frac{Q\sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 L}.$$

В итоге искомый потенциал принимает вид

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 L} (4 + \sqrt{2}).$$

Подстановка исходных данных приводит к следующему численному результату:

$$\varphi = \frac{10^{-9}}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} (4 + 1,414) \text{ В} = 244 \text{ В}.$$

Потенциальную энергию W_p электростатического взаимодействия заданной системы трех зарядов можно записать в виде

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 Q_i \varphi_i^* = \frac{1}{2} (Q_1 \varphi_1^* + Q_2 \varphi_2^* + Q_3 \varphi_3^*) = \frac{1}{2} Q (\varphi_1^* + \varphi_2^* + \varphi_3^*),$$

где φ_i^* — потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме заряда с номером i , в точке нахождения заряда с номером i . Обозначим R_{ij} — расстояние между зарядами с номерами i и j , причем $R_{ij} = R_{ji}$. Очевидно, что $R_{12} = R_{23} = L$ и $R_{13} = L\sqrt{2}$ (см. рисунок). Тогда

$$\varphi_i^* = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^3 \varphi_{ij};$$

$$\varphi_1^* = \varphi_{12} + \varphi_{13} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right);$$

$$\varphi_2^* = \varphi_{21} + \varphi_{23} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L};$$

$$\varphi_3^* = \varphi_{31} + \varphi_{32} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{23}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \varphi_1^*.$$

В итоге приходим к следующему окончательному соотношению для энергии взаимодействия:

$$W_p = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 L} (4 + \sqrt{2}).$$

Подставляя исходные данные задачи, получаем искомый результат:

$$W_p = \frac{10^{-18}}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,1} (4 + 1,414) \text{ Дж} = 0,244 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $E = 1,72 \text{ кВ/м}$; $\varphi = 244 \text{ В}$; $W_p = 0,244 \text{ мкДж}$.

Пример 8. Электрическое поле создано положительно заряженной бесконечно длинной тонкой нитью. Двигаясь под действием сил этого поля от точки, находящейся на расстоянии $d_1 = 0,01 \text{ м}$ от нити, в точку, удаленную от нити на $d_2 = 0,04 \text{ м}$, α -частица (ядро ${}^4_2\text{He}$) изменила свою скорость от $v_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ до $v_2 = 3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$. Найти линейную плотность τ заряда нити.

Решение. Как известно, α -частица состоит из двух протонов и двух нейтронов, поэтому ее заряд $q_\alpha = 2e$ ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – элементарный заряд), а масса $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Потенциал электрического поля нити радиусом R на расстоянии r от оси нити (при $r \geq R$) равен:

$$\varphi(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{r}.$$

Изменение $\Delta W_{\text{кин}}$ кинетической энергии α -частицы равно работе сил электрического поля нити по перемещению α -частицы из одной точки этого поля в другую, т.е.

$$\Delta W_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m_\alpha (v_2^2 - v_1^2) = A = q_\alpha (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1)$$

где $\varphi_1 = \varphi(R + d_1)$ и $\varphi_2 = \varphi(R + d_2)$ – потенциалы поля нити в начальной и конечной точках перемещения α -частицы. Поскольку нить считается тонкой, то $R \ll d_1$ и $R \ll d_2$, поэтому $\varphi_1 = \varphi(d_1)$ и $\varphi_2 = \varphi(d_2)$. В результате из равенства (1) следует соотношение

$$\frac{1}{2} m_\alpha (v_2^2 - v_1^2) = \frac{q_\alpha \tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d_2}{d_1},$$

из которого находим искомую величину

$$\tau = \frac{\pi \epsilon_0 m_\alpha (v_2^2 - v_1^2)}{q_\alpha \ln(d_2/d_1)}$$

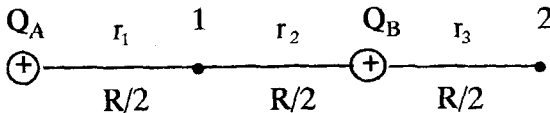
Численный расчет приводит к следующему результату:

$$\tau = \frac{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,64 \cdot 10^{-27} (9 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{10}) \text{ Кл}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \ln 4} = 3,72 \text{ мкКл/м.}$$

Ответ: $\tau = 3,72 \text{ мкКл/м.}$

Пример 9. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами $Q_A = Q_B = Q$. Расстояние между двумя этими жестко закрепленными зарядами равно R . Найти работу A сил поля по перемещению заряда $q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ из точки 1, удаленной от зарядов Q_A и Q_B на расстояние $R/2$ и имеющей потенциал $\varphi_1 = 300 \text{ В}$, в точку 2, удаленную от заряда Q_A на расстояние $3R/2$, а от заряда Q_B – на расстояние $R/2$.

Решение. Положение начальной (1) и конечной (2) точек перемещения заряда q указано на рисунке.



Работа A по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 результирующего электрического поля, созданного точечными зарядами Q_A и Q_B , равна

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы этого поля соответственно в точках 1 и 2. Так как $r_1 = r_2 = r_3 = R/2$ (см. рисунок), то эти потенциалы равны:

$$\varphi_1 = \varphi_A + \varphi_B = \frac{Q_A}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_0 r_2} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 R/2} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 R};$$

$$\varphi_2 = \varphi'_A + \varphi'_B = \frac{Q_A}{4\pi\epsilon_0(r_1 + r_2 + r_3)} + \frac{Q_B}{4\pi\epsilon_0 r_3} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 3R/2} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R/2} = \frac{2Q}{3\pi\epsilon_0 R} = \frac{2}{3}\varphi_1.$$

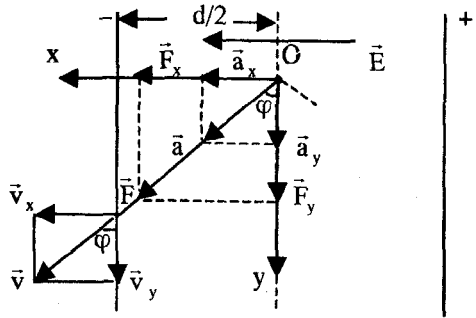
В итоге $A = q\left(\varphi_1 - \frac{2}{3}\varphi_1\right) = \frac{1}{3}q\varphi_1.$

После численных расчетов получаем

$$A = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8} \cdot 300 \text{ Дж} = 1 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $A = 1 \text{ мкДж}.$

Пример 10. Между двумя бесконечными параллельными вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них в вакууме начинает двигаться пылинка массой $m = 2,0 \cdot 10^{-12} \text{ кг}$ и зарядом $q = 6,5 \cdot 10^{-17} \text{ Кл}$. Одновременно с началом движения пылинки на пластины подается разность потенциалов $U = 3,0 \cdot 10^3 \text{ В}$. Расстояние между пластинами $d = 0,02 \text{ м}$. Найти: 1) ускорение \vec{a} , с которым будет двигаться пылинка после включения напряжения; 2) время t_1 с момента начала движения пылинки, за которое она достигнет одной из пластин; 3) расстояние L по вертикали, которое пылинка пролетит за время t_1 ; 4) скорость пылинки \vec{v} в момент времени t_1 после начала движения; 5) угол, который составляют вектора \vec{a} и \vec{v} с вертикалью.



Решение. После включения напряжения на пылинку будут действовать две постоянные силы (см. рисунок): сила тяжести $\vec{F}_y = m\vec{g}$,

направленная вертикально вниз в направлении оси y , и сила $\vec{F}_x = q\vec{E}$ со стороны однородного электрического поля напряженностью \vec{E} , создаваемого двумя бесконечными параллельными пластинами и направленного вдоль оси x в направлении вектора \vec{E} . Результирующей этих двух сил будет постоянная сила

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = q\vec{E} + m\vec{g},$$

которая согласно второму закону Ньютона сообщает пылинке постоянное ускорение \vec{a} , равное

$$\vec{a} = \vec{F}/m = \vec{a}_x + \vec{a}_y, \quad (1)$$

где

$$\vec{a}_x = \vec{F}_x/m, \quad \vec{a}_y = \vec{F}_y/m = \vec{g}. \quad (2)$$

Здесь $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – модуль ускорения свободного падения.

Для однородного электрического поля модуль его напряженности равен

$$E = U/d. \quad (3)$$

В соответствии с формулами (2)–(4) получаем:

$$a_x = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md}, \quad a_y = g. \quad (4)$$

Отсюда для модуля результирующего ускорения пылинки на основании (4) получаем следующее выражение:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{qU}{md}\right)^2 + g^2}. \quad (5)$$

Подставив численные значения исходных величин, получаем:

$$a = \sqrt{\left(\frac{6,5 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02}\right)^2 + 9,81^2} \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = 11 \text{ м/с}^2.$$

Движение пылинки как вдоль оси x , так и вдоль оси y будет равноускоренным без начальной скорости. Время t_1 движения пылинки определим, рассматривая ее горизонтальное перемещение, для которого

$$\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a_x t_1^2,$$

откуда получаем:

$$t_1^2 = \frac{d}{a_x} = \frac{d^2 m}{qU}; \quad t_1 = d \sqrt{\frac{m}{qU}}. \quad (6)$$

Подставив исходные данные, получаем:

$$t_1 = 0,02 \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12}}{6,5 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^3}} \text{ с} = 64,1 \text{ мс}.$$

Путь L , пройденный пылинкой за время t_1 по вертикали, с учетом (4) и (6) равен

$$L = \frac{1}{2}a_y t_1^2 = \frac{1}{2}g \frac{d^2 m}{qU} = \frac{d^2 mg}{2qU}.$$

В результате расчета получаем:

$$L = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-12} \cdot 9,81}{2 \cdot 6,5 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^3} \text{ м} = 2 \text{ см}.$$

Компоненты скорости пылинки в момент t_1 с учетом (4) и (6) будут равны:

$$\begin{aligned} v_x &= a_x t_1 = \frac{qU}{md} d \sqrt{\frac{m}{qU}} = \sqrt{\frac{qU}{m}}; \\ v_y &= a_y t_1 = gd \sqrt{\frac{m}{qU}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$, то

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = at_1.$$

В результате вычислений получаем:

$$v = 11 \cdot 64,1 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} = 0,702 \text{ м/с}.$$

Угол φ , который образуют векторы \vec{a} и \vec{v} с вертикалью, можно определить из условия (см. рисунок)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_x}{a_y} = \frac{v_x}{v_y},$$

откуда

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{a_x}{a_y} = \operatorname{arctg} \frac{qU}{mdg}.$$

Проведя необходимые вычисления, получаем:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{6,5 \cdot 10^{-17} \cdot 3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9,81} = \operatorname{arctg} 0,497 = 26,4^\circ.$$

Ответ: 1) $a = 11 \text{ м/с}^2$; 2) $t_1 = 64,1 \text{ мс}$; 3) $L = 2 \text{ см}$; 4) $v = 0,702 \text{ м/с}$; 5) $\varphi = 26,4^\circ$.

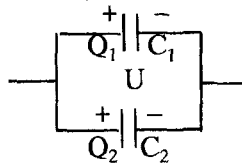
Пример 11. Первый конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300 \text{ В}$, а второй – до разности потенциалов $U_2 = 100 \text{ В}$. Затем оба конденсатора соединены параллельно одинаковыми обкладками. Разность потенциалов между обкладками конденсаторов стала равной $U = 250 \text{ В}$. Определить: 1) во сколько раз N емкость первого конденсатора больше емкости второго; 2) во сколько раз N_1 уменьшилась энергия первого конденсатора; 3) во сколько раз N_2 увеличилась энергия второго конденсатора.

Решение. Пусть q_1 и q_2 – электрические заряды на обкладках конденсаторов до их соединения, а Q_1 и Q_2 – заряды на соответствующих конденсаторах после их соединения (см. рисунок). Согласно закону сохранения электрического заряда в электрически замкнутой системе

$$q_2 + q_1 = Q_2 + Q_1. \quad (1)$$

По условию задачи $C_1 = NC_2$. Поскольку $q_2 = C_2 U_2$, $q_1 = C_1 U_1 =$

$$\begin{array}{cc} U_1 & U_2 \\ + \parallel - & + \parallel - \\ q_1 \parallel C_1 & q_2 \parallel C_2 \end{array}$$



$= NC_2U_1$ и $Q_2 = C_2U$, $Q_1 = C_1U = NC_2U$, то в соответствии с условием (1) получаем равенство

$$C_2U_2 + NC_2U_1 = C_2U + NC_2U,$$

из которого следует искомое выражение:

$$N = \frac{U - U_2}{U_1 - U}.$$

Подставив исходные данные, приходим к следующему численному результату:

$$N = \frac{250 - 100}{300 - 250} = 3.$$

Энергия первого конденсатора до соединения $W_1 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2$, а

после соединения $W_1' = \frac{1}{2} C_1 U^2$. Следовательно,

$$N_1 = \frac{W_1}{W_1'} = \left(\frac{U_1}{U} \right)^2.$$

Аналогичные рассуждения для второго конденсатора приводят к соотношениям:

$$W_2 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2, \quad W_2' = \frac{1}{2} C_2 U^2, \quad N_2 = \frac{W_2}{W_2'} = \left(\frac{U}{U_2} \right)^2.$$

Подстановка исходных данных приводит к следующим численным значениям искомых величин:

$$N_1 = \left(\frac{300}{250} \right)^2 = 1,44;$$

$$N_2 = \left(\frac{250}{100} \right)^2 = 6,25.$$

Ответ: 1) $N = 3$; 2) $N_1 = 1,44$; 3) $N_2 = 6,25$.

Пример 12. Шар радиусом $R_1 = 0,06$ м заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300$ В, а шар радиусом $R_2 = 0,04$ м – до потенциала $\varphi_2 = 500$ В. Определить потенциал φ , а также заряды Q_1 и Q_2 каждого из шаров после того, как их соединили металлическим проводником, электроемкостью которого можно пренебречь. Как изменились заряды на каждом из шаров и их потенциалы?

Решение. Электроемкости первого и второго шаров соответственно равны

$$C_1 = 4 \pi \epsilon_0 R_1, \quad C_2 = 4 \pi \epsilon_0 R_2. \quad (1)$$

Следовательно, на шарах до их соединения находились заряды

$$q_1 = C_1 \varphi_1 = 4 \pi \epsilon_0 R_1 \varphi_1, \quad q_2 = C_2 \varphi_2 = 4 \pi \epsilon_0 R_2 \varphi_2. \quad (2)$$

После соединения потенциал каждого из шаров станет равен φ , т.е.

$$\varphi = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}. \quad (3)$$

С учетом (1) равенство (3) принимает вид

$$\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}. \quad (4)$$

Согласно закону сохранения электрического заряда в электрически замкнутой системе

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2, \quad (5)$$

откуда с учетом (2) получаем уравнение

$$Q_1 + Q_2 = C_1 \varphi_1 + C_2 \varphi_2 = 4 \pi \epsilon_0 (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2). \quad (6)$$

Теперь нам необходимо решить систему уравнений (4) и (6) относительно двух неизвестных Q_1 и Q_2 . Выразим из уравнения (4) значение

$$Q_1 = R_1 Q_2 / R_2 \quad (7)$$

и подставим это выражение в уравнение (6). В результате получим равенство

$$R_1 Q_2 / R_2 + Q_2 = 4 \pi \epsilon_0 (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2),$$

из которого следует необходимый нам результат, т.е.

$$Q_2 = 4 \pi \epsilon_0 R_2 (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2) / (R_1 + R_2). \quad (8)$$

Подставляя полученное выражение в формулу (7), получаем заряд первого шара, т.е.

$$Q_1 = 4 \pi \epsilon_0 R_1 (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2) / (R_1 + R_2). \quad (9)$$

Используя равенство (3) и соотношения (1) и (8), приходим к следующему выражению для искомого потенциала:

$$\varphi = Q_2 / C_2 = (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2) / (R_1 + R_2). \quad (10)$$

С учетом исходных данных получаем согласно (8), (9) и (10) численные значения необходимых нам величин, т.е.

$$Q_1 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06 \cdot (0,06 \cdot 300 + 0,04 \cdot 500)}{0,06 + 0,04} \text{ Кл} = 2,53 \text{ нКл};$$

$$Q_2 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,04 \cdot (0,06 \cdot 300 + 0,04 \cdot 500)}{0,06 + 0,04} \text{ Кл} = 1,70 \text{ нКл};$$

$$\varphi = \frac{0,06 \cdot 300 + 0,04 \cdot 500}{0,06 + 0,04} \text{ В} = 380 \text{ В}.$$

Теперь можно вычислить изменение потенциалов шаров, т.е. $\Delta \varphi_1 = \varphi - \varphi_1$ и $\Delta \varphi_2 = \varphi - \varphi_2$. В соответствии с полученными результатами

$$\Delta \varphi_1 = (380 - 300) \text{ В} = 80 \text{ В};$$

$$\Delta \varphi_2 = (380 - 500) \text{ В} = -120 \text{ В}.$$

Вычислим теперь изменение зарядов шаров. Согласно (3), (7) и (8) получаем:

$$\Delta Q_1 = Q_1 - q_1 = 4 \pi \epsilon_0 R_1 R_2 (\varphi_2 - \varphi_1) / (R_1 + R_2),$$

причем в соответствии с (5)

$$\Delta Q_2 = Q_2 - q_2 = q_1 - Q_1 = -\Delta Q_1.$$

Численный расчет приводит к следующему результату:

$$\Delta Q_1 = -\Delta Q_2 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,06 \cdot 0,04 \cdot (500 - 300)}{0,06 + 0,04} \text{ Кл} =$$

$$= 534 \text{ пКл}.$$

Ответ: $\varphi = 380 \text{ В}$; $Q_1 = 2,53 \text{ нКл}$; $Q_2 = 1,70 \text{ нКл}$; $\Delta \varphi_1 = 80 \text{ В}$; $\Delta \varphi_2 = -120 \text{ В}$; $\Delta Q_1 = -\Delta Q_2 = 534 \text{ пКл}$.

Пример 13. Один металлический шарик радиусом $R_1 = 0,03$ м имеет заряд $q_1 = 10^{-8}$ Кл, а другой радиусом $R_2 = 0,02$ м имеет потенциал $\varphi_2 = 9 \cdot 10^3$ В. Шарики соединены проволочкой, электроемкостью которой можно пренебречь. Найти: 1) потенциал φ_1 первого шарика до разряда; 2) заряд q_2 второго шарика до разряда; 3) энергию каждого шарика W_1 и W_2 до разряда; 4) заряды (q'_1 и q'_2) и потенциалы (φ'_1 и φ'_2) обоих шариков после разряда; 5) энергию W' соединенных проволокой шариков; 6) работу A разряда.

Решение. Электроемкость шариков задается соотношениями;

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1, \quad C_2 = 4\pi\epsilon_0 R_2. \quad (1)$$

До соединения согласно определению потенциал φ_1 первого шарика с учетом (1) равен

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}, \quad (2)$$

а заряд q_2 второго шарика –

$$q_2 = C_2 \varphi_2 = 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2. \quad (3)$$

При этом энергии этих шариков W_1 и W_2 с учетом (1) можно вычислить следующим образом:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 R_1}, \quad W_2 = \frac{1}{2} C_2 \varphi_2^2 = 2\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2^2. \quad (4)$$

Используя исходные данные, получаем согласно (2), (3) и (4) численные значения искомых величин:

$$\varphi_1 = \frac{10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03} \text{ В} = 3 \text{ кВ};$$

$$q_2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9 \cdot 10^3 \text{ Кл} = 20 \text{ нКл};$$

$$W_1 = \frac{10^{-16}}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03} \text{ Дж} = 15 \text{ мкДж};$$

$$W_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 81 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 90 \text{ мкДж}.$$

После разряда потенциалы обоих шариков станут равными друг другу, т.е.

$$\varphi'_1 = \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \varphi'_2 = \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}, \quad (5)$$

где q'_1 и q'_2 – заряды на шариках после разряда.

Соотношение (5) приводит к уравнению

$$q'_1/R_1 = q'_2/R_2. \quad (6)$$

Согласно закону сохранения заряда в электрически замкнутой системе

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2. \quad (7)$$

Заряды шариков q'_1 и q'_2 удовлетворяют системе уравнений (6) и (7), которую нам необходимо решить. Выразим q'_2 из уравнения (7) с учетом (3), т.е.

$$q'_2 = q_1 + q_2 - q'_1 = q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2 - q'_1. \quad (8)$$

Подставив это выражение в уравнение (6), получаем соотношение

$$q'_1/R_1 = (q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2 - q'_1)/R_2,$$

из которого получаем, что

$$q'_1 = R_1 (q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2)/(R_1 + R_2). \quad (9)$$

Согласно равенству (8) с учетом (9) для заряда второго шарика получаем следующее соотношение:

$$q'_2 = R_2 (q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2)/(R_1 + R_2). \quad (10)$$

На основании (5) с учетом (9) получаем

$$\varphi'_1 = \varphi'_2 = \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{q_1 + 4\pi\epsilon_0 R_2 \varphi_2}{4\pi\epsilon_0 (R_1 + R_2)}. \quad (11)$$

Подставляя исходные данные в (9), (10) и (11), получаем:

$$q'_1 = \frac{0,03 \cdot (10^{-8} + 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9 \cdot 10^3)}{0,03 + 0,02} \text{ Кл} = 18 \text{ нКл}; \quad 8$$

$$q'_2 = \frac{0,02 \cdot (10^{-8} + 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9 \cdot 10^3)}{0,03 + 0,02} \text{ Кл} = 12 \text{ нКл}; \quad 2$$

$$\varphi'_1 = \varphi'_2 = \frac{10^{-8} + 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9 \cdot 10^3}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (0,03 + 0,02)} \text{ В} = 5,4 \text{ кВ}.$$

Вычислим энергию W' шариков после разряда. Она равна

$$W' = W'_1 + W'_2 = \frac{(q'_1)^2}{2 C_1} + \frac{(q'_2)^2}{2 C_2} = \frac{(q_1 + 4 \pi \epsilon_0 R_2 \varphi_2)^2}{8 \pi \epsilon_0 (R_1 + R_2)}. \quad (11)$$

Подставляя в (11) исходные данные, получаем

$$W' = \frac{(10^{-8} + 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,02 \cdot 9 \cdot 10^3)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (0,03 + 0,02)} \text{ Дж} = 81 \text{ мкДж}.$$

Работа A разряда равна разности энергий шариков в начальном и конечном состояниях, т.е.

$$A = W - W' = W_1 + W_2 - W' = \frac{R_2 (4 \pi \epsilon_0 R_1 \varphi_2 - q_1)^2}{8 \pi \epsilon_0 R_1 (R_1 + R_2)}.$$

Произведя необходимые вычисления, получаем:

$$A = \frac{0,02 \cdot (4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03 \cdot 9 \cdot 10^3)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03 \cdot (0,03 + 0,02)} \text{ Дж} = 24 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $\varphi_1 = 3 \text{ кВ}$; $q_2 = 20 \text{ нКл}$; $W_1 = 15 \text{ мкДж}$; $W_2 = 90 \text{ мкДж}$; $q'_1 = 18 \text{ нКл}$; $q'_2 = 12 \text{ нКл}$; $\varphi'_1 = \varphi'_2 = 5,4 \text{ кВ}$; $W' = 81 \text{ мкДж}$; $A = 24 \text{ мкДж}$.

Пример 14. Заряд плоского конденсатора равен $Q = 10^{-9} \text{ Кл}$, площадь его пластин $S = 0,01 \text{ м}^2$. Зазор между пластинами заполнен слюдой, имеющей диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 6,0$. Определить модуль напряженности E , объемную плотность энергии w электрического поля конденсатора и модуль силы F притяжения его пластин.

Решение. Поверхностная плотность зарядов на обкладках конденсатора равна

$$\sigma = \frac{Q}{S}. \quad (1)$$

Модуль напряженности электрического поля в конденсаторе с учетом (1) равен:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0 S}. \quad (2)$$

Объемная плотность энергии однородного электрического поля между пластинами плоского конденсатора одинакова во всех его точках и с учетом (2) равна:

$$w = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 = \frac{Q^2}{2 \epsilon \epsilon_0 S^2}. \quad (3)$$

Модуль силы F , с которой притягиваются друг к другу разноименно заряженные пластины плоского конденсатора, с учетом (2) и (3) равен:

$$F = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E^2 S = \frac{Q^2}{2 \epsilon \epsilon_0 S} = \frac{w}{S}. \quad (4)$$

Подставляя исходные данные в формулы (2), (3) и (4), получаем искомые результаты:

$$E = \frac{10^{-9}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01} \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1,88 \text{ кВ/м};$$

$$w = \frac{10^{-18}}{2 \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = 94,2 \text{ мкДж/м}^3;$$

$$F = \frac{94,2 \cdot 10^6}{0,01} = 9,42 \text{ мН}.$$

Ответ: $E = 1,88 \text{ кВ/м}$; $w = 94,2 \text{ мкДж/м}^3$; $F = 9,42 \text{ мН}$.

Контрольная работа № 1

301. Два точечных заряда $Q_1 = 9Q > 0$ и $Q_2 = -Q$ закреплены на расстоянии $L = 50$ см друг от друга. Третий заряд Q_3 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды Q_1 и Q_2 . Определить положение заряда Q_3 , при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_3 равновесие будет устойчивым?

302. Два точечных заряда $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл находятся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Определить модуль силы, действующей на заряд $Q_3 = -10$ нКл, который удален от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d .

303. В углах при основании равнобедренного треугольника с боковой стороной $r = 8$ см расположены заряды Q_1 и Q_2 . Определить модуль силы, действующей на заряд $Q_3 = 1$ нКл, помещенный в вершину треугольника, если угол при вершине $\alpha = 120^\circ$. Рассмотреть два случая: 1) $Q_1 = Q_2 = 2$ нКл; 2) $Q_2 = -Q_1 = 2$ нКл.

304. В вершинах правильного треугольника со стороной $d = 10$ см находятся заряды $Q_1 = 10$ мкКл, $Q_2 = 20$ мкКл и $Q_3 = 30$ мкКл. Определить модуль силы, действующей на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

305. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах правильного треугольника со стороной $d = 10$ см. Определить модуль силы, действующей на один из зарядов со стороны двух других.

306. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$ нКл находятся в вершинах квадрата со стороной $d = 10$ см. Определить модуль силы, действующей на один из зарядов со стороны трех остальных.

307. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

308. Два маленьких шарика массой $m = 1$ г каждый подвешены на нитях, верхние концы которых соединены вместе. Длина каждой

нити $L = 10$ см. Какие одинаковые заряды Q надо сообщить шарикам, чтобы нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$?

309. Заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл закреплены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $d = 20$ см. Модуль равнодействующей силы, действующей на четвертый заряд Q_4 , помещенный на середине одной из сторон треугольника, равен $0,6$ мкН. Определить заряд Q_4 .

310. Два одинаковых шарика, имеющих одинаковый заряд, подвешены на нитях одинаковой длины и опущены в керосин плотностью $0,8$ г/см³. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был одним и тем же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\epsilon = 2,0$.

311. На рисунке AA – равномерно заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда 4 нКл/см², а B – одноименно с ней заряженный шарик массой 1 г, имеющий заряд 1 нКл. Какой угол α с плоскостью AA образует нить, на которой подвешен шарик? Чему равен модуль силы натяжения нити?



312. На рисунке из предыдущей задачи AA – равномерно заряженная бесконечная плоскость; B – одноименно с ней заряженный шарик массой 40 мг, имеющий заряд 667 пКл. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости AA, если модуль силы натяжения нити, на которой висит шарик, равен $0,49$ мН.

313. В плоском горизонтально расположенном воздушном конденсаторе заряженная сферическая капля ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля 60 кВ/м. Заряд капли $8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Найти радиус капли, если плотность ртути равна $13,6$ г/см³. Определить также поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.

314. Точечный заряд $Q = 25$ нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиусом 1 см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью заряда $0,2$ нКл/см². Опреде-

лить модуль силы, действующей на заряд, который помещен вне цилиндра на расстоянии 9 см от его поверхности.

315. Длинная прямая тонкая проволока несет равномерно распределенный заряд. Вычислить линейную плотность заряда проволоки, если модуль напряженности электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 50 см от ее середины, равен 2 В/см. Определить также модуль силы, действующей на заряд $Q = 5$ нКл, помещенный в этой точке.

316. На металлической сфере радиусом 10 см находится заряд с поверхностной плотностью $0,796$ пКл/см². Определить модуль напряженности электрического поля в следующих точках: 1) на расстоянии 8 см от центра сферы; 2) на поверхности сферы; 3) вне сферы на расстоянии 5 см от ее поверхности. Построить график зависимости модуля напряженности результирующего поля от расстояния.

317. В плоском горизонтально расположенном воздушном конденсаторе, расстояние между пластинами которого равно 3,84 мм, находится заряженная частица с зарядом $4,8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно приложить разность потенциалов 40 В. Найти массу частицы и заряд на пластинах конденсатора, если площадь одной пластины равна 100 см².

318. Пылинка массой $4 \cdot 10^{-9}$ мг удерживается в равновесии между горизонтально расположенными обкладками плоского воздушного конденсатора. Разность потенциалов между обкладками равна 245 В, а зазор между ними 1 см. Определить, во сколько раз величина заряда пылинки больше элементарного заряда. Вычислить также заряд на пластинах конденсатора, если площадь одной пластины равна 900 см².

319. Свинцовый шарик диаметром 0,5 см помещен в глицерин. Определить заряд шарика, если в однородном электростатическом поле, направленном вертикально вверх, шарик оказался взвешенным в глицерине. Найти также поверхностную плотность заряда на шарике и силу, действующую на шарик со стороны электростати-

ческого поля. Напряженность поля равна 4 кВ/см ; плотность свинца $11,3 \text{ г/см}^3$, а плотность глицерина $- 1,26 \text{ г/см}^3$.

320. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, на изолированной нити висит отрицательно заряженный шарик массой $0,1 \text{ г}$. После подачи на пластины разности потенциалов 1 кВ нить с шариком отклонилась от вертикали на угол 10° . Найти заряд шарика и модуль силы натяжения нити.

321. Две бесконечно длинные разноименно заряженные нити расположены параллельно на расстоянии 10 см друг от друга. Линейная плотность заряда одной нити $\tau_1 = 100 \text{ нКл/см}$, а другой $\tau_2 = -\tau_1$. Найти модуль напряженности результирующего электрического поля в точке, удаленной от первой нити на 8 см , а от второй — на 6 см .

322. Две бесконечно длинные одноименно заряженные нити расположены параллельно на расстоянии 10 см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях одинакова и равна 100 нКл/см . Найти модуль напряженности результирующего электрического поля в точке, удаленной на 10 см от каждой из нитей.

323. В вершинах квадрата со стороной 100 см расположены одинаковые по величине заряды. В случае, когда два соседних заряда положительные, а два другие — отрицательные, модуль напряженности результирующего электрического поля в центре квадрата равен 36 В/м . Определить величину заряда в вершине квадрата.

324. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью заряда 40 пКл/см^2 , и параллельной ей бесконечной тонкой нитью, заряженной с линейной плотностью 1 нКл/см и находящейся на расстоянии $r = 10 \text{ см}$ от плоскости. В точке, удаленной на одинаковое расстояние r от нити и от плоскости, находится точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Найти модуль результирующей силы, действующей на этот заряд, а также угол, который образует эта сила с заряженной плоскостью.

325. В вершинах квадрата со стороной $L = 5$ см находятся одинаковые точечные заряды $Q = 2$ нКл. Определить модуль напряженности результирующего электростатического поля: 1) в середине одной из сторон квадрата; 2) в центре квадрата.

326. В вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a = 6$ см и $b = 8$ см закреплены одинаковые точечные заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл. Определить модуль напряженности результирующего электрического поля этой системы зарядов в точке, лежащей на середине гипотенузы треугольника.

327. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по их поверхности заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 0,2$ пКл/см² и $\sigma_2 = -0,5$ пКл/см². Определить модуль напряженности результирующего поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин. Построить график зависимости проекции вектора напряженности результирующего поля на направление, перпендикулярное пластинам.

328. Расстояние между двумя точечными положительными зарядами $Q_1 = 9Q$ и $Q_2 = Q$ равно 8 см. На каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность результирующего поля этих зарядов равна нулю? Где находилась бы эта точка, если бы $Q_2 = -Q$?

329. Электрическое поле образовано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 40$ пКл/см² и $\sigma_2 = 10$ пКл/см². Определить напряженность электрического поля как в пространстве между плоскостями, так и вне его. Построить график зависимости проекции вектора напряженности результирующего электрического поля на направление, перпендикулярное этим плоскостям.

330. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1 = 6$ см и $R_2 = 10$ см заряжены соответственно с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 2,21$ пКл/см² и $\sigma_2 = -0,398$ пКл/см². Найти модуль напряженности результирующего электрического поля в следующих точках: 1) на расстоянии 5 см от центра сфер; 2) на расстоянии

9 см от центра сфер; 3) на расстоянии 15 см от центра сфер. Построить график зависимости модуля напряженности результирующего поля от расстояния.

331. Электрическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом 10 см с общим зарядом 15 нКл. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы, если: 1) $r_1 = 5$ см, $r_2 = 8$ см; 2) $r_1 = 5$ см, $r_2 = 15$ см; 3) $r_1 = 15$ см, $r_2 = 25$ см.

332. Электрическое поле создается сферой радиусом 5 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью $0,1$ пКл/см². Определить разность потенциалов между двумя точками поля, удаленными от внешней поверхности сферы соответственно на $L_1 = 5$ см и $L_2 = 10$ см.

333. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью 1 пКл/см². Определить разность потенциалов двух точек электрического поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на 10 см.

334. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая к ним стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_2 , если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора. Диэлектрическая проницаемость стекла равна 7,0.

335. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии 1,0 см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхности заряды с плотностями $\sigma_1 = 20$ пКл/см² и $\sigma_2 = -50$ пКл/см². Найти разность потенциалов между пластинами.

336. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии 1 см друг от друга. Плоскости несут равномерно распределенные по поверхности заряды с плотностями $\sigma_1 = 20$ пКл/см² и $\sigma_2 = 50$ пКл/см². Найти разность потенциалов между пластинами.

337. Каким будет потенциал проводящего шара радиусом 3 см, если: 1) сообщить ему заряд 1 нКл; 2) если затем окружить его

концентрическим проводящим шаром радиусом 4 см, соединенным с землей?

338. Четыре одинаковые сферические капли ртути, заряженные до потенциала 10 В, сливаются в одну сферическую каплю. Чему равен потенциал образовавшейся капли?

339. Определить потенциал, до которого можно зарядить уединенный металлический шар радиусом 10 см, если напряженность электрического поля, при которой происходит пробой воздуха, равна 3 МВ/м. Какими будут максимальные значения заряда и поверхностной плотности заряда на шаре перед пробоем?

340. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус шара и его заряд, если потенциал электрического поля в центре шара равен $\varphi_1 = 200$ В, а в точке, лежащей вне шара на расстоянии $r = 40$ см от его поверхности, он равен $\varphi_2 = 40$ В.

341. Найти потенциальную энергию электростатического взаимодействия системы трех точечных зарядов $Q_1 = 10$ нКл, $Q_2 = 20$ нКл и $Q_3 = -30$ нКл, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной $L = 10$ см.

342. Какова потенциальная энергия электростатического взаимодействия системы четырех одинаковых точечных зарядов $Q = 10$ нКл, расположенных в вершинах квадрата со стороной $L = 10$ см?

343. Два одинаковых шарика массой 0,1 г каждый подвешены в общей точке на одинаковых нитях длиной 100 см. Шарикам сообщили некоторый заряд, и нити разошлись на угол 90° . Определить модуль вектора напряженности и потенциал электрического поля в точке подвеса шариков, а также потенциальную энергию электростатического взаимодействия шариков после их расхождения.

344. Два точечных заряда $Q_1 = Q_2 = -9$ нКл находятся в воде на расстоянии $r = 8$ см друг от друга. Определить модуль напряженности и потенциал результирующего электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $r_1 = 5$ см от обоих зарядов. Диэлектрическая проницаемость воды равна 81,0. Вычислить также по-

тенциальную энергию электростатического взаимодействия этих зарядов.

345. Два одинаковых отрицательных точечных заряда находятся в воде на расстоянии 10 см друг от друга. Модуль напряженности результирующего электрического поля в точке, лежащей на расстоянии $L_1 = 6$ см от одного и $L_2 = 8$ см от другого заряда, равна $0,1$ В/см. Определить потенциал поля в этой точке и значения зарядов. Вычислить также потенциальную энергию электростатического взаимодействия этих зарядов. Диэлектрическая проницаемость воды равна $81,0$.

346. Найти модуль напряженности и потенциал результирующего электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами 10 см. Вычислить также потенциальную энергию электростатического взаимодействия этих зарядов.

347. Два точечных заряда $q_1 = -7,5$ нКл и $q_2 = 14,7$ нКл расположены на расстоянии $r = 5$ см друг от друга. Найти модуль напряженности и потенциал электрического поля в точке, удаленной на 4 см от положительного и на 3 см от отрицательного заряда. Вычислить также потенциальную энергию электростатического взаимодействия этой системы зарядов.

348. Определить потенциальную энергию электростатического взаимодействия системы четырех точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной $L = 10$ см. Заряды одинаковы по модулю $Q = 10$ нКл, но два из них отрицательные, причем заряды одного знака расположены в противоположных вершинах квадрата.

349. В вершинах квадрата со стороной $L = 100$ см расположены равные одноименные заряды Q . Потенциал созданного ими результирующего электрического поля в центре квадрата равен 50 В. Определить величину заряда Q . Вычислить также потенциальную энергию электростатического взаимодействия этой системы зарядов.

350. Определить потенциальную энергию электростатического взаимодействия системы четырех точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной $L = 10$ см. Заряды одинаковы по модулю $Q = 10$ нКл, но два из них отрицательные, причем в противоположных вершинах квадрата расположены заряды разных знаков.

351. Шарик массой 40 мг, имеющий заряд $q = 1$ нКл, начинает двигаться с начальной скоростью $v_0 = 10$ см/с из бесконечно удаленной точки в направлении жестко закрепленного точечного заряда $q_0 = 1,33$ нКл. Найти наименьшее расстояние, на которое эти заряды могут сблизиться.

352. Электрическое поле создано двумя разноименными точечными зарядами $Q_A = 1$ мкКл и $Q_B = -Q_A$, расстояние между которыми $L = 20$ см. Определить работу по перемещению точечного заряда $q = 50$ нКл из точки 1, лежащей посередине между зарядами Q_A и Q_B , в точку 2, удаленную от заряда Q_A на расстояние $L\sqrt{2}$, а от заряда Q_B – на расстояние L .

353. Какой минимальной скоростью должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженной до потенциала $\varphi = 400$ В металлического шара. В начальный момент протон, движущийся к центру шара, находится на удалении от поверхности шара, в три раза большем его радиуса.

354. Электрическое поле создано отрицательно заряженной металлической сферой радиусом R . Определить работу внешних сил по перемещению точечного заряда $Q = 40$ нКл вдоль силовой линии поля из точки 1, удаленной от поверхности сферы на расстояние R и имеющей потенциал $\varphi_1 = -300$ В, в точку 2, удаленную от поверхности сферы на расстояние $3R$.

355. Какая работа совершается при перемещении точечного заряда $Q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности проводящего шара радиусом 1 см с поверхностной плотностью заряда 1 нКл/см².

356. Электрическое поле создано бесконечно длинным равномерно заряженным цилиндром радиусом $R = 5$ см. Поверхностная

плотность заряда на цилиндре 10 пКл/см^2 . Определить изменение потенциальной энергии однозарядного положительного иона при его перемещении вне цилиндра вдоль силовой линии поля из точки, удаленной от поверхности цилиндра на расстояние $2R$, в точку, удаленную от поверхности цилиндра на расстояние R .

357. Около равномерно заряженной бесконечной плоскости находится точечный заряд $Q = 0,66 \text{ нКл}$. Заряд перемещается вдоль линии напряженности поля на расстояние 2 см ; при этом совершается работа 5 мкДж . Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

358. Точечные заряды $Q_1 = 3 \text{ мКл}$ и $Q_2 = 20 \text{ нКл}$ находятся на расстоянии $r_1 = 150 \text{ см}$ друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить эти заряды до расстояния $r_2 = 100 \text{ см}$?

359. Электрическое поле образовано заряженной бесконечно длинной тонкой нитью с линейной плотностью заряда 2 нКл/см . Какой импульс получит изначально покоящийся электрон под действием этого поля, приблизившись к нити с расстояния 1 см до расстояния $0,5 \text{ см}$?

360. Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $0,2 \text{ нКл/см}^2$. В этом поле вдоль прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью, из точки 1 в точку 2, расстояние между которыми $L = 20 \text{ см}$, перемещается точечный заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Определить работу сил поля по перемещению заряда.

361. Электрическое поле образовано двумя бесконечными параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 2 см друг от друга. К пластинам приложена разность потенциалов 120 В . Какую скорость получит изначально покоящийся электрон под действием этого поля, пройдя вдоль линии напряженности расстояние 3 мм ? Чему равна поверхностная плотность заряда на пластинах? Влиянием силы тяжести пренебречь.

362. Электрон с начальной скоростью v_0 влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пласти-

нами конденсатора 300 В; расстояние между пластинами 2 см; длина конденсатора 10 см. Найти максимальное значение v_0 , при котором электрон не вылетит из конденсатора. Вычислить также поверхностную плотность заряда на обкладках конденсатора. Влиянием силы тяжести пренебречь.

363. Электрон с начальной скоростью $v_0 = 3$ Мм/с влетает в однородное электрическое поле напряженностью 1,5 В/см, причем вектор \vec{v}_0 перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Определить: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение, приобретаемое электроном; 3) скорость электрона v_1 через $t_1 = 0,1$ мкс после начала движения в электрическом поле. Влиянием силы тяжести пренебречь.

364. Двигаясь в однородном электрическом поле, электрон получает ускорение 10^{14} см/с². Найти: 1) напряженность электрического поля; 2) скорость v_1 , которую получит электрон за время $t_1 = 1$ мкс своего движения без начальной скорости; 3) работу сил электрического поля за это время; 4) разность потенциалов, пройденную при этом электроном. Влиянием силы тяжести пренебречь.

365. Бесконечная плоскость заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = -3,54$ пКл/см². По направлению силовых линий поля, созданного плоскостью, летит электрон. Вычислить напряженность поля плоскости. Определить минимальное расстояние L , на которое может подлететь к плоскости электрон, если на расстоянии $L_0 = 5$ см от плоскости он имел кинетическую энергию 80 эВ. Влиянием силы тяжести пренебречь.

366. Протон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью 120 км/с. Напряженность электрического поля внутри конденсатора равна 3 кВ/м; длина конденсатора 10 см. Вычислить поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора. Во сколько раз модуль скорости протона при вылете из конденсатора будет больше, чем модуль его начальной скорости? Влиянием силы тяжести пренебречь.

367. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 10$ Мм/с. Напряженность электрического поля в конденсаторе 10 кВ/м; длина конденсатора 5 см. Вычислить поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора. Найти модуль скорости электрона на вылете из конденсатора и ее направление по отношению к пластинам конденсатора. Влиянием силы тяжести пренебречь.

368. Протон, начальная скорость которого равна 100 км/с, влетел в однородное электрическое поле напряженностью 300 В/см так, что направление его скорости совпадает с направлением силовых линий поля. Какой путь должен пройти протон, чтобы его скорость удвоилась? Влиянием силы тяжести пренебречь.

369. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью 36 Мм/с. Напряженность электрического поля внутри конденсатора 3,7 кВ/м; длина пластин конденсатора 20 см. На какое расстояние сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе? Какова поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора? Влиянием силы тяжести пренебречь.

370. Первоначально покоящийся электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость 1 Мм/с. Расстояние между пластинами 5,3 мм. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами; 2) напряженность электрического поля внутри конденсатора; 3) поверхностную плотность заряда на пластинах. Влиянием силы тяжести пренебречь.

371. Два металлических шара радиусами $R_1 = 2$ см и $R_2 = 6$ см соединены проводником, электроемкостью которого можно пренебречь. Шарикам сообщен заряд $Q = 1$ нКл. Найти поверхностную плотность заряда на шарах σ_1 и σ_2 .

372. На два последовательно соединенных конденсатора с электроемкостями $C_1 = 100$ пФ и $C_2 = 200$ пФ подано постоянное на-

пряжение $U = 300$ В. Вычислить емкость системы. Определить напряжения на конденсаторах и заряд на их обкладках.

373. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 400$ пФ и $C_2 = 500$ пФ соединили последовательно и подключили к источнику с ЭДС $\varepsilon = 220$ В. Затем источник отсоединили, конденсаторы разъединили и соединили параллельно обкладками, имеющими одноименные заряды. Каким будет напряжение на зажимах полученной батареи?

374. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 3$ мкФ и $C_2 = 6$ мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС, равной 120 В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов, а также разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

375. Два плоских конденсатора одинаковой емкости $C_1 = C_2 = C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с ЭДС, равной ε . Во сколько раз увеличится разность потенциалов между пластинами первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 7,0?

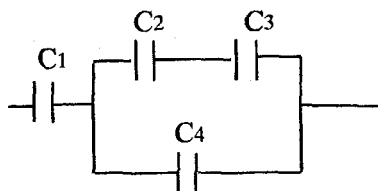
376. Конденсатор емкостью $C_1 = 0,6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и соединен параллельно со вторым конденсатором емкостью $C_2 = 0,4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150$ В. Найти заряд, перетекший с пластин первого конденсатора на пластины второго.

377. Конденсатор емкостью $C_1 = 0,2$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 450$ В, напряжение на нем уменьшилось до $U = 400$ В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

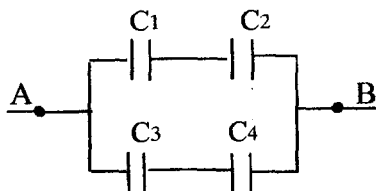
378. К плоскому воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U = 600$ В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком между

пластинами (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ϵ фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1 = 100$ В.

379. Конденсаторы емкостями $C_1 = C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ и $C_4 = 1$ мкФ соединены так, как указано на рисунке. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100$ В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов на обкладках батареи конденсаторов.



380. Конденсаторы емкостями $C_1 = 0,2$ мкФ, $C_2 = 0,6$ мкФ, $C_3 = 0,3$ мкФ и $C_4 = 0,5$ мкФ соединены так, как указано на рисунке. Разность потенциалов U между точками А и В равна 320 В. Определить разность потенциалов U_i и заряд Q_i на пластинах каждого конденсатора ($i = 1, 2, 3, 4$).



381. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 см², а расстояние между ними 5 мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов 3 кВ. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть так, чтобы расстояние между ними стало 5 см? Найти также энергию и плотность энергии электрического поля конденсатора до и после раздвижения пластин.

382. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал 4,5 кВ и поверхностную плотность заряда $1,13$ нКл/см². Найти радиус, заряд, емкость и энергию шара, если диэлектрическая проницаемость керосина равна 2,0.

383. Шар 1 радиусом $R_1 = 10$ см, заряженный до потенциала $\varphi = 3$ кВ, после отключения от источника напряжения соединяется проволочкой, электроемкостью которой можно пренебречь, с удаленным незаряженным шаром 2, имеющим радиус $R_2 = 10$ см. Найти: 1) первоначальную энергию W_1 шара 1; 2) энергии W'_1 и W'_2 шаров 1 и 2 после соединения; 3) работу A разряда при их соединении.

384. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 100 см^2 и зазором 5 мм заряжен до разности потенциалов 900 В. Не отключая от источника напряжения, пластины раздвинули до расстояния 1 см между ними. Определить напряженность электрического поля, энергию и объемную плотность энергии конденсатора до и после раздвижения пластин.

385. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40$ В. После отключения от источника тока этот конденсатор был соединен параллельно с другим, незаряженным конденсатором электроемкостью $C_2 = 5$ мкФ. Определить энергию ΔW , израсходованную на образование искры в момент присоединения второго конденсатора.

386. Разность потенциалов между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 90 В. Площадь каждой пластины 60 см^2 , ее заряд 1 нКл. Вычислить: 1) чему равна электроемкость конденсатора? 2) на каком расстоянии друг от друга находятся пластины? 3) с какой силой они притягиваются друг к другу? 4) какова плотность энергии электрического поля конденсатора?

387. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $12,5 \text{ см}^2$, а расстояние между ними 5 мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов 6 кВ. Пластины конденсатора раздвигают таким образом, что расстояние между ними становится равным 1 см. Найти изменение электроемкости конденсатора, напряженности электрического поля и разности потенциалов между его пластинами, заряда на пластинах, а также объемной плотности энергии электрического поля в двух случаях: а) если источник пи-

тания перед раздвижением не отключается; б) если источник питания перед раздвижением отключается.

388. Найти объемную плотность энергии электрического поля в точке, находящейся: 1) вблизи бесконечной равномерно заряженной плоскости; 2) на расстоянии 2 см от бесконечной равномерно заряженной тонкой нити; 3) на расстоянии 2 см от поверхности заряженного шара радиусом 1 см. Поверхностная плотность заряда на шаре и плоскости равна $1,67 \text{ нКл/см}^2$; линейная плотность заряда нити $1,67 \text{ нКл/см}$. Диэлектрическая проницаемость среды равна 2,0.

389. Электроемкость плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик – фарфор, имеющий диэлектрическую проницаемость 5,0. Конденсатор зарядили до разности потенциалов 600 В и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора, если трение пренебрежимо мало?

Д) Плоский воздушный конденсатор заряжен до разности потенциалов 100 В. Площадь пластин равна $11,3 \text{ см}^2$, расстояние между ними 5 мм. Определить, как изменится электроемкость, энергия и объемная плотность энергии конденсатора, если зазор между пластинами конденсатора заполнить парафином, имеющим диэлектрическую проницаемость 2,0.

Постоянный ток. Электромагнетизм. Основные определения и формулы

Электрический ток – упорядоченное движение электрических зарядов.

Условия, необходимые для появления и существования электрического тока в проводящей среде:

- наличие в среде свободных носителей тока, т.е. заряженных частиц, способных упорядоченно перемещаться;
- существование в данной среде электрического поля или сторонних сил.

Сила тока измеряется количеством электричества, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени. Для постоянного тока:

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – электрический заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за промежуток времени от 0 до t .

Направлением электрического тока считается направление упорядоченного движения положительных зарядов. В металлических проводниках ток представляет собой упорядоченное движение отрицательных зарядов (электронов), которые движутся в направлении, противоположном направлению тока.

Плотность тока j измеряется силой тока, отнесенной к единице площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного движению заряженных частиц, т.е.

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Связь между вектором плотности тока \vec{j} и элементом силы тока dI

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} = j dS \cos \alpha,$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$; \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором \vec{j} угол α .

Сила тока I через произвольную поверхность S равна:

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_S j dS \cos \alpha.$$

Для металлического проводника

$$\vec{j} = n_0 e \langle \vec{v} \rangle,$$

где n_0 – число электронов проводимости в единице объема; e – абсолютная величина заряда электрона; $\langle \vec{v} \rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения электронов под действием электрического поля.

Закон Ома для плотности тока (закон Ома в дифференциальной форме)

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E},$$

где γ – удельная электрическая проводимость (удельная электропроводность); ρ – удельное сопротивление.

Величина ϵ , равная работе A сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС), т.е.

$$\epsilon = A/q.$$

Напряжением U_{12} на участке 1-2 называется величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами над единичным положительным зарядом при перемещении из точки 1 в точку 2 электрической цепи

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \epsilon_{12},$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи 1-2; ε_{12} – ЭДС на участке 1-2.

Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в том случае, если на участке не приложены ЭДС (однородный участок), т.е.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Участок, на котором действуют сторонние и электростатические силы, называют неоднородным.

Сопротивлением R_{12} участка цепи между сечениями 1 и 2 называют интеграл

$$R_{12} = \int_1^2 \rho \frac{d\ell}{S}.$$

Для однородного линейного проводника $\rho = \text{const}$, $S = \text{const}$, а сопротивление равно:

$$R = \rho \frac{\ell}{S},$$

где ℓ – длина проводника.

Закон Ома для участка однородной (т.е. не содержащей электродвижущих сил) цепи

$$I = \frac{U}{R},$$

где U – разность потенциалов на концах участка; R – его сопротивление.

Закон Ома для участка неоднородной (т.е. содержащей электродвижущую силу) цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R + r},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка; ε_{12} – электродвижущая сила (ЭДС), действующая на данном участке; R – сопротивление всей внешней цепи; r – внутреннее сопротивление источника ЭДС.

Если цепь замкнута, то при этом $\varphi_1 = \varphi_2$, и получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

Следовательно, сила тока в замкнутой цепи пропорциональна электродвижущей силе ε , действующей в этой цепи, и обратно пропорциональна ее полному сопротивлению $R + r$.

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей:

1) алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле, равна нулю, т.е.

$$\sum I_i = 0.$$

Узлом в сложной (разветвленной) цепи называется точка, в которой сходятся не менее трех проводников.

2) для любого замкнутого контура алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме всех ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i.$$

Для первого правила Кирхгофа токи считаются положительными, если они входят в узел; выходящие из узла токи считаются отрицательными. Для применения второго правила Кирхгофа выбирается направление обхода контура. Положительными считаются токи, направление которых совпадает с направлением обхода контура. ЭДС источника считается положительным, если источник создает ток, направление которого совпадает с направлением обхода контура. В противном случае токи и ЭДС считаются отрицательными.

Общее сопротивление n участков при их последовательном соединении равно

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Общее сопротивление n участков при их параллельном соединении определяется на основании соотношения

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Работа электрических сил на участке цепи, между концами которого имеется разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, равна

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2) It.$$

Количество теплоты, выделенное на участке цепи сопротивлением R , по которому в течение времени t идет ток силой I , определяется соотношением (закон Джоуля-Ленца)

$$Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t = I U t.$$

Если сила тока изменяется со временем, то

$$dQ = R I^2 dt; \quad Q = R \int_{t_1}^{t_2} I^2 dt.$$

Полная работа, совершенная источником электрического тока за время t , равна

$$A = \varepsilon I t = I^2 (R + r) t = (\varepsilon^2 t) / (R + r),$$

где ε – ЭДС источника; R – сопротивление внешней цепи; r – внутреннее сопротивление источника.

Полезная работа равна

$$A_{\text{п}} = U I t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t,$$

где U – падение напряжения на сопротивлении внешней цепи.

Разделив работу A на время t , за которое она совершается, получим:

а) полную мощность источника тока

$$P = \varepsilon I = I^2 (R + r) = \varepsilon^2 / (R + r);$$

б) полезную мощность, т.е. мощность, потребляемую внешней электрической цепью

$$P_{\text{п}} = U I = I^2 R = \frac{U^2}{R},$$

где $U = IR$ – падение напряжения на сопротивлении R внешней цепи.

Коэффициент полезного действия источника тока

$$\eta = \frac{P_n}{P} = \frac{R}{R + r}.$$

Магнитным полем называется одна из форм электромагнитного поля. Магнитное поле создается движущимися заряженными частицами и токами.

Сила $d\vec{F}$, действующая на элемент длины проводника с током I , помещенного в магнитное поле (сила Ампера), равна

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}],$$

где $d\vec{l}$ – вектор элемента длины проводника, проведенный в направлении тока; \vec{B} – вектор магнитной индукции.

Магнитное поле называется однородным, если вектор \vec{B} в любой его точке постоянен по модулю и по направлению.

Если магнитное поле однородно, а проводник длиной l прямой, то сила Ампера будет равна

$$\vec{F} = I [\vec{l}, \vec{B}].$$

Сила Лоренца – это сила, действующая на электрический заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} в магнитном поле с индукцией \vec{B} , т.е.

$$\vec{F} = q [\vec{v}, \vec{B}].$$

Модуль силы Лоренца

$$F = |q| v B \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Закон Био – Савара – Лапласа: вектор индукции магнитного поля в вакууме, созданного элементом проводника $d\vec{l}$, по которому идет ток I , равен

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l}, \vec{r}],$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от элемента $d\vec{l}$ в ту точку, в которой определяется индукция поля; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

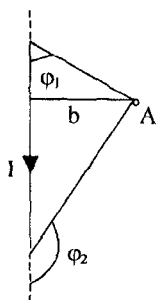
Модуль вектора $d\vec{B}$ равен

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \cdot \sin(\widehat{d\vec{l}, \vec{r}})}{r^2}.$$

Модуль вектора магнитной индукции в произвольной точке А поля, созданного отрезком прямолинейного проводника с током I , равен

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

где b – расстояние от точки А до проводника; φ_1, φ_2 – углы, образованные радиусом-вектором, проведенным в точку А соответственно из начала и конца проводника, с направлением тока.



Магнитная индукция поля, созданного прямолинейным бесконечно длинным проводником с током I , на расстоянии b от него, равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.$$

Магнитная индукция в центре дуги окружности длиной L , обтекаемой током I , равна

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot L}{R^2},$$

где R – радиус окружности.

Магнитная индукция в центре окружности ($L = 2\pi R$), обтекаемой током I , равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Магнитная индукция B на оси окружности радиуса R , обтекаемой током I , на расстоянии b от центра окружности

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2\sqrt{(R^2 + b^2)^3}}.$$

Циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме охваченных контуром токов, умноженной на μ_0 :

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

Эта формула представляет закон полного тока для магнитного поля в вакууме. При вычислении алгебраической суммы токов ток I_i считается положительным, если из конца вектора плотности тока \vec{j} обход контура L виден происходящим против хода часовой стрелки.

В отличие от электростатического потенциального поля, для которого всегда $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$, магнитное поле является вихревым, т.е. в

таком поле циркуляция вектора \vec{B} вдоль замкнутого контура отлична от нуля.

Потоком вектора \vec{B} (магнитным потоком) сквозь малую поверхность площади dS называют величину

$$d\Phi_m = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos(\vec{B}, \vec{n}) = B_n dS,$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$, \vec{n} – единичный вектор внешней нормали к dS .

Магнитный поток Φ_m через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

Теорема Остроградского – Гаусса для магнитного поля: магнитный поток сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\Phi_m = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Эта теорема указывает на то, что в природе отсутствуют магнитные заряды.

Магнитная индукция внутри длинного соленоида с током I (длинным считается соленоид, у которого длина l намного больше его диаметра d) равна

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu_0 nI,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Магнитный момент \vec{p}_m замкнутого плоского контура, обтекаемого током I , равен

$$\vec{p}_m = I\vec{S},$$

где $\vec{S} = \vec{n}S$; S – площадь, ограниченная контуром; \vec{n} – единичный вектор, по направлению совпадающий с положительным направлением нормали к плоскости контура и связанный с направлением тока в контуре правилом правого винта.

Механический вращательный момент \vec{M} , действующий на замкнутый контур с током в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , равен.

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}].$$

Работа сил магнитного поля по перемещению замкнутого контура с постоянным током I равна

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.

Намагниченность (вектор намагничения) \vec{J} равен

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{m,i},$$

где N – число частиц, содержащихся в бесконечно малом объеме ΔV ; $\vec{p}_{m,i}$ – магнитный момент i -й частицы.

Вектор напряженности \vec{H} магнитного поля является линейной комбинацией векторов \vec{B} и \vec{J} , т.е.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}.$$

Векторы магнитной индукции \vec{B} и напряженности \vec{H} связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость среды (для вакуума $\mu=1$).

Циркуляция вектора напряженности \vec{H} вдоль замкнутого контура L равна алгебраической сумме токов, охваченных контуром, т.е.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \oint_L H dl \cos(\vec{H}, \hat{d\vec{l}}) = \sum_i I_i.$$

Магнитная индукция внутри длинного соленоида с магнитным сердечником

$$B = \mu_0 \mu n I,$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; I – сила тока, протекающего по нему; μ – магнитная проницаемость вещества сердечника.

Индуктивность длинного соленоида объемом $V = SI$ с магнитным сердечником

$$L = \mu_0 \mu n^2 V.$$

Энергия W магнитного поля контура индуктивностью L , по которому течет ток I , равна

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии w магнитного поля (энергия, отнесенная к единице объема) равна:

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}.$$

Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея): при всяком изменении магнитного потока сквозь контур в нем возникает электродвижущая сила индукции, пропорциональная скорости изменения магнитного потока, т.е.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Если замкнутый контур содержит N последовательно соединенных витков, то в законе Фарадея магнитный поток Φ заменяется потокосцеплением контура $\Psi = N\Phi$. Тогда для такого контура

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Знак минус в законе электромагнитной индукции соответствует правилу Ленца: при всяком изменении магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную замкнутым контуром, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что его собственное магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток.

Количество электричества, протекающего по контуру сопротивлением R при изменении магнитного потока сквозь контур на величину $\Delta\Phi$, равно

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R}.$$

Явлением самоиндукции называется возникновение ЭДС индукции в цепи в результате изменения в ней силы тока.

Полный магнитный поток, сцепленный с контуром, равен

$$\Psi_c = LI,$$

где L – индуктивность контура; I – сила тока в контуре.

ЭДС самоиндукции для недеформируемого контура, находящегося в неферромагнитной среде ($L = \text{const}$), выражается следующим образом:

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}.$$

ЭДС самоиндукции является причиной возникновения в контуре тока самоиндукции.

Сила тока в цепи, обладающей постоянным сопротивлением R и индуктивностью L и содержащей постоянную ЭДС ε , изменяется:

а) при размыкании цепи по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}};$$

б) при замыкании цепи по закону

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right),$$

где $I_0 = \varepsilon / R$.

В идеальном LC колебательном контуре ($R = 0$) могут возникать незатухающие гармонические колебания:

а) заряда конденсатора

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha);$$

б) напряжения на конденсаторе

$$U = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \alpha) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha);$$

в) тока в контуре

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} + \alpha\right).$$

Собственная циклическая частота ω_0 колебаний в контуре – это число полных колебаний за 2π секунд:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Период незатухающих колебаний T – это время, в течение которого совершается одно полное колебание.

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \text{ – формула Томпсона;}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} .$$

В колебательном контуре в любой момент времени t :

а) электрическая энергия

$$W_3(t) = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \alpha) = \frac{C U_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha);$$

б) магнитная энергия

$$W_m(t) = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2(\omega t + \alpha) = \frac{1}{2} L q_m^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega t + \alpha);$$

в) полная энергия

$$W = W_3(t) + W_m(t) = \frac{C U_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{L I_m^2}{2} .$$

В реальном колебательном контуре ($R \neq 0$), если $\beta^2 < \omega_0^2$ могут возникать затухающие колебания. Коэффициент затухания $\beta = \frac{R}{2L}$.

Если $\beta^2 \geq \omega_0^2$, то вместо колебаний происходит аperiодический разряд конденсатора.

Сопrotивление контура, при котором колебательный процесс переходит в аperiодический, называется критическим

$$R_k = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} .$$

Затухающие колебания:

а) для заряда конденсатора

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \alpha);$$

б) для напряжения на конденсаторе

$$U = U_m e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Амплитуда заряда $q_m e^{-\beta t}$ и амплитуда напряжения $U_m e^{-\beta t}$ убывают с течением времени по экспоненциальному закону.

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T.$$

Здесь $A(t)$ – амплитуда колебаний в момент времени t ; $A(t+T)$ – амплитуда в момент времени $t+T$, т.е. через период затухающих колебаний.

Циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Теория Максвелла – последовательная теория единого электромагнитного поля, создаваемого произвольной системой зарядов и токов. В этой теории по заданному распределению зарядов и токов можно найти характеристики создаваемых ими электрического и магнитного полей. В основе теории Максвелла лежат уравнения, которые являются обобщением важнейших законов, описывающих электрические и магнитные явления: теоремы Остроградского-Гаусса, закон полного тока, закон электромагнитной индукции.

Первое уравнение Максвелла в интегральной форме является обобщением закона электромагнитной индукции Фарадея:

$$\oint \vec{E} \, d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}. \quad (1)$$

Смысл этого уравнения: переменное магнитное поле создает в любой точке пространства вихревое электрическое поле независимо от того, находится в этой точке проводник или нет.

Максвелл обобщил закон полного тока, предположив, что источником магнитного поля являются не только токи, но и перемен-

ные электрические поля. Количественной характеристикой магнитного действия переменного электрического поля является ток смещения. Плотность тока смещения равна

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Максвелл предположил, что закон полного тока в магнетостатике будет справедлив и для переменных магнитных полей, если в правую часть закона полного тока добавить ток смещения. Обобщенное таким образом уравнение является вторым уравнением Максвелла для электромагнитного поля:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = I + I_{\text{см}}, \quad (2)$$

$$\text{где } I_{\text{см}} = \int_S \vec{j}_{\text{см}} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля включает в себя еще теорему Остроградского-Гаусса для электрического и магнитного полей:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q \quad (3)$$

и

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (4)$$

Уравнения (1) – (4) представляют собой систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Эту систему уравнений дополняют уравнениями, характеризующими электрические и магнитные свойства среды. Эти уравнения имеют вид:

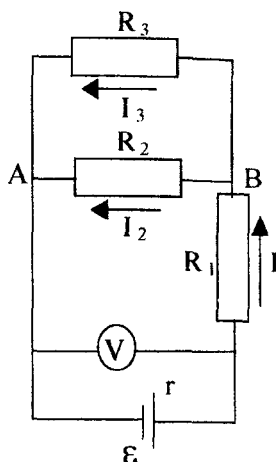
$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E};$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H},$$

где ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, а ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Примеры решения задач

Пример 1. В схеме, изображенной на рисунке, сопротивление $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, ЭДС = 10 В, его внутреннее сопротивление $r = 0,4 \text{ Ом}$. Определить сопротивление внешней цепи R , общий ток в электрической цепи I , токи I_1 и I_2 через сопротивления R_1 и R_2 , показания вольтметра U_B .



Решение: Последовательно сопротивлению R_1 включены два параллельных сопротивления R_2 и R_3 . Сопротивление внешней цепи

$$R = R_1 + R_{2,3}. \quad (1)$$

Общее сопротивление двух параллельно включенных сопротивлений R_2 и R_3 .

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получаем

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}; \quad R = 2 + \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 4,4 \text{ Ом}.$$

Общий ток I найдем, воспользовавшись законом Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}; \quad I = \frac{10}{4,4 + 0,6} = 2 \text{ А}. \quad (3)$$

В узле В ток I разветвляется на I_2 и I_3 , т.е.

$$I = I_2 + I_3. \quad (4)$$

Падение напряжения на параллельно включенных сопротивлениях R_2 и R_3 равно

$$I_2 R_2 = I_3 R_3. \quad (5)$$

Решив совместно уравнения (4) и (5), найдем

$$I_3 = \frac{IR_2}{R_2 + R_3}, \quad I_2 = I - I_3,$$

$$I_3 = \frac{2 \cdot 4}{4 + 6} = 0,8 \text{ A}, \quad I_2 = 1,2 \text{ A}.$$

Вольтметр показывает напряжение U_B на внешнем участке цепи. Оно может быть определено двумя способами:

- 1) как разность ЭДС источника и напряжения на сопротивлении источника:

$$U_B = \varepsilon - Ir; \quad U_B = 10 - 2 \cdot 0,6 = 8,8 \text{ В}.$$

- 2) показание вольтметра равно падению напряжения на внешней цепи:

$$U_B = IR; \quad U_B = 2 \cdot 4,4 = 8,8 \text{ В}.$$

Ответ: $I = 2 \text{ A}$; $R = 4,4 \text{ Ом}$; $I_2 = 1,2 \text{ A}$; $I_3 = 0,8 \text{ A}$; $U_B = 8,8 \text{ В}$.

Пример 2. Потребитель электроэнергии мощностью $P_n = 1 \text{ 000 Вт}$ находится на расстоянии $l = 50 \text{ км}$. Площадь поперечного сечения медных проводов $S = 0,443 \text{ см}^2$. Каким должно быть напряжение источника, чтобы потери напряжения в линии не превышали 4% от напряжения источника? Удельное сопротивление меди $\rho_m = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Решение: Провода линии и потребитель подключены к источнику последовательно, поэтому напряжение источника U будет равно сумме напряжения на линии U_n и напряжения на потребителе U_n , а ток в линии всюду одинаков, стало быть

$$U = U_n + U_n. \quad (1)$$

Используя закон Ома и условие, что потери напряжения не должны превышать $z = 0,04$, можно записать

$$U_n = R_n I \quad (2)$$

и

$$U_n = z U, \quad (3)$$

$$U_n = U(1 - z). \quad (4)$$

Силу тока определим, воспользовавшись формулой для мощности потребителя:

$$P_{\text{п}} = I \cdot U_{\text{п}} = I \cdot U(1-z),$$

откуда

$$I = \frac{P_{\text{п}}}{U(1-z)}. \quad (5)$$

Сопротивление двухпроводной линии равно

$$R_{\text{л}} = \frac{\rho_{\text{м}} 2l}{S}. \quad (6)$$

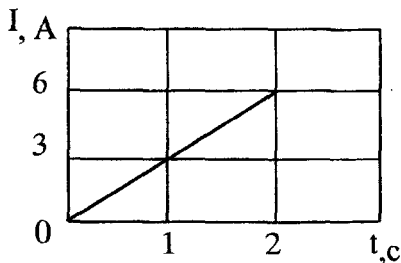
Используя уравнения (2), (3), (4), (5), найдем напряжение источника

$$U = \sqrt{\frac{P_{\text{п}} \rho_{\text{м}} 2l}{z(1-z)S}},$$

$$U = \sqrt{\frac{10^6 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^5}{0,04 \cdot (1-0,04) \cdot 0,443 \cdot 10^{-4}}} = 10 \cdot 10^4 \text{ В} = 100 \text{ кВ}.$$

Ответ: $U = 100 \text{ кВ}$.

Пример 3. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ нарастает в течение времени $\Delta t = 2 \text{ с}$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6 \text{ А}$ (см. рис.). Определить количество теплоты Q_1 , выделившееся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 – за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1 .



Решение: Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2 R t$ справедлив для постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени dt и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени $I = f(t)$.
В данном случае

$$I = k \cdot t, \quad (2)$$

где k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока, т.е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для определения количества теплоты Q_1 , выделившейся за первую секунду, выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от 0 до $t_1 = 1$ с, т.е.

$$Q_1 = k^2 R \int_0^{t_1} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R t_1^3; \quad Q_1 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20 \cdot 1^3 = 60 \text{ Дж}.$$

Для определения количества теплоты Q_2 , выделившейся за вторую секунду, выражение (3) проинтегрируем в пределах от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 2$ с, т.е.

$$Q_2 = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3);$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20 \cdot (2^3 - 1^3) = 420 \text{ Дж}.$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7 \text{ раз},$$

т.е. за вторую секунду выделилось количество теплоты в 7 раз большее, чем за первую.

Ответ: $Q_1 = 60$ Дж; $Q_2 = 420$ Дж; $Q_2/Q_1 = 7$.

Пример 4. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C , по которым текут в одном направлении электрические токи силой

$I = 60 \text{ А}$, расположены на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить магнитную индукцию \vec{B} поля, создаваемого проводниками с током в точке A (см. рис. 1), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5 \text{ см}$, от другого — $r_2 = 12 \text{ см}$.

Решение: Для нахождения магнитной индукции \vec{B} в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций \vec{B}_1 и \vec{B}_2 полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Направление векторов магнитной индукции, тока, магнитного поля, создаваемого прямолинейным проводником, определяется по правилу буравчика (правилу правого винта, см. рис. 2). Если вращать винт таким образом, чтобы его поступательное перемещение

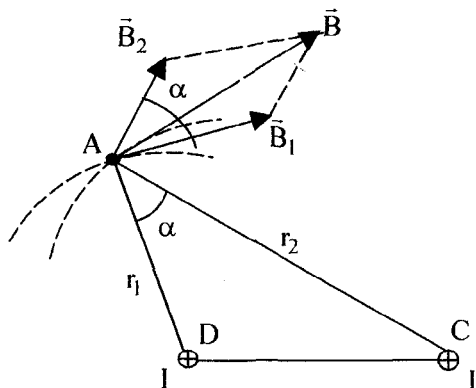


Рис. 1

совпадало с направлением тока в проводнике, то направление вращения рукоятки буравчика совпадает с направлением линий индукции, а вектор \vec{B} будет направлен по касательной к линии индукции в направлении вращения. Следовательно, $DA \perp AB_1$ и $CA \perp AB_2$.

Модуль вектора \vec{B} может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos(\pi - \alpha)} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 .

Магнитные индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки А

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Подставляя выражения для B_1 и B_2 в формулу (1), получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Вычислим $\cos \alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

где d – расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2};$$

$$\cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 12} \cdot \frac{23}{40}} \quad Tл = 3,06 \cdot 10^{-4} \quad Tл = 308 \text{ мкТл}.$$

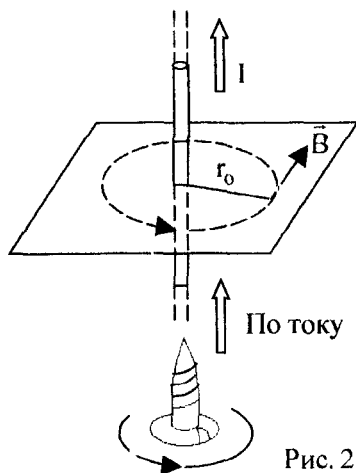
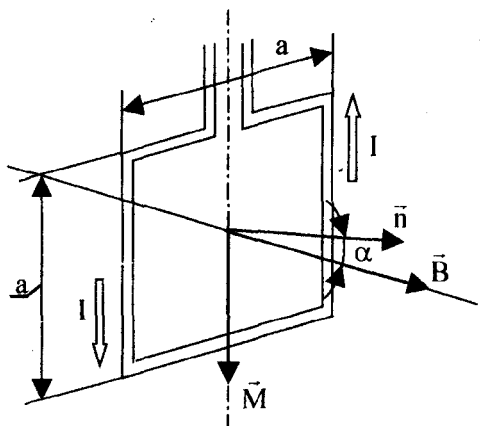


Рис. 2

Ответ: $B = 308$ мкТл.

Пример 5. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток $I = 100$ А, свободно установился в однородном



магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение: Работа A внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока I в контуре на $\Delta\Phi$ изменение магнитного потока, пронизывающего контур, т.е.

$$A = -I \Delta\Phi.$$

Магнитный поток

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где B – модуль вектора магнитной индукции; S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура \vec{n} и вектором магнитной индукции \vec{B} .

В однородном поле контур с током свободно устанавливается таким образом, что плоскость контура перпендикулярно вектору магнитной индукции, поэтому $\alpha = 0$.

Магнитный поток Φ , пронизывающий контур до перемещения, равен

$$\Phi = BS \cos 0^\circ = BS = Ba^2,$$

т.к. площадь S квадратной рамки равна

$$S = a^2.$$

После поворота на угол $\alpha_1 = 90^\circ$ магнитный поток через контур

$$\Phi_1 = B S \cos \alpha_1 = B S \cos 90^\circ = 0.$$

Изменение магнитного потока $\Delta\Phi_1$ через контур при его повороте на угол α_1 равно

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_1 &= \Phi_1 - \Phi; \\ -\Delta\Phi_1 &= \Phi - \Phi_1 = B a^2.\end{aligned}$$

Работа в этом случае

$$\begin{aligned}A_1 &= I B a^2; \\ A_1 &= 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 = 1 \text{ Дж}.\end{aligned}$$

После поворота контура на угол $\alpha_2 = 3^\circ$ магнитный поток через контур

$$\Phi_2 = B S \cos \alpha_2 = B a^2 \cos \alpha_2.$$

Изменение магнитного $\Delta\Phi_2$ потока через контур при его повороте на угол α_2 равен

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_2 &= \Phi_2 - \Phi = B a^2 (\cos \alpha_2 - \cos \alpha); \\ -\Delta\Phi_2 &= \Phi - \Phi_2 = B a^2 (\cos \alpha - \cos \alpha_2).\end{aligned}$$

Работа в этом случае

$$\begin{aligned}A_2 &= I B a^2 (\cos \alpha - \cos \alpha_2). \\ A_2 &= 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (\cos 0^\circ - \cos 3^\circ) = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,4 \text{ мДж}.\end{aligned}$$

Ответ: $A_1 = 1 \text{ Дж}$; $A_2 = 1,4 \text{ мДж}$.

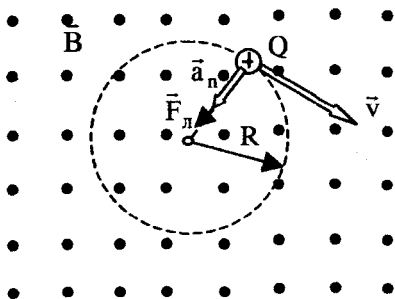
Пример 6. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600 \text{ В}$, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3 \text{ Тл}$ и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

Решение: Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, т.е. $\vec{v} \perp \vec{B}$. Так как сила Лоренца \vec{F}_L перпендикулярна вектору \vec{v} , то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение \vec{a}_n :

$$\vec{F}_L = m\vec{a}_n, \quad (1)$$

где m – масса протона.

На рисунке траектория протона лежит в плоскости чертежа. Силу Лоренца направим перпендикулярно вектору \vec{v} к центру окружности (векторы \vec{a}_n и \vec{F}_L сонаправлены). Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий (направление вектора \vec{B}). Вектор \vec{B} перпендикулярен плоскости чертежа и направлен вверх.



Перепишем выражение (1) в скалярной форме (в проекциях на радиус):

$$F_L = ma_n. \quad (2)$$

В скалярной форме $F_L = QvB\sin\alpha$. В нашем случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ и $\sin\alpha = 1$, тогда $F_L = QvB$. Так как нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$, то выражение (2) перепишем следующим образом:

$$QvB = \frac{mv^2}{R}, \quad (3)$$

откуда находим радиус окружности:

$$R = \frac{mv}{QB}. \quad (4)$$

Скорость протона v найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е

$$A = QU = W_{к2} - W_{к1},$$

где U – ускоряющая разность потенциалов, которую прошел протон; $W_{к1}$ и $W_{к2}$ – начальная и конечная кинетические энергии протона. Начальная кинетическая энергия протона $W_{к1} = 0$, конечная – $W_{к2} = \frac{mv^2}{2}$. Тогда получим

$$QU = \frac{mv^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), получим

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{Q}}. \quad (6)$$

Подставим в формулу (6) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,18 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 11,8 \text{ мм}.$$

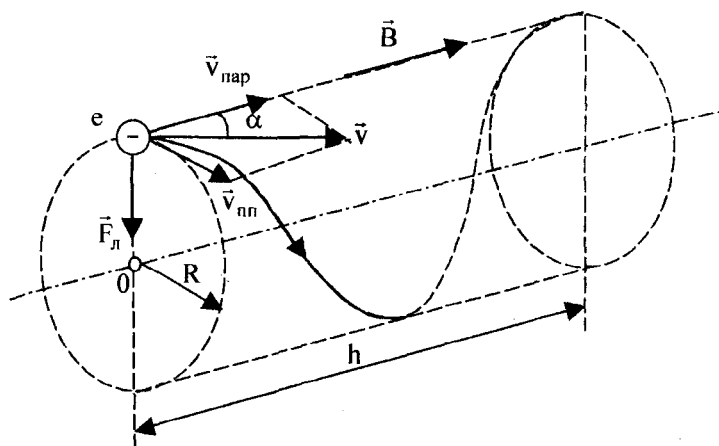
Ответ: $R = 11,8$ мм.

Пример 7. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл) по винтовой линии, радиус которой $R = 1$ см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

Решение: Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом $\alpha \neq \pi/2$ к линиям магнитной индукции.

Разложим, как это показано на рисунке, скорость электрона \vec{v} на две составляющие: параллельную вектору \vec{B} ($\vec{v}_{\text{пар}}$) и перпендикулярную ему ($\vec{v}_{\text{пн}}$). Скорость $\vec{v}_{\text{пар}}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой

линии. Скорость $\vec{v}_{\text{пл}}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_L \perp \vec{v}_{\text{пл}}$). В отсутствие параллельной составляющей ($\vec{v}_{\text{пар}} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям. Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью $\vec{v}_{\text{пар}}$ и равномерном движении по окружности со скоростью $\vec{v}_{\text{пл}}$.



Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\text{пл}}} \quad (1)$$

Найдем отношение $R/v_{\text{пл}}$. Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = v_{\text{пл}}^2/R$. Согласно второму закону Ньютона можно написать

$$F_L = ma_n$$

или

$$|e|v_{\text{пп}}B = \frac{mv_{\text{пп}}^2}{R}, \quad (2)$$

где $v_{\text{пп}} = v \sin \alpha$.

Выразим из (2) соотношение $R/v_{\text{пп}}$ ($R/v_{\text{пп}} = m/|e|B$) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}. \quad (3)$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс}.$$

Модуль скорости v , как это видно из рисунка, можно выразить через $v_{\text{пп}}$ и $v_{\text{пар}}$:

$$v = \sqrt{v_{\text{пп}}^2 + v_{\text{пар}}^2}.$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_{\text{пп}} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Параллельную составляющую скорости $v_{\text{пар}}$ найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T , электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу h винтовой линии, т.е. $h = Tv_{\text{пар}}$, откуда

$$v_{\text{пар}} = h/T.$$

Подставив вместо T выражение (3), получим

$$v_{\text{пар}} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким образом, модуль скорости электрона

$$v = \sqrt{v_{\text{пар}}^2 + v_{\text{пп}}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \sqrt{(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2 \cdot 3,14}\right)^2} =$$

$$= 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с} = 24,6 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: $T = 3,57 \text{ нс}$; $v = 24,6 \text{ Мм/с}$.

Пример 8. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно оси АВ, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0,04 \text{ Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля, и максимальное значение ЭДС индукции. Площадь поперечного сечения S катушки равна 100 см^2 .

Решение: Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Psi}{dt}. \quad (1)$$

Потокосцепление $\Psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = - N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток Φ , пронизывающий катушку в момент времени t , изменяется по закону $\Phi = B S \cos \omega t$, где B – магнитная индукция; S – площадь поперечного сечения катушки; ω – угловая скорость вращения катушки. Подставив в формулу (2) выражение для магнитного потока Φ и продифференцировав его по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t.$$

Заметив, что угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$ и что угол $\omega t = \pi/2 - \alpha$ (см. рисунок), получим (учтено, что $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$)

$$\mathcal{E}_i = 2\pi n NBS \cos \alpha.$$

Произведем вычисления:

$$\mathcal{E}_i = 2,3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 = 25,1 \text{ В.}$$

$$\mathcal{E}_{\max} = 2\pi n NBS; \quad \mathcal{E}_{\max} = 2,3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} = 50,2 \text{ В.}$$

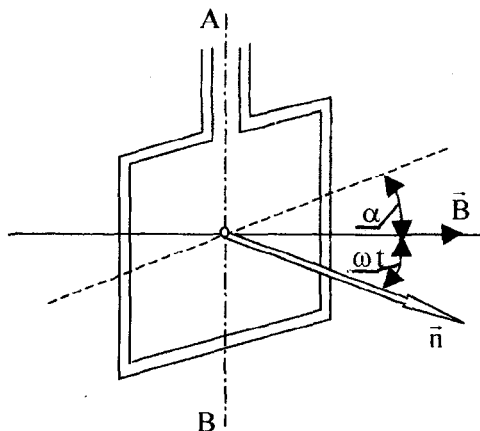
Ответ: $\mathcal{E}_i = 25,1 \text{ В}$; $\mathcal{E}_{\max} = 50,2 \text{ В}$.

Пример 9. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5 \text{ см}$ и сопротивлением $R = 10 \text{ мОм}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 40 \text{ мТл}$). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Решение: При выключении магнитного поля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникает ЭДС индукции, определяемая основным законом электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома для полной цепи $I_i = \mathcal{E}_i / R$, где R – сопротивление рамки. Тогда



$$I_1 R = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_1 = dQ/dt$, то это выражение можно переписать в виде

$$\frac{dQ}{dt} R = - \frac{d\Phi}{dt}, \text{ откуда } dQ = - \frac{d\Phi}{R}. \quad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем

$$\int_0^Q dQ = - \frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad \text{или} \quad Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Заметив, что при выключенном поле (в конечном состоянии) $\Phi_2 = 0$, последнее равенство переписывается в виде

$$Q = \Phi_1 / R. \quad (2)$$

Найдем магнитный поток Φ_1 . По определению магнитного потока

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha,$$

где S – площадь рамки.

В нашем случае (рамка квадратная) $S = a^2$. Тогда

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos \alpha. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$Q = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3}}{0,01} = 8,67 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 8,67 \text{ мКл}.$$

Ответ: $Q = 8,67 \text{ мКл}$.

Пример 10. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4 \text{ А}$ магнитный поток $\Phi = 6 \text{ мкВб}$. Опреде-

лить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение: Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением

$$\Psi = LI. \quad (1)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\Psi = N\Phi. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида:

$$L = N\Phi / I. \quad (3)$$

С учетом (3) энергия магнитного поля соленоида равна

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}N\Phi I.$$

Произведем вычисления:

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 1,8 \text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,4 \text{ мДж}.$$

Ответ: $L = 1,8 \text{ мГн}$; $W = 14,4 \text{ мДж}$.

Пример 11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 1,8 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $L = 0,2 \text{ Гн}$. Определить максимальную силу тока I_{\max} в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора $U_{\max} = 100 \text{ В}$.

Решение: Рассмотрим два способа решения задачи. Первый из них основан на исследовании уравнения свободных электромагнитных колебаний, второй – на законе сохранения энергии.

1-й способ. Если сопротивлением контура пренебречь, то $\omega = \omega_0$, и, следовательно, в этом контуре будут происходить незатухающие колебания. При этом

$$q = q_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Сила тока есть производная заряда по времени, поэтому

$$I = dq/dt = \omega_0 q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $\omega_0 q$ – максимальное значение силы тока в контуре.

Подставляя значение $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ в формулу (1) и учитывая равенство $q_{\max} = CU$, определяем искомую величину:

$$I_{\max} = \omega_0 q = CU_{\max} \sqrt{\frac{1}{LC}} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

2-й способ. В процессе незатухающих электромагнитных колебаний полная электромагнитная энергия контура остается постоянной. При этом в те моменты, когда конденсатор максимально заряжен, сила тока равна нулю. Следовательно, полная энергия контура

$$E_{\text{эл}} = \frac{CU_{\max}^2}{2}. \quad (2)$$

Когда конденсатор разряжен ($U = 0$), сила тока достигает максимального значения. Тогда полная энергия

$$E_{\max} = \frac{LI_{\max}^2}{2}. \quad (3)$$

Приравняв правые части уравнений (2) и (3), найдем

$$I_{\max} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$
$$I_{\max} = 100 \sqrt{\frac{1,8 \cdot 10^{-6}}{0,2}} = 0,3 \text{ А}.$$

Ответ: $I_{\max} = 0,3 \text{ А}$.

Контрольная работа № 2

401. Определить падение потенциала на сопротивлениях R_1 , R_2 и R_3 (рис. 3), если амперметр показывает 3 А, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 4$ Ом. Найти I_2 и I_3 – силу тока в сопротивлениях R_2 и R_3 .

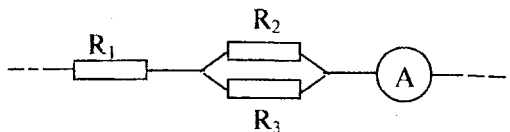


Рис. 3

402. Имеются два одинаковых элемента с ЭДС 2 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить бóльшую силу тока, если: 1) внешнее сопротивление 0,2 Ом, 2) внешнее сопротивление 16 Ом? Вычислить силу тока в каждом из этих случаев.

403. Определить силу тока, показываемую амперметром в схеме (рис. 4). Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи равно 2,1 В; $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 3$ Ом. Сопротивлением амперметра пренебречь.

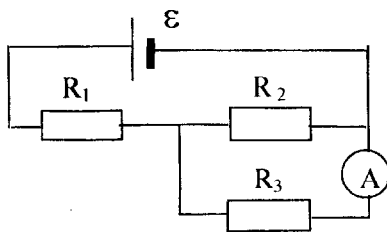


Рис. 4

404. В схеме рис. 5 $R_2 = 20$ Ом и $R_3 = 15$ Ом, а сила тока, текущего через сопротивление R_2 , равна 0,3 А. Амперметр показывает 0,8 А. Найти сопротивление R_1 .

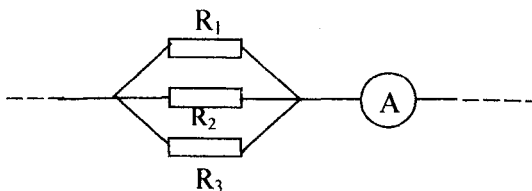


Рис. 5

405. В схеме на рис. 6 ЭДС батареи $\varepsilon = 100$ В, $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом и $R_4 = 34$ Ом. Найти: 1) силу тока, текущего через сопротивление R_2 ; 2) падение потенциала на этом сопротивлении. Сопротивлением батареи пренебречь.

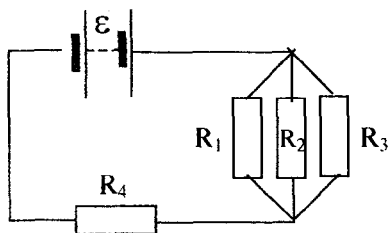


Рис. 6

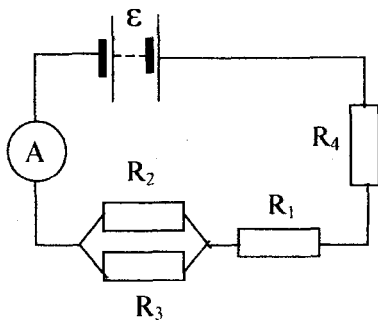


Рис. 7

406. В схеме на рис. 7 ЭДС $\varepsilon = 120$ В, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 25$ Ом и падение потенциала на сопротивлении R_1 равно 40 В. Амперметр показывает 2 А. Найти сопротивление R_2 . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

407. В схеме рис. 7 $\varepsilon = 10$ В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом и КПД 0,8. Падение потенциала на сопротивлении $R_1 = 4$ В, а на сопротивлении $R_4 = 2$ В. Какую силу тока показывает амперметр и чему равно падение потенциала на сопротивлении R_2 ?

408. В схеме рис. 8 ЭДС батареи $\varepsilon = 100$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом и $R_3 = 300$ Ом. Какое напряжение показывает вольтметр, если его сопротивление равно 2000 Ом? Сопротивлением батареи пренебречь.

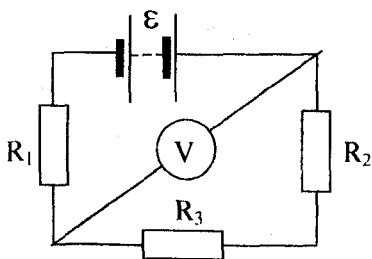


Рис. 8

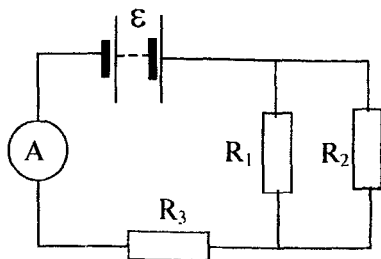


Рис. 9

409. В схеме рис. 8 $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом. Вольтметр показывает 100 В, сопротивление вольтметра $R_v = 1000$ Ом. Найти ЭДС батареи. Сопротивлением батареи пренебречь.

410. Найти показание амперметра в схеме рис. 9. ЭДС батареи 100 В, ее внутреннее сопротивление 2 Ом. Сопротивления R_1 и R_3 равны соответственно 25 Ом и 78 Ом. Мощность, выделяющаяся на сопротивлении R_1 , равна 16 Вт. Сопротивлением батареи пренебречь.

411. ЭДС батареи $\varepsilon = 80$ В, внутреннее сопротивление $r_1 = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

412. От батареи, ЭДС которой $\varepsilon = 600$ В, требуется передать энергию на расстояние $l = 1$ км. Потребляемая мощность $P = 5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводных проводов $d = 0,5$ см. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

413. От источника с напряжением $U = 800$ В необходимо передать потребителю мощность $P = 10$ кВт на некоторое расстояние.

Какое наибольшее сопротивление может иметь линия, чтобы потери мощности в ней не превышали 10% от передаваемой мощности?

414. Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление? Удельное сопротивление нихрома $\rho = 10^{-6}$ Ом·м.

415. Имеются три электрические лампочки, рассчитанные на напряжение 110 В каждая. Мощности лампочек равны соответственно 40, 40 и 80 Вт. Как надо включить эти лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Найти силу тока, текущего через лампочки при нормальном накале. Начертить схему.

416. В лаборатории, удаленной от генератора на 100 м, включили электрический нагревательный прибор, потребляющий 10 А. На сколько понизилось напряжение на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории? Сечение медных подводющих проводов 5 мм². Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

417. От батареи, ЭДС которой равно 500 В, требуется передать энергию на расстояние 2,5 км. Потребляемая мощность 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводющих проводов 1,5 см. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

418. По сети длиной 5 км необходимо передать энергию от источника с напряжением 110 кВ, имеющего мощность 50 кВт. Какого минимального диаметра должен быть медный провод, чтобы потери энергии в сети не превышали 2%? Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

419. От источника с напряжением 10 кВ требуется передать потребителю 500 кВт мощности. Потребитель находится на расстоянии 5 км. Допустимые потери мощности 2%, провода алюминиевые. Рассчитать минимальное сечение проводов. Какое необходимо

минимальное сечение проводов, если напряжение источника 100 кВ. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 2,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

420. От источника с напряжением 3,6 кВ необходимо передать потребителю 60 кВт мощности. Потребитель находится на расстоянии 10 км, провода медные. Падение напряжения на линии составляет 5%. Найти диаметр медных проводов. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

421. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом изменяется по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^2$ с⁻¹. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за время $t = 10^{-2}$ с.

422. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

423. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд q , прошедший через поперечное сечение проводника за время t , равное половине периода T , если начальная сила тока $I_0 = 10$ А, циклическая частота $\omega = 100\pi$ с⁻¹.

424. За время $t = 10$ с при равномерном возрастании тока от нуля до некоторого максимума, в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 40$ кДж. Определить среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике, если его сопротивление $R = 25$ Ом.

425. За время $t = 8$ с при равномерном возрастании тока, в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q , прошедший через проводник, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

426. Определить количество теплоты Q , выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

427. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время, равное четверти периода, если период $T = 0,02$ с, $I_0 = 4$ А.

428. Сила тока в проводнике изменяется по закону $I = I_0 \cos \omega t$. Найти заряд q , прошедший через поперечное сечение проводника за время t , равное четверти периода T , если начальная сила тока $I_0 = 5$ А, циклическая частота $100\pi \text{ с}^{-1}$.

429. Найти количество теплоты, которое выделяется в проводнике сопротивлением 5 Ом за промежуток времени от 5 до 10 секунд с момента включения тока, если: а) сила тока постоянна и равна 10 А; б) сила тока меняется со временем по закону $I = 6 + 3t$ (А).

430. По проводу сопротивлением $R = 6$ Ом протекло количество электричества $q = 30$ Кл. Определить количество теплоты, выделенное в проводнике, в следующих случаях: а) по проводу протекал постоянный ток в течение $t = 24$ с; б) сила тока в проводнике равномерно убывала до нуля в течение $t = 24$ с.

431. На рис. 10а изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Токи текут в разных направлениях. Расстояние AB между проводниками равно 10 см, $I_1 = 20$ А, $I_2 = 30$ А. Найти индукцию магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1 и M_2 . Расстояния $M_1A = 2$ см и $AM_2 = 4$ см.

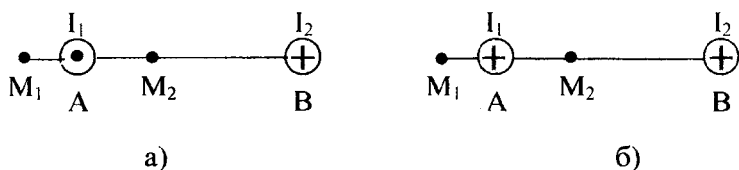


Рис. 10

432. На рис. 10б изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Токи текут в одном направлении. Расстояние AB между проводниками равно 10 см, $I_1 = 20$ А, $I_2 = 30$ А. Найти индукцию магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1 и M_2 . Расстояния $M_1A = 2$ см и $AM_2 = 4$ см.

433. На рис. 11 изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния $AB = BC = 5$ см, $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC , в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_1 , I_2 и I_3 , равна нулю. Токи I_1 и I_2 текут в одном направлении, ток I_3 – в противоположном направлении.

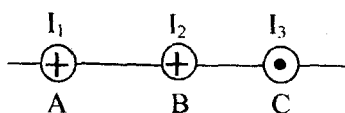


Рис. 11

434. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся в одной плоскости (рис. 12). Найти индукцию магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см, $BM_1 = CM_2 = 2$ см.

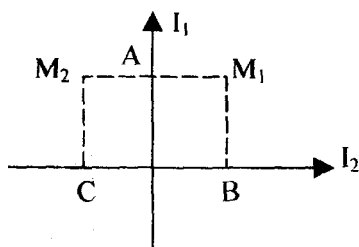


Рис. 12

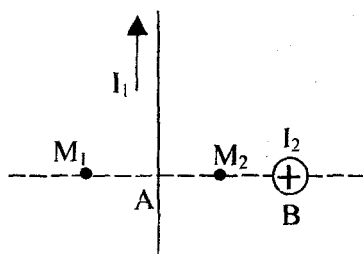


Рис. 13

435. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 13). Найти индукцию магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $AB = 2$ см.

436. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены параллельно на расстоянии 10 см друг от друга. По про-

водникам текут токи $I_1 = I_2 = 5 \text{ А}$ в противоположных направлениях. Найти числовое значение и направление индукции магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждого проводника.

437. Вычислить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком АВ прямолинейного проводника с током, в точке С, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него. По проводнику течет ток 20 А. Отрезок АВ проводника виден из точки С под углом 60° .

438. Ток 20 А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти индукцию магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см.

439. Найти индукцию магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии 3 см от его плоскости. Радиус контура 4 см, сила тока в контуре 2 А.

440. Индукция магнитного поля в центре кругового витка радиусом 11 см равна 80 мТл. Найти индукцию магнитного поля на оси витка на расстоянии 10 см от его плоскости.

441. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами, прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле и стали двигаться по окружностям радиусами $R_1 = 3 \text{ см}$ и $R_2 = 1,73 \text{ см}$. Определить отношение масс ионов.

442. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 500 \text{ В}$, попадает в однородное магнитное поле в вакууме и движется по окружности радиуса $R = 10 \text{ см}$. Определить модуль магнитной индукции, если скорость электрона перпендикулярна линиям магнитной индукции.

443. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 800 \text{ В}$ и, влетев в однородное магнитное поле $B = 47 \text{ мТл}$, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6 \text{ см}$. Определить радиус R винтовой линии.

444. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 300 \text{ В}$ и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом $R = 1 \text{ см}$ и шагом $h = 4 \text{ см}$. Определить магнитную индукцию B поля.

445. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 100 \text{ В}$ и, влетев в однородное магнитное поле ($B = 0,1 \text{ Тл}$), стала двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6,5 \text{ см}$ и радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определить отношение заряда частицы к ее массе.

446. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 300 \text{ В}$ и влетел в однородное магнитное поле ($B = 20 \text{ Тл}$) под углом $\alpha = 30^\circ$ к линиям магнитной индукции. Определить шаг h и радиус R винтовой линии, по которой будет двигаться протон в магнитном поле.

447. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , стала двигаться в однородном магнитном поле ($B = 50 \text{ мТл}$) по винтовой линии с шагом $h = 5 \text{ см}$ и радиусом $R = 1 \text{ см}$. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица.

448. Частица с зарядом $Q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ и кинетической энергией $W_k = 1 \text{ кэВ}$ попала в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,21 \text{ Тл}$ и стала двигаться по окружности радиусом 1 м . Определить период обращения частицы, ее скорость и массу.

449. Альфа-частица, кинетическая энергия которой равна 500 эВ , влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости ее движения. Индукция магнитного поля $0,1 \text{ Тл}$. Найти: 1) силу, действующую на частицу; 2) радиус окружности, по которой движется частица; 3) период обращения частицы.

450. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля $B = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$. Найти: 1) радиус витка винтовой линии; 2) шаг винтовой линии.

451. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течет ток $I = 6$ А, находится в магнитном поле ($B = 0,8$ Тл) под углом $\alpha = 60^\circ$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

452. Плоский контур с током $I = 5$ А свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0,4$ Тл). Площадь контура $S = 200$ см². Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 40^\circ$. Определить совершенную при этом работу A .

453. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 60$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 20$ мТл). Диаметр витка $d = 10$ см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?

454. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см². Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить магнитную индукцию B поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0,4$ Дж.

455. Плоский контур с током $I = 50$ А расположен в однородном магнитном поле ($B = 0,6$ Тл) так, что нормаль к контуру перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу, совершаемую силами поля при медленном повороте контура вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 30^\circ$.

456. Виток радиусом 5 см с током 1 А помещен в однородное магнитное поле с индукцией $6,28 \cdot 10^{-3}$ Тл так, что нормаль к витку составляет угол 60° с направлением поля. Какую работу совершат силы поля при повороте витка в положение, при котором \vec{B} перпендикулярно плоскости витка?

457. Прямой проводящий стержень длиной $l = 40$ см находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Концы стержня замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Со-

противление всей цепи $R = 0,5$ Ом. Какая мощность потребуется для равномерного перемещения стержня перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 10$ м/с?

458. Плоский проволочный контур площадью $S = 500$ см² вращают с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости контура и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить, **какая** выполняется работа при повороте контура за время t , равное четверти периода его вращения, если в начальном положении угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции равен нулю.

459. Проводник длиной 50 см, по которому течет ток 1 А, движется перпендикулярно магнитному полю с индукцией $0,25 \cdot 10^{-3}$ Тл ($\mu = 1$) со скоростью 50 км/ч. Определить работу перемещения проводника за 1 ч движения.

460. Проводник длиной 0,6 м и сопротивлением 0,025 Ом движется поступательно в плоскости, перпендикулярной магнитному полю с индукцией 0,5 мТл. По проводнику течет ток 4 А. Скорость движения проводника 0,8 м/с. Какая мощность больше: затраченная на перемещение проводника в магнитном поле или на его нагревание? Во сколько раз?

461. В однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл) равномерно с частотой $n = 5$ с⁻¹ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции магнитного поля, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов U .

462. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл вращается с частотой $n = 10$ с⁻¹ стержень длиной $l = 20$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его оси. Определить разность потенциалов U на концах стержня.

463. В проволочное кольцо с диаметром $d = 20$ см и сопротивлением $R = 10$ Ом вставили постоянный магнит. При этом по цепи

прошел заряд $Q = 50$ мкКл. Определить индукцию магнитного поля, создаваемую магнитом, в пределах кольца, если предположить, что в этой области поле однородно.

464. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,04$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,6$ Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 200$ см². Определить заряд Q , который пройдет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0° до 45° ; 2) от 45° до 90° .

465. Проволочный виток диаметром $D = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 0,3$ Тл). Плоскость витка составляет угол $\varphi = 40^\circ$ с линиями индукции. Какой заряд Q протечет по витку при выключении магнитного поля?

466. Рамка, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки $S = 50$ см². Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,05$ Тл). Определить максимальную ЭДС, которая индуцируется в рамке при ее вращении с частотой $n = 40$ с⁻¹.

467. На соленоид длиной 20 см и диаметром 4 см надето изолированное кольцо того же диаметра. По обмотке соленоида течет ток 0,1 А. Диаметр проволоки, из которой сделан соленоид, равен 0,1 мм. Определить ЭДС индукции в кольце, если за 0,01 с ток в его обмотке равномерно снижается до нуля.

468. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл, вращается катушка, состоящая из 200 витков. Ось вращения катушки перпендикулярна ее оси и направлению магнитного поля. Период обращения катушки равен 0,2 с, площадь поперечного сечения катушки 4 см². Найти максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.

469. На соленоид длиной 20 см и площадью поперечного сечения 30 см² надет проволочный виток. Соленоид имеет 320 витков, и по нему идет ток в 3 А. Какая средняя ЭДС индуцируется в наде-

том на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0,001 с?

470. Катушка из 100 витков площадью поперечного сечения 15 см^2 вращается с частотой 5 Гц в однородном магнитном поле индукцией 0,2 Тл. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и линиям индукции поля. Определить максимальную ЭДС индукции в катушке.

471. Соленоид сечением $S = 10 \text{ см}^2$ содержит $N = 10^3$ витков. При силе тока $I = 5 \text{ А}$ магнитная индукция B поля внутри соленоида равна 0,05 Тл. Определить индуктивность L и длину l соленоида.

472. На картонный каркас длиной $l = 0,8 \text{ м}$ и диаметром $D = 4 \text{ см}$ намотан в один слой провод диаметром $d = 0,25 \text{ мм}$ так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность L такого соленоида.

473. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 250$ витков и индуктивность $L_1 = 36 \text{ мГн}$. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 100 \text{ мГн}$, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

474. Индуктивность L соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна 0,5 мГн. Длина l соленоида равна 0,6 м, диаметр $D = 2 \text{ см}$. Определить отношение числа витков N соленоида к его длине l .

475. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10 \text{ см}^2$. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8 \text{ мТл}$. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0,8 \text{ мс}$.

476. Соленоид содержит 720 витков. При силе тока 0,5 А магнитный поток равен 0,4 мВб. Определить энергию магнитного поля соленоида и ЭДС самоиндукции при выключении тока за 0,1 с.

477. Чему равна объемная плотность энергии магнитного поля в соленоиде без сердечника, имеющего плотную однослойную намотку провода диаметром 0,1 мм, если по нему течет ток 0,1 А?

478. Соленоид без сердечника имеет плотную однослойную намотку провода диаметром 0,1 мм. Найдите энергию магнитного поля соленоида, если его длина 20 см, диаметр 4 см и по нему течет ток 0,1 А.

479. Катушка длиной 20 см и диаметром 3 см имеет 400 витков. По катушке идет ток силой 2 А. Найти: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

480. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность $2 \cdot 10^{-7}$ Гн. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} Дж/м³?

481. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,6$ мГн, емкость $C = 0,04$ мкФ. Максимальное напряжение на конденсаторе $U_{\text{max}} = 200$ В. Чему равна максимальная сила тока I_{max} в контуре и максимальный заряд q_{max} на конденсаторе? Сопротивление контура ничтожно мало.

482. Колебательный контур состоит из катушки без сердечника и плоского конденсатора. Катушка длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S_1 = 3 \text{ см}^2$ имеет 1000 витков. Площадь пластин конденсатора $S_2 = 75 \text{ см}^2$, расстояние между пластинами $d = 5$ мм. Диэлектрик – воздух. Определить период колебаний в контуре.

483. Три одинаково заряженных конденсатора емкостью $C = 0,5$ мкФ каждый соединяют в батарею и подключают к катушке, активное сопротивление которой $R = 20$ Ом и индуктивность $L = 0,02$ Гн. Во сколько раз будут отличаться периоды затухающих колебаний если конденсаторы один раз соединены параллельно, а второй – последовательно?

484. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дается в виде $I = -0,02 \cdot \sin 400\pi t$ (А). Индуктивность

контура 1 Гн . Найти: 1) период колебаний; 2) емкость конденсатора; 3) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора; 4) максимальную энергию магнитного поля; 5) максимальную энергию электрического поля.

485. Заряженный конденсатор емкостью $0,5 \text{ мкФ}$ подключили к катушке индуктивностью $5,0 \text{ мГн}$. Через какое время от момента подключения катушки энергия электрического поля конденсатора станет равной энергии магнитного поля катушки? Активным сопротивлением катушки пренебречь.

486. Какое сопротивление может иметь колебательный контур, состоящий из катушки индуктивностью 10 мГн и конденсатора емкостью $4,0 \text{ мкФ}$, чтобы в нем могли еще возникнуть электромагнитные колебания?

487. Определить частоту собственных колебаний в колебательном контуре, который состоит из конденсатора емкостью $2,0 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивности длиной $l = 0,1 \text{ м}$ и радиусом $r = 1,0 \text{ см}$, содержащей $N = 500$ витков, если магнитная проницаемость среды, заполняющей катушку, равна $\mu = 1$, а сопротивлением катушки можно пренебречь.

488. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $2,0 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $0,1 \text{ Гн}$ и сопротивлением 10 Ом . Определить логарифмический декремент затухания колебаний.

489. Определить активное сопротивление колебательного контура, индуктивность которого $L = 1,0 \text{ Гн}$, если через $t = 0,1 \text{ с}$ амплитудное значение разности потенциалов на обкладках конденсатора уменьшилось в $n = 4$ раза.

Определить частоту собственных колебаний колебательного контура, содержащего конденсатор емкостью $C = 0,5 \text{ мкФ}$, если максимальная разность потенциалов на его обкладках достигает $U_m = 100 \text{ В}$, а максимальная сила тока в катушке равна $I_m = 50 \text{ мА}$. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

Информационно-методическое обеспечение

Основная литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990-2002.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В. 3 т. Т. 2. – М.: Наука, 1988.
3. Савельев И.В. Курс физики: В. 3 т. Т. 2. – М.: Наука, 1989.
4. Савельев И.В. Курс общей физики: В. 5 кн. Кн. 2. – М.: Изд-во «Астрель АСТ», 2002.
5. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2001-2002.
6. Наркевич И.И., Волмянский Э.И., Лобко С.И. Физика для втузов. В 2 т. Т. 2. – Мн.: Вышэйшая школа, 1994.
7. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1973-1990; СПб: Спец. лит., Лань, 1999.
8. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1981, 1988.

Дополнительная литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики: В 5 т. Т. 3. – М.: Наука, 1983.
2. Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.Л. Основы физики. – М.: Высшая школа, 2001.
3. Сборник задач по курсу общей физики / Г.А. Загуста и др.; Под ред. М.А. Цедрика. – М.: Просвещение, 1989.
4. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. – М.: Наука, 1982, 1988, 2001.
5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. – М.: Высшая школа, 1994, 1996, 2003.

Содержание

Предисловие	3
Рабочая программа курса физики для специальностей строительного и горно- механического профилей	4
Методические указания по выполнению контрольных работ.....	9
Таблица 1. Варианты контрольной работы для специальностей, учебными планами которых предусмотрена по физике одна работа в семестре	11
Таблица 2. Варианты контрольной работы № 1 для специальностей, учебными планами которых предусмотрены по физике две работы в семестре	11
Таблица 3. Варианты контрольной работы № 2 для специальностей, учебными планами которых предусмотрены по физике две работы в семестре	12
Электростатика, Основные определения и формулы.....	13
Примеры решения задач.....	22
Контрольная работа № 1	47
Постоянный ток. Электромагнетизм, Основные определения и формулы.....	63
Примеры решения задач.....	78
Контрольная работа № 2	95
Информационно-методическое обеспечение.....	110

Учебное издание

КУЖИР Павел Григорьевич
САМОЙЛЮКОВИЧ Владимир Александрович
ТЕСЕВИЧ Борис Иванович

Ф И З И К А

Учебно-методическое пособие для студентов-заочников
строительного и горно-механического профилей

В 3-х частях

Часть 2

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Редактор Т.Н.Микулик

Подписано в печать 07.04.2003.

Формат 60x84 1/16. Бумага типографская № 2.

Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 6,5. Уч.-изд. л. 5,1. Тираж 600. Заказ 266.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

Лицензия ЛВ №155 от 30.01.2003. 220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.