

## КОЭФФИЦИЕНТЫ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ДЛЯ МУЛЬТИАКСИАЛЬНЫХ ТКАНЕЙ

Василевич Ю.В., Сахоненко В.М., Сахоненко С.В., Горелый К.А.,  
Малютин Е.В.

*Studies according to the estimation of coefficients of internal friction for the multiaksionalnykh cloths of prepregs are executed.*

Технологический процесс изготовления изделий из композиционно-волоконистых материалов состоит из следующих стадий: формование основных и свободных поверхностей заданной геометрии, т.е. получение полуфабрикатов в виде слоистой структуры семейств нитей пропитанных связующим; отверждение связующего; механическая обработка поверхностей изделия до требуемой точности. Особый интерес представляет стадия получения полуфабриката. Здесь можно производить некоторые дополнительные операции, позволяющие заменить механическую обработку после отверждения связующего. В этой связи альтернативой просверленным отверстиям является формование их методом прокалывания [1, 2] в еще неотвержденном полимерно-волоконистом материале конструкции. В процессе формования таких отверстий происходит раздвигание нитей и перемещение их на конечные расстояния.

Другой, не менее важной областью использования свойств неупругих перемещений является формование изделий на гибких оправках, например, торовых оболочек. Для этого на круглую оправку наматывается цилиндрическая оболочка. Дальнейшая трансформация оболочки происходит путем ее изгиба совместно с оправкой. Гибкие оправки могут быть разной конфигурации. Это зависит, скорее всего, от поставленной задачи, которую она должна выполнять.

Исследуемые здесь препреги представляют собой слоистые композиты, армированные под углом  $\pm\varphi_0$ , т.е. не имеют регулярной структуры и, следовательно, обладают четко выраженной анизотропией каждого слоя. Такие препреги изготавливаются на основе тканей гладкого переплетения, либо с использованием мультиаксиальных тканей. Тканые материалы, являющиеся, в основном, двумерными структурами, проявляют хорошую стабильность свойств в направлениях основы и утка. Кроме того, тканые материалы характеризуются более сбалансированными свойствами в плоскости ткани. На этом основании, если рассматривать задачи, которые приводят к деформациям, не выходящим за рамки слоев, то такую систему можно рассматривать как плоскую. Это может служить основанием в испытаниях плоских образцов, изготовленных из тканого материала.

Процесс прокалывания отверстий, изгиб оболочки в состоянии препрега и многие другие подобные операции, проводимые с препрегами, сопровождаются возникновением растягивающих напряжений в нитях, усилий сжатия нитей в поперечном направлении, взаимным смещением нитей одного семейства по нитям второго семейства. При этом в плоскости их соприкосновения возникает сила сопротивления их относительному скольжению, т.е. сила трения скольжения. Сила трения скольжения между семействами нитей может принимать любые значения от нуля до значения  $\tau^{тр}$ , называемого предельной силой трения скольжения.

Пусть в препрегах в качестве наполнителя используются мультиаксиальные ткани. Мультиаксиальная ткань - это текстильный нетканый материал, состоящий из нескольких слоев нитей, прошитых полиэфирной нитью. Каждый слой состоит из однонаправленных нитей, ориентированных в направлении в соответствии с требуе-

мой схемой армирования. Если многоволоконная стеклонить является некрученной или слабо крученной, то под действием внешней нагрузки она может двигаться в продольном направлении, несмотря на присутствие прошивной нити, которая находится в натянутом состоянии и окаймляет ячейками слой стеклонитей.

Так как прошивная нить в результате ткачества находится в натянутом состоянии, то нити основных слоев в каждой ячейке испытывают действие внешнего давления. Таким образом, к каждому семейству нитей основных слоев можно применить закон [3]

$$\tau_i^{\text{пп}} = k_i \cdot \sigma_n \sin^2 \alpha_i + \mu_i p, \quad (1)$$

где  $i$  – номер слоя;  $p$  – удельное давление сжатия слоев препрега в рассматриваемой точке;  $\alpha_i$  – угол, который составляет  $i$ -ый слой стеклонитей с прошивной нитью;  $\sigma_n$  – напряжение растяжения в прошивной нити;  $k_i$  и  $\mu_i$  – постоянные числа, отождествляемые с коэффициентами внутреннего трения.

Тканый препрег расположим между двумя жесткими поверхностями, создающими давление внутри препрега равное  $p$ . Перерезанную нить на расстоянии  $x_0$  от края образца, извлекаем силой  $T$  из ткани. Нагруженная таким образом нить сдвигается со смещением относительно других семейств нитей. Между вытягиваемой нитью и другими нитями возникает сила трения скольжения  $\tau$ , которая может возрасти до предельного значения  $\tau_1^{\text{пп}}$ , причем, если нить сдвигается со скольжением, то имеет место  $\tau = \tau_1^{\text{пп}}$ . В нагруженной нити возникают напряжения растяжения, которые можно вычислить, руководствуясь дифференциальным уравнением

$$\frac{d\sigma}{ds} + \frac{1}{h_1} \tau = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\tau = \tau_1^{\text{пп}} = k_1 \sigma_n \sin^2 \alpha_1 + \mu_1 p = \tau_1^0 + \mu_1 p$ .

Это дифференциальное уравнение получено в результате рассмотрения условий равновесия элемента нити длиной  $ds$  (см. рисунок 1).

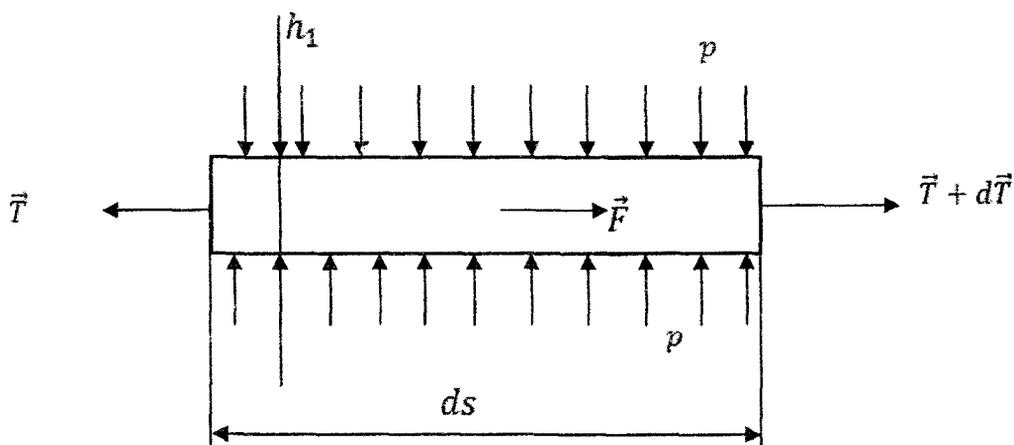


Рисунок 1 – Схема равновесия элемента дуги  $ds$

На рисунке 1  $T = \sigma h_1 b$ ;  $b$  – ширина нити;  $F = \tau_1^{\text{пп}} \cdot b \cdot ds$  – сила трения.

Основной признак установления направления действия силы  $\vec{F}$  заключается в том, чтобы направить ее по касательной к нити в сторону противоположную перемещению нити. Решение уравнения (2) с учетом граничного условия  $\sigma|_{s=0} = \sigma_0$  имеет вид

$$\sigma = -\frac{1}{h_1} (\tau_1^0 + \mu_1 p) \cdot s + \sigma_0. \quad (3)$$

Представление (3) является той функциональной зависимостью, с помощью которой можно производить сравнение результатов этой зависимости с результатами экспериментальных исследований.

При проведении испытаний использовались образцы, вырезанные из биаксиальной ткани. Ширина такого образца составляет  $d = 40$  мм, а длина  $l = 250$  мм. Направление длины образца совпадает с направлением испытываемого семейства нитей. Край образца, представляющий собой длину, параллелен испытываемому семейству нитей. Для испытаний была выбрана биаксиальная ткань ВХ-470. Слои нитей у такой ткани расположены под углом  $\pm 45^\circ$  к прошивной нити. Толщина этой ткани  $h = 0,52$  мм. Таким образом, толщина семейства однонаправленных нитей  $h_1 = 0,26$  мм. Количество нитей в полосе шириной  $d = 40$  мм равно 114 шт. Перед вырезом намеченные края образцов промазывались клеем, так как ткань очень подвижна и без этого невозможно сохранить целостность вырезанного образца. Учитывая симметричность расположения семейств нитей у ткани ВХ-470, испытаниям подвергался только один слой. Через  $\sigma_0^{ij}$  и  $s_0^i$  ( $i=1,2,3,4; j=0,1$ ) обозначены результаты проведенного испытания. Напряжения  $\sigma_0^{ij}$  и давление  $p_i$  вычислялись по формулам

$$\sigma_0^{ij} = \frac{m \sum_{k=1}^5 T_{ik}}{5dh_1}, \quad p_j = \frac{P}{dl}. \quad (4)$$

Здесь  $\sigma_0^{ij}$  является средним значением из пяти проведенных испытаний;  $m$  – количество нитей, расположенных в ткани шириной  $d$ ;  $P$  – сила, сдавливающая полосу ткани размером  $d \times l$ ;  $T_{ik}$  – сила, необходимая для выдергивания нити из полосы ткани;  $k$  – номер повтора испытания в  $i$ -ом эксперименте;  $h_1$  – толщина семейства одинаково направленных нитей;

Предполагаем, что в точке разреза нити напряжение  $\sigma|_{s=s_0} = \sigma_{01}$ , не исключая при этом, что  $\sigma_{01} = 0$ , так как в точке  $s = s_0$  сделан разрез нити. В этом случае из (3) имеем расчетную формулу

$$\sigma_0^{ij} = \frac{1}{h_1} (\tau_1^0 + \mu_1 p_j) \cdot s_0^i + \sigma_{01}^j \quad (i = 1,2,3,4; j = 0,1). \quad (5)$$

Результаты проведенных испытаний представлены в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость силы вытягивания нитей  $T_i$  из полосок биаксиальной ткани ВХ-470 от длины нитей  $s_0^i$  и величины внешней нагрузки  $P$

| №<br>эксп. | $s_0^i$ ,<br>мм | $T_{i1}$ ,<br>Н | $T_{i2}$ ,<br>Н | $T_{i3}$ ,<br>Н | $T_{i4}$ ,<br>Н | $T_{i5}$ ,<br>Н | $T_{i1}$ ,<br>Н | $T_{i2}$ ,<br>Н | $T_{i3}$ ,<br>Н | $T_{i4}$ ,<br>Н | $T_{i5}$ ,<br>Н |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|            |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |
| 1          | 100             | 0,4             | 0,35            | 0,35            | 0,4             | 0,5             | 6,5             | 7,0             | 7,5             | 6,0             | 6,5             |
| 2          | 150             | 0,6             | 0,7             | 0,8             | 0,6             | 0,7             | 13,0            | 3,5             | 14,0            | 13,5            | 14,5            |
| 3          | 200             | 0,9             | 0,8             | 0,8             | 1,0             | 0,9             | 18,5            | 19,0            | 19,5            | 19,0            | 19,5            |
| 4          | 250             | 1,0             | 0,9             | 1,1             | 1,2             | 1,2             | 24,5            | 24,0            | 24,5            | 23,5            | 24,5            |

Пусть вначале  $P = 0$ . Путем вычитания правых и левых частей в соответствующих равенствах (5) исключим из рассмотрения напряжение  $\sigma_{01}$

$$\sigma_0^{i0} - \sigma_0^{10} = \frac{\tau_1^0}{h_1} (s_0^i - s_0^1), \quad (i = 2, 3, 4).$$

Полученная формула позволяет найти напряжение  $\tau_1^0$ . Для этого воспользуемся методом наименьших квадратов. В результате найдем

$$\tau_1^0 = \frac{h_1}{3} \sum_{i=2}^4 \frac{\sigma_0^{i0} - \sigma_0^{10}}{s_0^i - s_0^1}. \quad (6)$$

Постоянную  $\mu_1$  определим тем же способом, используя данные испытаний при  $P \neq 0$ . Для этого расчетную формулу представим в виде

$$\sigma_0^{i1} - \sigma_0^{11} = \frac{\tau_1^0}{h_1} (s_0^i - s_0^1) + \frac{\mu_1}{h_1} p_1 (s_0^i - s_0^1).$$

Аналогично, используя предыдущую формулу и результаты испытаний, найдем

$$\mu_1 = \frac{1}{3p_1} \sum_{i=2}^4 \left( h_1 \frac{\sigma_0^{i1} - \sigma_0^{11}}{s_0^i - s_0^1} - \tau_1^0 \right). \quad (7)$$

Физический смысл напряжения  $\tau_1^0$  состоит в том, что это то сопротивление сдвигу нитей армирующего материала, которое обусловлено присутствием прошивной нити. Прошивная нить в какой-то мере способствует сжатию пакета нитей, в результате чего напряжение  $\tau_1^0$  можно считать как результат сжатия давлением  $p_{01}$  и поэтому имеем связь

$$\tau_1^0 = \mu_1 p_{01}.$$

Отсюда зная  $\tau_1^0$  и  $\mu_1$ , найдем давление  $p_{01}$ , которое своим присутствием в мультиаксиальной ткани обеспечивает ее целостность

$$p_{01} = \frac{\tau_1^0}{\mu_1}. \quad (8)$$

Для расчета минимального напряжения растяжения  $\sigma_{00} = \sigma_{01} |_{p=0}$  воспользуемся зависимостями (5) и результатами испытаний №1 - №4 при  $P=0$

$$\sigma_{00} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left( \sigma_0^{i0} - \frac{\tau_1^0}{h_1} s_0^{i0} \right). \quad (9)$$

Здесь и в других расчетных формулах напряжения  $\sigma_0^{ij}$  рассчитаны по формулам (4) с использованием данных из таблицы 1 в виде средних значений из пяти однородных испытаний. Расчеты для биаксиальной ткани ВХ-470 по формулам (6) - (9) приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты расчетов по формулам (6) - (9) для биаксиальной ткани ВХ-470

| $\sigma_{00}$ ,<br>МПа | $\tau_1^0$ ,<br>МПа | $\mu_1$<br>б/р | $p_{01}$ ,<br>МПа |
|------------------------|---------------------|----------------|-------------------|
| 1,05                   | 0,0091              | 1,402          | 0,00649           |

Анализ проведенных расчетов показывает, что напряжение  $\sigma_{01}$  в пограничной точке (если  $P = 0$ , то  $\sigma_{01} = \sigma_{00}$ ) нельзя считать равным нулю (погрешность вычислений этого параметра намного меньше его среднего значения), хотя, на первый взгляд, это напряжение все-таки должно быть равным нулю, так как оно вычисляется в точке, где нить разрезана. Такой парадокс можно объяснить путем согласования его с понятием предсдвигового состояния в точке разреза.

Пусть нить имеет достаточно большую длину. Если конец этой нити нагрузить растягивающей нагрузкой  $\sigma_0$ , то на какой-то длине во всех ее точках произойдет сдвиг со смещением. Другие точки нити будут находиться или в упругом равновесии или в состоянии покоя. Таким образом, между этими множествами существует граничная точка. Пусть в этой точке напряжение в нити равно  $\sigma_{01}$ , которое назовем предсдвиговым напряжением. Очевидно, напряжение  $\sigma_{01}$  в некоторой мере зависит от давления  $p$ . Непрерывное увеличение напряжения  $\sigma_0$  приведет к тому, что граничная точка совпадет с координатой  $s = s_0$ . Следовательно, мы попадаем в точку  $s = s_0$ , где произведен разрез нити, который фиксирует конец предсдвигового состояния. Ответ на поставленный вопрос будет таким – напряжение  $\sigma_0$  должно быть таким, чтобы в точке разреза нити  $s = s_0$  напряжения в нити были равными  $\sigma_{01}$ . Здесь правомочно провести сравнение с поведением функции в точке разрыва: односторонний предел и значение функции в точке разрыва могут не совпадать. Для напряжения  $\sigma_0$  точка  $s = s_0$  является точкой разрыва. Разрез служит только для фиксирования максимальной силы  $T$  в эксперименте. Другими словами, если бы не было разреза, то под действием максимальной силы  $T$  сдвиг со смещением остановился бы в точке  $s = s_0$ . При этом в точках, где  $s > s_0$  имеет место упругий сдвиг.

Для установления  $\sigma_{01}$  рассмотрим напряженное состояние участка нити, где отсутствует сдвиг со смещением. Для этого воспользуемся уравнением (2). В результате, с учетом того, что

$$\tau = G\gamma = \mu_0(p + p_{01})\gamma; \quad u = -\gamma \frac{h_1}{2}; \quad \frac{du}{ds} = \frac{\sigma}{E}, \quad (10)$$

уравнение (2) преобразуем к виду

$$\frac{d^2u}{ds^2} - k^2u = 0, \quad (11)$$

где  $k^2 = \frac{2\mu_0(p+p_{01})}{h_1^2 E}$ ;  $G$  - модуль сдвига;  $E$  - модуль упругости нити;  $\gamma$  - относительная деформация сдвига.

Отметим, что модуль сдвига  $G$  для препрегов принципиально другой по сравнению с той же характеристикой для твердых упругих тел. Модуль сдвига напрямую зависит от созданного давления между слоями. Чем больше давление, тем сильнее сцепление между слоями, так как одновременно расширяется поверхность соприкосновения слоев армирующего материала и поэтому увеличивается объем упругого деформирования. Такое обстоятельство повышает жесткость на сдвиг между слоями, даже если при этом отсутствует смещение. Упругий сдвиг тесно связан с понятием трения покоя, которое имеет прямую пропорциональную зависимость от давления [4]. В таком случае в первом приближении функциональная зависимость между модулем сдвига и давлением должна быть установлена в виде

$$G = \mu_0(p + p_{01}),$$

где  $\mu_0$  – некоторая постоянная, зависящая от состояния соприкасающихся поверхностей;  $p$  – давление между слоями препрега;  $p_{01}$  – давление внутри мультиаксиальной ткани, созданное прошивной нитью.

Разрешив дифференциальное уравнение (11), получим

$$u = c_1 e^{-ks} + c_2 e^{ks}.$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  – некоторые постоянные, причем  $c_2 = 0$ , так как  $u|_{s=+\infty} = 0$ . Воспользуемся равенствами (10) для нахождения  $\sigma$  и  $\tau$ . В результате найдем

$$\begin{aligned} u &= c_1 e^{-ks}, \\ \sigma &= -Ek c_1 e^{-ks}, \\ \tau &= -\frac{2(p + p_{01})\mu_0}{h_1} c_1 e^{-ks}. \end{aligned} \quad (12)$$

Установим теперь функциональные зависимости для  $\sigma_{01}$  когда  $P \neq 0$ . Для этого приравняем это значение напряжения и силу трения их же значениям, определяемым по формулам (12)

$$\begin{aligned} \sigma_{01} &= -Ek c_1 e^{-ks_0}, \\ \mu_1(p + p_{01}) &= -\frac{2(-p + p_{01})}{h_1} c_1 e^{-ks_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из системы (13) найдем

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_1}{\sigma_{01}} \right)^2 E(p + p_{01}).$$

Параметр  $\mu_0$  не должен зависеть от  $p$ , следовательно, полагая в предыдущей формуле  $p=0$ , а  $\sigma_{01} = \sigma_{00}$ , найдем

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_1}{\sigma_{00}} \right)^2 E \cdot p_{01}. \quad (14)$$

В результате для  $\sigma_{01}$  имеем следующую зависимость

$$\sigma_{01} = \sigma_{00} \sqrt{\frac{p + p_{01}}{p_{01}}}. \quad (15)$$

**Вывод.** Выражения (14) и (15) для  $\mu_0$  и  $\sigma_{01}$  могут быть использованы в вычислительных операциях, связанных с задачами о препрегах, а также в теоретических исследованиях при построении математической модели препрегов. Зависимости могут быть использованы и для тканей, не пропитанных связующим. Следует подчеркнуть, что коэффициенты внутреннего трения постоянны при условии неизменности параметров внешней среды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Способ образования отверстий в изделиях из армированных пластмасс: а.с. / Е.П. Либерт, В.М. Сахоненко. – № 1431952; заявл. 01.09.86; опубл. 22.06.88.
2. Способ получения отверстий в композиционном материале: а.с. / А.В. Колганов, В.М. Сахоненко. – № 1445978; заявл. 31.07.86; опубл. 22.08.88.
3. Василевич, Ю.В. Функциональные зависимости для сил внутреннего трения при деформации препрегов / Ю.В. Василевич, В.М.Сахоненко, С.В.Сахоненко, К.А. Горелый, Е.В. Малютин // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 3 (16). – С. 31–33.
4. Крагельский, И.В. Трение и износ / И.В. Крагельский. – М.: Машиностроение, 1962. – 370 с.