## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КИРША В УСЛОВИЯХ РАДИАЦИОННОГО ОБЛУЧЕНИЯ

## Ширвель П.И., Сергей А.А., Костюк Д.Н.

This article considers the problems of decision Kirsch's task under creep and radiation swelling. The aim of the paper is to produce a model of solve steady stress state for infinitely long plate. A numerical solution has been proposed to solve this problem under creep and radiation strains. A mathematical model has been constructed. The computer program of decision for Kirsch's task in package MathCAD has been programmed. Graphic distributions of stresses have been received. All the obtained results have passed through checking procedures.

Введение. Точное аналитическое решение задачи об определении напряженнодеформированного состояния (НДС) одноосно растянутой пластины, ослабленной круговым отверстием (задача Кирша) в упругой постановке приведено во многих классических трудах, например [1,2]. В настоящей работе рассмотрим одну из подобных задач, которая не имеет аналитического решения. Это задача о бесконечной пластине, ослабленной круговым отверстием, которая на бесконечности нагружена равномерно распределенным растягивающим напряжением и находится длительное время под действием потока быстрых нейтронов, вызывающего радиационную ползучесть материала пластины. Конечная цель нашего исследования – создать механико-математическую модель НДС для механического и радиационного нагружения с учетом ползучести, а также численно решить данную задачу и определить характер напряженного состояния вблизи отверстия.

Постановка задачи и основные предположения. Рассмотрим НДС бесконечной тонкой пластины, ослабленной круговым отверстием. Тело, находящееся в естественном ненапряженном состоянии, подвергается воздействию интенсивного радиационного облучения и механического нагружения (одностороннее растягивающее напряжение). Геометрия задачи такова, что в ней удобнее рассматривать цилиндрическую систему координат 0,  $r, \theta, z$ . Ось z которой совпадает с центром отверстия, а оси r,  $\theta$  лежат в плоскости перпендикулярной оси z (рисунок 1). Учитывая характер нагрузки, можно предположить, что мы имеем дело с плоским напряженным состоянием, причем главные оси тензора напряжения и тензора деформаций совпадают с направлением координатных осей. Что касается  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{\theta\theta}$ , то они зависят только от r, а компонента напряжений  $\sigma_{zz} = 0$  (предполагаем, что тело находится в условиях плоского напряженного состояния).



Рисунок 1 – Геометрия тонкой пластины с отверстием

Для того чтобы построить решение задачи, вырежем окружностью радиуса  $R_2$ , имеющей общий центр с малой окружностью радиуса  $R_1$ , из пластинки такую часть, что напряжения по окружности радиуса  $R_2$  почти не будут отличаться от напряжений в пластинке без отверстия. Таким образом, задача об одноосном растяжении прямоугольной пластинки силой P сводится к расчету пластинки в виде кольца (рисунок 2) с учетом облучения в условиях ползучести.



Рисунок 2-Постановка задачи

Условия равновесия (уравнения статики) в общем виде для рассматриваемой задачи:

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0.$$
(1)

Заметим, что в правых частях (1) в общем виде в случае динамических или ударных нагрузок также должны присутствуют инерционные силы (динамический член), а в левых объемные (массовые) силы.

В качестве физических соотношений воспользуемся уравнениями взаимосвязи тензора деформации и тензора напряжений, считая, что справедлив принцип аддитивности для деформаций различного происхождения.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^n, \tag{2}$$

где  $\varepsilon_{ij}^{n}$  – тензор неупругих деформаций.

Для неупругих деформаций имеем:

$$\varepsilon^{n}{}_{ij} = \delta_{ij}\varepsilon^{s}{}_{ij} + \varepsilon^{c}{}_{ij}. \tag{3}$$

Здесь индекс *с* обозначает ползучесть, *i*,*j*=*r*, $\theta$ ,*z*. В соотношениях, используемые при механическом анализе в случае упругого деформирования, добавим к упругим деформациям члены, описывающие радиационные деформации ( $\varepsilon^S$ ) материала и постоянно накапливаемые деформации, вызванные ползучестью. Причем, учитывая изотропность материала  $\delta_{ij} \cdot \varepsilon^S_{ij} = \varepsilon^S (\delta_{ij}$  – символ Кронекера, равный единице при равенстве индексов и нулю при *i*≠*j*). Деформации ползучести, могут меняться во всех трех направлениях *z*, *r*,  $\theta$ .

Таким образом, физические уравнения, устанавливающие зависимость между тензорами σ<sub>ij</sub> и ε<sub>ij</sub> приобретают вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1}{E(\Phi,T)} (\sigma_{rr} - \nu(\Phi,T) \cdot (\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})) + \varepsilon^{S} + \varepsilon_{rr}^{c};$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E(\Phi,T)} (\sigma_{\theta\varepsilon} - \nu(\Phi,T) \cdot (\sigma_{rr} + \sigma_{zz})) + \varepsilon^{S} + \varepsilon_{\theta\theta}^{c};$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E(\Phi,T)} (\sigma_{zz} - \nu(\Phi,T) \cdot (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})) + \varepsilon^{S} + \varepsilon_{zz}^{c}.$$
(4)

Здесь  $E(\Phi)$  и  $v(\Phi)$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона после облучения;  $\Phi$  – интегральный нейтронный поток (флюенс нейтронов);  $\varepsilon^{S}$  – объемные изотропные деформации радиационного распухания:

$$3\varepsilon^{S} = S[\Phi, T], \tag{5}$$

Считаем, что напряжения не достигают предела текучести материала во время действия нагрузок (облучение, механическое воздействие). При решении задачи будем представлять механические свойства материалов как известные функции накоппения радиационных дефектов, вызывающих изменение указанных констант.

Геометрические уравнения кинематической взаимосвязи между компонентами вектора перемещений и тензора деформаций є<sub>іі</sub> определяются соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr}; \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r}.$$
 (6)

Граничные условия в общем виде можно задать в следующем виде:

$$\sigma_{ij}l_j = P_i, \tag{7}$$

где  $l_j = \cos(n, x_j)$  – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности тела,  $P_i$  – вектор поверхностного нагружения (поверхностные силы).

Заметим, что для случая всестороннего (двухосного) растяжения пластины граничные условия имели бы вид (8),(9), весьма удобный для решения краевой задачи.

$$\sigma_{rr}(R_1) = 0; \tag{8}$$

$$\sigma_{rr}(R_2) = P. \tag{9}$$

Кстати решение для такого случая в условиях ползучести известно [3].

В нашем же случае, имеет место одностороннее растяжении прямоугольной пластинки, и решение сводится к расчету пластинки в виде кольца, у которого напряжения на косых площадках при растяжении определяются проекциями растягивающей силы (рис.2). Так, для произвольной точки, лежащей на внешней поверхности окружности, воздействие растягивающих усилий раскладывается на компоненты:

$$\sigma_{rr} = P_r = P \cdot Cos\theta; \tag{10}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = P_{\theta} = -P \cdot Sin\theta. \tag{11}$$

Таким образом, задача заключается в определении НДС с учетом влияния нейтронного облучения, вызывающего физически нелинейных эффекты в материале. Данную краевую задачу будем решать в перемещениях.

Предполагаем, что процесс деформирования не оказывает существенного влияния на температурное поле тела (деформирование элементарного объема не приводит к выделению или поглощению тепла в нем.), т.е. будем рассматривать несвязанную задачу механики. Характеристики материала берем осредненными для данного диапазона облучения. Задачу решаем в квазистатической постановке, т.е. считаем, что механическое нагружение и облучение тела протекают достаточно медленно так, что в каждый отдельный момент времени тело находится в равновесном состоянии и динамическими явлениями можно было пренебречь.. Все константы, входящие в выражения для ползучести и радиационного распухания, будем использовать как средние по области, в пределах которой интегрируются уравнения. Предполагаем, что деформации радиационной ползучести представляет собой дисторсию и не приводят к изменению объема. Считаем, что абсолютное значение и характер распределение деформации радиационного распухания (изменение объема материала при облучении) определяется интегральным нейтронным потоком (флюенсом нейтронов).

В случае определения НДС за пределом упругости также предполагаем, что:

- материал пластины принят изотропным и одинаково сопротивляющимся деформациям растяжения-сжатия.
- девиатор тензора деформаций пропорционален девиатору тензора напряжений;
- Принятые вышеперечисленные допущения позволяют приступить к построению численного решения для рассматриваемой задачи.

Механико-математическая модель. Таким образом, если принять за основные функции неизвестные перемещения, то решение задачи можно свести к интегрированию дифференциального уравнения в перемещениях. Действительно, заменяя в дифференциальных уравнениях равновесия (1) компоненты напряжений через компоненты деформаций согласно физическим уравнениям (4), а затем с помощью геометрических уравнений Коши (6) представляя компоненты деформаций через радиальное перемещение, получаем уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{(1+\nu)}{3} \frac{dS}{dr} + \frac{d\varepsilon_{rr}^c}{dr} + \nu \frac{d\varepsilon_{\theta\theta}^c}{dr} + \frac{(1-\nu)}{r} \left(\varepsilon_{rr}^c - \varepsilon_{\theta\theta}^c\right).$$
(12)

Уравнение (12) – синтез статических, геометрических и физических решений задачи.

Главные напряжения будут связаны с деформациями и перемещениями зависимостями:

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \varepsilon_{rr} + \nu \varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{rr}^{\ c} - \nu \varepsilon_{\theta\theta}^{\ c} - \frac{(1+\nu)}{3} S \right) = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - \varepsilon_{rr}^{\ c} - \nu \varepsilon_{\theta\theta}^{\ c} - \frac{(1+\nu)}{3} S \right)$$
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \nu \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{\theta\theta}^{\ c} - \nu \varepsilon_{rr}^{\ c} - \frac{(1+\nu)}{3} S \right) = \frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \nu \frac{du}{dr} + \frac{u}{r} - \varepsilon_{rr}^{\ c} - \nu \varepsilon_{\theta\theta}^{\ c} - \frac{(1+\nu)}{3} S \right)$$
(13)

Перемещения должны удовлетворять граничным условиям на поверхности, которые с учетом соотношений Коши и физических уравнений принимают следующий вид для радиального напряжения:

$$\frac{du}{dr} + v \cdot \frac{u}{r} - (1+v)\frac{S}{3} = P_r \cdot \frac{(v^2 - 1)}{E} + \varepsilon_{rr}^c + v\varepsilon_{\theta\theta}^c \quad \text{при } \mathbf{r} = \mathbf{R}_2, \ \theta = 0; \pi/2$$
(14)

$$\frac{du}{dr} + v \cdot \frac{u}{r} - (1+v)\frac{S}{3} = P_r \cdot \frac{(v^2 - 1)}{E} + \varepsilon_{rr}^c + v\varepsilon_{\theta\theta}^c \quad \text{при } \mathbf{r} = \mathbf{R}_1, \ \theta = 0; \pi/2$$
(15)

Для окружного напряжения граничные условия дополнительно можно записать как

$$\frac{u}{r} + v \frac{du}{dr} - (1+v) \frac{S}{3} = P_{\theta} \cdot \frac{(v^2 - 1)}{E} + v \varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^c \quad \text{при } \mathbf{r} = \mathbf{R}_2, \ \theta = 0,$$
(16)

$$\frac{u}{r} + v \frac{du}{dr} - (1+v)\frac{S}{3} = P_{\theta} \cdot \frac{(v^2 - 1)}{E} + v\varepsilon_{rr}^c + \varepsilon_{\theta\theta}^c \quad \text{при } \mathbf{r} = \mathbf{R}_2, \ \theta = \pi/2.$$
(17)

Зададим деформации в правых частях определяющих выражений (12-17). Скорость распухания большинства конструкционных материалов в общем случае можно записать в виде [4,5]:

$$\frac{dS}{dt} = f_s(T,\phi,t). \tag{18}$$

Здесь  $f_s(T, \Phi, t)$  – функция, определяемая на основе экспериментальных данных.

Считаем, что пластина под действием облучения потока быстрых нейтронов (Е > 0.1 МэВ) распухает равномерно. Следовательно, тензор радиационных напряжений равен нулю, в отличие от тензора радиационных деформаций ( $\varepsilon^{s}=1/3S\neq0$ ). Скорость распухания материала зададим равной [5]:

$$\dot{S} = 8.28 \cdot 10^{-10} \,(\mathrm{y}^{-1}).$$
 (19)

Для обозначения эффекта ползучести облучаемых материалов при относительно низких температурах, когда ползучесть, обусловленная термической активацией, практически отсутствует, введен термин радиационная ползучесть. Результаты экспериментальных исследований радиационной ползучести и их анализ приводится в различных работах применительно к атомному машиностроению. Зададим радиационную ползучесть, характерную в нашем случае для высоких флюенсов нейтронов. На основании многочисленных экспериментальных данных установлены следующие основные закономерности радиационной ползучести [6]:

$$\dot{\varepsilon}_{u}^{c} = K\sigma_{u}, \qquad (20)$$

где о<sub>и</sub> – интенсивность напряжений, а *K*, – модуль радиационной ползучести, равный в нашем случае:

$$K = 1.15 \cdot 10^{-8}.$$
 (21)

Для определения деформаций ползучести рассматриваемой модели НДС используем теорию течения [7,8]. Таким образом, при известном законе изменения интенсивности скорости радиационной ползучести (20), скорости деформации ползучести на каждом временном шаге определим из выражений:

$$\varepsilon_{ijn}^{c} = \varepsilon_{ij(n-1)}^{c} + \Delta_{n}\varepsilon_{ij}^{c};$$

$$\Delta_{n}\varepsilon_{ij}^{c} = \dot{\varepsilon}_{ij(n-1)}^{c}\Delta_{n}t;$$
(22)

В (22) определяющие уравнения скоростей деформации ползучести для плоского напряженного состояния имеют вид:

$$\dot{\varepsilon}_{rr(n-1)}^{c} = \frac{\dot{\varepsilon}_{u(n-1)}^{c}}{\sigma_{u(n-1)}} \left( \sigma_{rr} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{2} \right)_{(n-1)};$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta(n-1)}^{c} = \frac{\dot{\varepsilon}_{u(n-1)}^{c}}{\sigma_{u(n-1)}} \left( \sigma_{\theta\theta} - \frac{\sigma_{rr}}{2} \right)_{(n-1)};$$

$$\dot{\varepsilon}_{zz(n-1)}^{c} = -\frac{1}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{u(n-1)}^{c}}{\sigma_{u(n-1)}} \left( \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{rr} \right)_{(n-1)};$$

$$\dot{\varepsilon}_{u}^{c} = f(\sigma_{u}, t, \Phi(r)).$$
(23)

Здесь  $\sigma_u$  – интенсивность напряжений, найденная в результате решения радиационно-упругой задачи:

$$\sigma_{\mu} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}\right)^2 + \sigma^2_{\theta\theta} + \sigma^2_{rr}}, \qquad (24)$$

или

$$\sigma^{2}_{\ \mu} = \sigma^{2}_{\ \theta\theta} + \sigma^{2}_{\ rr} - \sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta}. \tag{25}$$

Таким образом, определение НДС поставленной задачи сводится к решению уравнения равновесия (12) с учетом граничных условий (14-17).

Для определения НДС с учетом вязкоупругих свойств необходимо разрешить задачу упругого деформирования относительно основных характеристик НДС без ползучести (или при нулевом времени). В данном случае для численного решения краевой задачи (12) необходимо перейти от неоднородного дифференциального уравнения второго порядка к системе нелинейных уравнений, линеаризовать уравнения и получить решение полученной системы. Таким образом, заменяя производные по радиусу центральными разностями, систему дифференциальных уравнений сводим к разностной системе нелинейных уравнений относительно искомых функций перемещения.

Для замены дифференциального оператора конечно-разностным разобьем отрезок  $[R_1; R_2]$  равноотстоящими точками:

$$r_i = R_1 + ih, \quad h = \frac{R_2 - R_1}{m}, \quad i = 0, 1, ..., m.$$
 (26)

Производные от функции *u*(*r*) в каждом из узлов заменим разностными отношениями, при этом будем пользоваться следующими соотношениями:

$$\frac{du}{dr} = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + O(h^2),$$

$$\frac{d^2u}{dr^2} = \frac{u_{i+1} - 2u_i - u_{i-1}}{h^2} + O(h^2).$$
(27)

Заменим в (12) производные функции u(r) на разностные отношения, придем к решению разностной системы уравнений (для времени  $t_0=0$ ):

$$\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} - \frac{1}{r_i^2} \cdot u_i = 0,$$

$$\frac{u_m - u_{m-1}}{h} + v \cdot \frac{u_m}{R} = P_r \frac{(v^2 - 1)}{E} + (1 + v) \frac{S}{3}, npu : r_m = R_2,$$

$$\frac{u_1 - u_0}{h} + v \cdot \frac{u_1}{R} = P_r \frac{(v^2 - 1)}{E} + (1 + v) \frac{S}{3}, npu : r_0 = R_1.$$
(28)

Систему алгебраических разностных уравнений (28) будем решать методом матричной прогонки, подробно описанного в работе [9]. Для вычисления коэффициентов прогонки в настоящей работе получены все рекуррентные соотношения. И, так как коэффициент разностной системы, представленной в каноническом виде, меньше по абсолютной величине единицы, следовательно, при вычислении коэффициентов прогонки ошибки округления не возрастают, что позволяет надеяться, что метод решения сходящийся.

Зная вектор перемещения по указанным выше формулам (13) необходимо построить тензоры напряжений. После чего необходимо определить значение деформации ползучести для первого промежутка времени *dt* по выражениям (22), (23) и пересчитать величины тензоров деформаций и напряжений с учетом ползучести материала за текущий промежуток времени для краевой задачи (29).

$$\frac{\frac{u^{n}_{i+1}-2u^{n}_{i}+u^{n}_{i-1}}{h^{2}}+\frac{1}{r_{i}}\cdot\frac{u^{n}_{i+1}-u^{n}_{i-1}}{2h}-\frac{1}{r_{i}^{2}}\cdot u^{n}_{i}=\frac{d\varepsilon^{(n-1)}_{rr}}{dr}+v\frac{d\varepsilon^{(n-1)}_{\theta\theta}}{dr}+\frac{(1-v)}{r}\left(\varepsilon^{(n-1)}_{r}-\varepsilon^{(n-1)}_{\theta\theta}\right)}{k}$$

$$\frac{u^{n}_{m}-u^{n}_{m-1}}{h}+v\cdot\frac{u^{n}_{m}}{R}=P_{r}\frac{(v^{2}-1)}{E}+(1+v)\frac{S}{3},npu:r_{m}=R_{2},\theta=0;\frac{\pi}{2};$$

$$\frac{u^{n}_{1}-u^{n}_{0}}{h}+v\cdot\frac{u^{n}_{1}}{R}=P_{r}\frac{(v^{2}-1)}{E}+(1+v)\frac{S}{3},npu:r_{0}=R_{1},\theta=0;\frac{\pi}{2}.$$
(29)

Подобным образом, производится построение численного решение задачи с учетом радиационной ползучести на каждом из этапов нагружения. Зная вектор перемещения, легко можем построить тензоры деформаций и напряжений в любой точке пластины с последующей оценкой его НДС на основе того или иного критерия.

Пример расчета. Исходные данные для расчета плоского напряженного состояния прямоугольной пластины приведены в таблице 1.

Таблица 1

Величина	Значение
<i>R<sub>1</sub></i> – радиус отверстия	0.001м
R <sub>2</sub> – внешний радиус тонкостенного диска	0.1м
<i>P</i> – растягивающая сила	80МПа
Е – модуль упругости материала	1.75x10 <sup>5</sup> MIIa
v – коэффициент Пуассона топлива	0.3
	2x10 <sup>19</sup> нейтрон/(см <sup>2</sup> ч)

## Исходные данные

На рисунках 3-6 приведенни графики изменения радиального и окружного напряжения в зависимости от радиуса для  $\theta = 0$ ,  $\pi/2$  рад. Расчет проводился для времени облучения равного 500 часов.



Рисунок 3 – Распределение радиальных напряжений по радиусу при θ=0, МПа



Рисунок 4 – Распределение радиальных напряжений по радиусу при θ=π/2, МПа



Рисунок 5 — Распределение окружных напряжений по радиальной координате при  $\theta = \pi/2$ , МПа



Рисунок 6 – Распределение окружных напряжений по радиальной координате при θ=0, МПа

Эпюры напряжений для времени t = 500ч. приведены в непосредственной близости от отверстия. Очевидно, что с увеличением радиальной координаты  $\sigma_{rr}$  при  $\theta = 0$  рад. и  $\sigma_{\theta\theta}$  при  $\theta = \pi/2$  рад. стремится к величине в 80МПа. А  $\sigma_{rr}$  при  $\theta = \pi/2$  рад. н  $\sigma_{\theta\theta}$  при  $\theta = 0$  рад. стремится к нулю. Заметим, что сравнение с известными аналитическими решениями, полученными для случая только механического нагружения, показывает хорошее соответствие результатов.

В заключение хотелось бы отметить, что условия работы элементов активных зон ядерных реакторов достаточно тяжелы и носят фактически экстремальный характер. Поэтому к числу основных проблем создания ядерных установок относится проблема обеспечения работоспособности элементов активной зоны. Многие конструктивные элементы активной зоны АЭС имеют отверстия конструктивного или технологического характера. Очевидно, что достоверное прогнозирование безопасной работы таких элементов конструкций возможно только на основе полного решения физически нелинейной задачи об определении НДС с одновременным учетом механического воздействия, радиационной ползучести и распухания материала. В связи с этим может оказаться целесообразным в начале решить более простые в некотором смысле модельные или тестовые задачи и лишь затем, по мере необходимости усложнять постановку задачи.

Авторы работы считают приятным долгом выразить благодарность профессорам А.В. Чигареву и И.С. Куликову за плодотворные обсуждения и дискуссии в Белорусском национальном техническом университете на кафедре «Теоретическая механика».

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин / И.А. Биргер. М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.
- 2. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко. М.: Наука, 1975. 576 с.
- 3. Бойл, Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести: пер. с англ. / Дж. Бойл. М.: Мир, 1986. 360 с.
- 4. Займовский, А.С. Тепловыделяющие элементы атомного реактора / А.С. Займовский, В.В. Калашников, И.С. Головнин. М.: Атомиздат, 1970. 517 с.
- 5. Куликов, И.С. Прочность элементов конструкций при облучении / И.С. Куликов, В.Б. Нестеренко, Б.Е. Тверковкин. Минск: Наука и техника, 1990. 144 с.
- 6. Манукян, К.М. Расчет напряженно-деформированного состояния и параметров нелинейной механики разрушения конструкционных элементов активной зоны ЯЭУ: дисс. ... канд. физ.-мат. наук / К.М. Манукян; М-во высш. образования РФССР. Московский инженерно-физический институт. – М., 1984. – 186 с.
- 7. Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов, М.: Наука, 1979. 744 с.
- 8. Малинин, Н.Н. Основы расчетов на ползучесть / Н.Н. Малинин. М.: Машгиз, 1948. 120 с.
- Ширвель, П.И. Решение радиационно-термоупругой задачи для сплошного цилиндра / П.И. Ширвель, И.С. Куликов // Теоретическая и прикладная механика: Республиканский межведомственный сборник научно-технических статей. – Минск, 2008. – Вып. 23. – С. 55–63.

Поступила 21.12.11