Всероссийский заочный финансово-экономический институт (Филиал в г. Воронеже), Воронеж

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ В НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Поленов В.С.

A closed system of constitutive equations for the dynamical and geometric quantities in a fluid-saturated elastic porous medium is constructed within the framework of the three-dimensional theory elasticity. Expressions for of the intensity waves in porous media are obtained for the first time using the mathematical theory of discontinuities.

Динамике деформирования пористых сред в настоящее время посвящен ряд работ, среди которых важное место занимают работы М.А. Био [1-2], в которых отражена теория распространения упругих стационарных волн в двухкомпонентной среде, состоящей из упругого скелета и пор, заполненных сжимаемой жидкостью. В работах [3, 4] рассмотрены вопросы отражения волн на свободной границе полупространства двухкомпонентной среды, состоящей из упругой и жидкой компонент. В [5-9] изучены нестационарные упругие волны в насыщенной жидкостью пористой среде.

В данном докладе рассматриваются нестационарные упругие волны ускорения в бесконечной насыщенной жидкостью пористой среде. Все вычисления ведутся в безразмерных величинах. Предполагается, что размеры пор, заполненные сжимаемой жидкостью малы по сравнению с расстоянием, на котором существенно изменяются кинематические и динамические характеристики движения. Это позволяет считать, что обе среды сплошные, и в каждой точке пространства в этом случае будет два вектора смещения: $\vec{u}^{(1)}$ – вектор смещения твердой фазы (скелет) и $\vec{u}^{(2)}$ – вектор смещения жидкости.

Используя математическую теорию разрывов [10,11] для основных соотношений, показано, что в такой среде распространяются два типа безвихревых волн и одна эквиволюминальная волна, соответствующие продольным и поперечным волнам. Получены выражения, определяющие изменение интенсивности волн ускорения в процессе их распространения.

1. Рассмотрим упругую насыщенную жидкостью пористую среду, в которой соотношения между напряжениями, силой, действующей на жидкость и деформациями фаз запишем в виде [1-2]

$$\begin{gathered}\sigma_{ij} = Ae_{rr}^{(1)}\delta_{ij} + 2Ne_{ij}^{(1)} + Qe_{rr}^{(2)}\delta_{ij} \\ S = Qe_{rr}^{(1)} + \mathrm{Re}_{rr}^{(2)},\end{gathered} \tag{1.1}$$

где A и N являются коэффициентами Ламэ, Q, R – коэффициенты, зависящие от пористости среды и модуля сжимаемости жидкости, $e_{ij}^{(1)}$ – тензор деформации твердой фазы, $e_{rr}^{(2)}$ – тензор деформации жидкости, S – сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице площади поперечного сечения пористой среды, δ_{ij} – символ Кронекера. Индекс, стоящий после запятой, указывает на пространственное дифференцирование по соответствующей координате.

Тензоры деформации твердой фазы и жидкости выражаются через перемещения $u_{ij}^{(\alpha)}$ $(\alpha = 1,2)$ по формулам

$$e_{ij}^{(1)}=\frac{1}{2}(u_{i,j}^{(1)}+u_{j,i}^{(1)}), \qquad e_{rr}^{(2)}=u_{r,r}^{(2)} \tag{1.2}$$

Компоненты тензора напряжений σ_{ij}, сила S и скорости перемещения фаз пористой среды должны удовлетворять уравнениям движения [1]

$$\rho_{11}\dot{V}_i^{(1)}+\rho_{12}\dot{V}_i^{(2)}=\sigma_{ij,j}, \quad \rho_{12}\dot{V}_i^{(1)}+\rho_{22}\dot{V}_i^{(2)}=S_{,i},$$
$$\rho_{11}=\rho_1-\rho_{12}, \quad \rho_{22}=\rho_2-\rho_{12}, \tag{1.3}$$

где ρ_1, ρ_2 – плотность твердой фазы и жидкости, ρ_{11} – эффективная плотность твердой фазы, ρ_{22} – эффективная плотность жидкости, ρ_{12} – коэффициент динамической связи твердой фазы и жидкости.

В дальнейшем под волной ускорения в пористой среде понимается изолированная поверхность, на которой напряжения, сила, действующая на жидкость и скорости фаз непрерывны, а их некоторые частные производные претерпевают разрыв.

Для обозначения разности значений некоторой величины на различных сторонах от поверхности разрыва принимается знак [ ] т.е. $[a]=a^+-a^-$.

Подставим (1.2) в (1.1) и продифференцируем по t, получим

$$\dot{\sigma}_{ij}=AV_{r,r}^{(1)}\delta_{ij}+N(V_{i,j}^{(1)}+V_{j,i}^{(1)})+QV_{r,r}^{(2)}\delta_{ij}, \qquad \dot{S}=QV_{r,r}^{(1)}+RV_{r,r}^{(2)} \tag{1.4}$$

Возьмем разность выражений (1.3) и (1.4) на различных сторонах волновой поверхности

$$[\dot{\sigma}_{ij}]=A[V_{r,r}^{(1)}]\delta_{ij}+N([V_{i,j}^{(1)}]+[V_{j,i}^{(1)}])+Q[V_{r,r}^{(2)}]\delta_{ij},$$
$$[\dot{S}]=Q[V_{r,r}^{(1)}]+R[V_{r,r}^{(2)}], \tag{1.5}$$
$$\rho_{11}[\dot{V}_i^{(1)}]+\rho_{12}[\dot{V}_i^{(2)}]=[\sigma_{ij,j}], \quad \rho_{12}[\dot{V}_i^{(1)}]+\rho_{22}[\dot{V}_i^{(2)}]=[S_{,i}].$$

Запишем геометрические и кинематические условия совместности первого порядка для фаз среды [11]

$$[V_{i,j}^{(\alpha)}]=\lambda_i^{(\alpha)}\nu_j, \quad [\dot{V}_i^{(\alpha)}]=-\lambda_i^{(\alpha)}G, \quad (\alpha=1,2), \quad [\sigma_{ij,j}]=s_{ij}\nu_i$$
$$[S_{,i}]=\eta\nu_i, \quad [\dot{\sigma}_{ij}]=-s_{ij}G, \quad [\dot{S}\}=-\eta G, \tag{1.6}$$

где s_{ij}, η, $\lambda_i^{(\alpha)}$ – величины скачков первых производных напряжений, силы, действующей на жидкость и скоростей перемещений фаз; G – скорость волновой поверхности $\sum(t)$; ν – единичный вектор нормали к поверхности $\sum(t)$.

Из (1.5) с учетом (1.6) получим систему уравнений для определения скорости распространения волн

$$A\lambda_k^{(1)}\nu_k\delta_{ij}+N(\lambda_i^{(1)}\nu_j+\lambda_j^{(1)}\nu_i)+Q\lambda_k^{(2)}\nu_k\delta_{ij}=-Gs_{ij}, Q\lambda_k^{(1)}\nu_k+R\lambda_k^{(2)}\nu_k=-G\eta,$$
$$\rho_{11}G\lambda_i^{(1)}+\rho_{12}G\lambda_i^{(2)}=-s_{ij}\nu_j, \rho_{12}G\lambda_i^{(1)}+\rho_{22}G\lambda_i^{(2)}=-\eta\nu_i. \tag{1.7}$$

После подстановки выражений (1.6) в равенства (1.5) и исключения величин s_{ij} и η получим систему уравнений

$$(\rho_{11}G^2-(A+2\mathrm{N}))\lambda_k^{(1)}\nu_k\nu_i+(\rho_{12}G^2-Q)\lambda_k^{(2)}\nu_k\nu_i=0,$$
$$(\rho_{12}G^2-Q)\lambda_k^{(1)}\nu_k\nu_i+(\rho_{12}G^2-R)\lambda_k^{(2)}\nu_k\nu_i=0. \tag{1.8}$$

Полагая, что $\lambda_k^{(\alpha)}\nu_k$ не обращаются в нуль на волновой поверхности, умножим (1.8) на ν_i и просуммируем по повторяющемуся индексу i, получим систему уравнений относительно $\omega_\alpha=\lambda_i^{(\alpha)}\nu_i\neq 0$, $(\alpha=1,2)$

$$\begin{aligned}&\left(\rho_{11}G^2-(A+2N)\right)\omega_1+\left(\rho_{12}G^2-Q\right)\omega_2=0,\\&\left(\rho_{12}G^2-Q\right)\omega_1+\left(\rho_{22}G^2-R\right)\omega_2=0.\end{aligned} \tag{1.9}$$

Запишем (1.9) в безразмерной форме. Для этого разделим обе части уравнений на ρH и введем следующие обозначения

$$\begin{gathered}k'_{11}=\frac{A}{H},\quad k''_{11}=\frac{N}{H},\quad k_{12}=\frac{Q}{H},\quad k_{11}=k'_{11}+2k''_{11},\quad k_{22}=\frac{R}{H},\\ \gamma_{11}=\frac{\rho_{11}}{\rho},\quad \gamma_{12}=\frac{\rho_{12}}{\rho},\quad \gamma_{22}=\frac{\rho_{22}}{\rho},\quad V_c^2=\frac{H}{\rho},\quad \left(\frac{V_c}{G}\right)^2=z,\\ H=A+2N+R+2Q,\qquad \rho=\rho_{11}+\rho_{22}+2\rho_{12}\end{gathered} \tag{1.10}$$

для которых должно выполняться условие: $k_{11}+2k_{12}+k_{22}=\gamma_{11}+2\gamma_{12}+\gamma_{22}=1$.

Учитывая (1.10), система (1.9) примет вид

$$\begin{aligned}&(\gamma_{11}-k_{11}z)\omega_1+(\gamma_{12}-k_{12}z)\omega_2=0,\\&(\gamma_{12}-k_{12}z)\omega_1+(\gamma_{22}-k_{22}z)\omega_2=0.\end{aligned} \tag{1.11}$$

Чтобы система (1.11) имела ненулевое решение, ее определитель должен быть равен нулю. Раскрывая определитель второго порядка, получим квадратное уравнение относительно z

$$(k_{11}k_{22}-k_{12}^2)z^2-(\gamma_{11}k_{22}+\gamma_{22}k_{11}-2\gamma_{12}k_{12})z+\gamma_{11}\gamma_{22}-\gamma_{12}^2=0. \tag{1.12}$$

Уравнение (1.12) совпадает с уравнением работы [1], полученное другим методом.

Решение уравнения (1.12) имеет вид

$$\begin{gathered}z_{1,2}=\frac{1}{2(k_{11}k_{22}-k_{12}^2)}\left\{(\gamma_{11}k_{22}+\gamma_{22}k_{11}-2\gamma_{12}k_{12})\pm\sqrt{D}\right\},\\ D=(\gamma_{11}k_{22}-\gamma_{22}k_{11})^2+4(\gamma_{12}k_{11}-\gamma_{11}k_{12})(\gamma_{12}k_{22}-\gamma_{22}k_{12}).\end{gathered} \tag{1.13}$$

Тогда скорости безвихревых волн в пористой среде будут

$$G_{l_1}^2=\frac{V_c^2}{z_1},\qquad G_{l_2}^2=\frac{V_c^2}{z_2}. \tag{1.14}$$

Из формул (1.14) следует, что в неоднородной пористой среде распространяются две безвихревые волны первого и второго типов, скорости которых равны $G_{l_1}^2$ и $G_{l_2}^2$.

Для определения скорости эквиволюминальных волн ($\lambda_i^{(\alpha)}\nu_i=0,\alpha=1,2$) из (1.7) с учетом (1.10) получим

$$(\gamma_{11}-k''_{11}z_0)\lambda_i^{(1)}+\gamma_{12}\lambda_i^{(2)}=0,\quad \gamma_{12}\lambda_i^{(1)}+\gamma_{22}\lambda_i^{(2)}=0. \tag{1.15}$$

Из (1.15) следует, что скорость эквиволюминальной волны будет

$$G_t^2=\frac{V_c^2}{z_0},\qquad z_0=\frac{\gamma_{11}\gamma_{22}-\gamma_{12}^2}{\gamma_{22}k''_{11}}. \tag{1.16}$$

Если связь между твердой и жидкой фазами слабая, то $\rho_{12}=0$, следовательно, $\gamma_{12}=0$, $k_{12}=0$, и из (1.13) находим

$$z_1=\frac{\gamma_{11}}{k_{11}},\qquad z_2=\frac{\gamma_{22}}{k_{22}} \tag{1.17}$$

Из (1.17) следует, что скорости безвихревых волн первого и второго типов равны скоростям волн, распространяющихся в сплошной среде первой и второй фаз в отдельности.

Для эквиволюминальной волны, если $\gamma_{12}=0$, то скорость волны не зависит от пористости и совпадает со скоростью волны в чистой твердой фазе. Тогда из (1.16) следует

$$z_0=\frac{\gamma_{11}}{k''_{11}}. \tag{1.18}$$

Таким образом, применение математической теории разрывов [7] позволяет на основании системы уравнений (1.1) и (1.3) сделать вывод о существовании в рассматриваемой среде двух типов безвихревых и эквиволюминальной волн ускорений, скорости распрстранения которых находятся по формулам (1.14) и (1.16).

2. Из соотношений (1.1) – (1.4) получим уравнения для изменения интенсивности безвихревых волн $(\lambda_i^{(\alpha)}\nu_i=\omega_\alpha\neq 0,\quad \alpha=1,2)$.

Выражения (1.1) – (1.4) с учетом обозначений (1.10) в безразмерной форме запишем в виде

$$\begin{gathered}k''_{11}V^{(1)}_{i,jj}+(k'_{11}+k''_{11})V^{(1)}_{j,ij}+k_{12}V^{(2)}_{j,ij}=\frac{1}{V_c^2}(\gamma_{11}\ddot V_i^{(1)}+\gamma_{12}\ddot V_i^{(2)}),\\ k_{12}V^{(1)}_{j,ij}+k_{22}V^{(2)}_{j,ij}=\frac{1}{V_c^2}(\gamma_{12}\ddot V_i^{(1)}+\gamma_{22}\ddot V_i^{(2)}).\end{gathered}\tag{2.1}$$

Возьмем разности (2.1) на различных сторонах волновой поверхности

$$\begin{gathered}k''_{11}[V^{(1)}_{i,jj}]+(k'_{11}+k''_{11})[V^{(1)}_{j,ij}]+k_{12}[V^{(2)}_{j,ij}]=\frac{1}{V_c^2}(\gamma_{11}[\ddot V_i^{(1)}]+\gamma_{12}[\ddot V_i^{(2)}]),\\ k_{12}[V^{(1)}_{j,ij}]+k_{22}[V^{(2)}_{j,ij}]=\frac{1}{V_c^2}(\gamma_{12}[\ddot V_i^{(1)}]+\gamma_{22}[\ddot V_i^{(2)}]).\end{gathered}\tag{2.2}$$

Запишем геометрические и кинематические условия совместности второго порядка [11]

$$\begin{gathered}[V^{(\alpha)}_{j,ij}]=L_j^{(\alpha)}\nu_i\nu_j+g^{\gamma\beta}\lambda^{(\alpha)}_{j,\gamma}(x^j_\beta\nu_i+x^i_\beta\nu_j)-\lambda_j^{(\alpha)}g^{\gamma\beta}g^{\sigma\tau}b_{\gamma\sigma}x^i_\beta x^j_\tau,\\ [V^{(\alpha)}_{i,jj}]=L_i^{(\alpha)}-2\Omega_l\lambda_i^{(\alpha)},\quad [\ddot V_i^{(\alpha)}]=L_i^{(\alpha)}G_l^2-2G_l\frac{\delta\lambda_i^{(\alpha)}}{\delta t}\qquad(\alpha=1,2).\end{gathered}\tag{2.3}$$

Подставим (2.3) в (2.2) и принимая во внимание, что $\left(\dfrac{V_c}{G_l}\right)^2=z$, $\dfrac{\delta\lambda_i^{(\alpha)}}{\delta t}=G_l\dfrac{d\lambda_i^{(\alpha)}}{ds}$, после умножения обеих частей равенства на ν_i, получим

$$\begin{gathered}(\gamma_{11}-k_{11}z)L_i^{(1)}\nu_i+(\gamma_{12}-k_{12}z)L_i^{(2)}\nu_i-2\gamma_{11}\frac{d\lambda_i^{(1)}}{ds}\nu_i-2\gamma_{12}\frac{d\lambda_i^{(2)}}{ds}\nu_i=\\ =-2\Omega_l k''_{11}\lambda_i^{(1)}\nu_i z+(k'_{11}+k''_{11})g^{\gamma\beta}\lambda^{(1)}_{j,\gamma}x^j_\beta z+k_{12}g^{\gamma\beta}\lambda^{(2)}_{j,\gamma}x^j_\beta z,\\ (\gamma_{12}-k_{12}z)L_i^{(1)}\nu_i+(\gamma_{22}-k_{12}z)L_i^{(2)}\nu_i-2\gamma_{12}\frac{d\lambda_i^{(1)}}{ds}\nu_i-2\gamma_{22}\frac{d\lambda_i^{(2)}}{ds}\nu_i=\\ =k_{12}g^{\gamma\beta}\lambda^{(1)}_{j,\gamma}x^j_\beta z+k_{22}g^{\gamma\beta}\lambda^{(2)}_{j,\gamma}x^j_\beta z,\end{gathered}\tag{2.4}$$

где $\lambda_i^{(\alpha)}$, $L_i^{(\alpha)}$ – соответственно, функции, характеризующие скачки первых и вторых производных скоростей на волновой поверхности $\sum(t)$; Ω_l – средняя кривизна волновой поверхности; $g^{\gamma\beta}$ – коэффициенты первой фундаментальной квадратичной формы; x^j_β – производные декартовых координат x_j по криволинейным координатам u_β волновой поверхности; $s > 0$ – расстояние вдоль нормалей к поверхности $\sum(t)$; $z = z_{1,2}$ – корни уравнения (1.12).

Исключим из (2.4) $(\alpha = 1,2)$

$$\left\{(\gamma_{11}k_{22} - \gamma_{12}k_{12})z - (\gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2)\right\}\frac{d\omega_1}{ds} + (\gamma_{12}k_{12} - \gamma_{22}k_{12})z\frac{d\omega_2}{ds} = \\ = \Omega_l\left\{(k_{11}k_{22} - k_{12}^2)z^2 - (k_{11}\gamma_{22} + k_{12}\gamma_{12})z\right\}\omega_1 - \Omega_l(\gamma_{22}k_{12} - \gamma_{12}k_{22})z\omega_2. \tag{2.5}$$

При выводе (2.5) учтено, что

$$\lambda_{j,\gamma}^{(1)} = \omega_{1,\gamma}\nu_j + \omega_1\nu_{j,\gamma}, \quad \lambda_{j,\gamma}^{(2)} = \omega_{2,\gamma}\nu_j + \omega_2\nu_{j,\gamma}, \quad \nu_{j,\gamma} = -g^{\beta\sigma}b_{\beta\gamma}x_\sigma^j, \\ 2\Omega_l = g^{\alpha\beta}g^{\sigma\tau}b_{\alpha\sigma}x_\tau^j x_\beta^j \tag{2.6}$$

и формула (1.12).

В выражении (2.6) величина $b_{\alpha\sigma}$ – коэффициенты второй фундаментальной квадратичной формы волновой поверхности.

Из [11] следует, что так как $\sum(t)$ есть волновая поверхность первого порядка, то все функции ω_α не могут быть нулями одновременно, поэтому определим интенсивность волны как величину, равную $W_l^{(1)} = \sqrt{\omega_{1l}\omega_{1l}}$.

При помощи первого уравнения (1.11) исключим из (2.5) величину ω_2. Тогда после преобразований выражение (2.5) принимает вид

$$\frac{dW_l^{(1)}}{ds} = \Omega_l W_l^{(1)}, \quad (l = l_1, l_2). \tag{2.7}$$

Уравнение (2.7) определяет изменение интенсивности безвихревых волн $\lambda_i^{(\alpha)}\nu_i = \omega_\alpha \neq 0, \quad (\alpha = 1,2)$.

Из соотношений (2.2), (2.3) получим выражение для определения изменения интенсивности эквиволюминальной волны $\lambda_i^{(\alpha)}\nu_i = 0$. Полученное выражение умножим на $\lambda_i^{(1)}$ и просуммируем по i. Будем иметь

$$\gamma_{11}G_t^2\lambda_i^{(1)}L_i^{(1)} - 2G_t^2\gamma_{11}\frac{d\lambda_i^{(1)}}{ds}\lambda_i^{(1)} + \gamma_{12}G_t^2\lambda_i^{(1)}L_i^{(2)} - 2G_t^2\gamma_{12}\frac{d\lambda_i^{(2)}}{ds}\lambda_i^{(1)} = \\ = k_{11}''\lambda_i^{(1)}V_c^2L_i^{(1)} - 2\Omega_t k_{11}''V_c^2\lambda_i^{(1)}\lambda_i^{(1)}, \\ \gamma_{12}G_t^2\lambda_i^{(1)}L_i^{(1)} - 2G_t^2\gamma_{12}\frac{d\lambda_i^{(1)}}{ds}\lambda_i^{(1)} + \gamma_{22}G_t^2\lambda_i^{(1)}L_i^{(2)} - 2G_t^2\gamma_{22}\frac{d\lambda_i^{(2)}}{ds}\lambda_i^{(1)} = 0. \tag{2.8}$$

Исключим из (2.8) величину $L_i^{(2)}$. Для этого первое уравнение умножим на γ_{22}, а второе – на γ_{12} и вычтем.

После несложных преобразований и с учетом (1.15) получим уравнение для определения интенсивности эквиволюминальной волны

$$\frac{dW_t^{(1)}}{ds} = \Omega_t W_t^{(1)} \qquad W_t^{(1)} = \sqrt{\lambda_i^{(1)}\lambda_i^{(1)}}. \tag{2.9}$$

Уравнения (2.7), (2.9) запишем в одной форме

$$\frac{dW_p^{(1)}}{ds} = \Omega_p W_p^{(1)} \qquad (p = l_1, l_2, t). \tag{2.10}$$

Можно показать, что в общем случае формулы изменения средней и гауссовой кривизн поверхности $\sum(t)$ примут вид, аналогичный [7]

$$\Omega_p=\frac{\Omega_{0p}-K_{0p}s}{1-2\Omega_{0p}s+K_{0p}s^2},\quad K_p=\frac{K_{0p}}{1-2\Omega_{0p}s+K_{0p}s^2}\quad (p=l_1,l_2,t), \tag{2.11}$$

где Ω_{0p}, K_{0p} – начальные средняя и гауссова кривизны волновой поверхности $\sum(t_0)$, от которой отсчитывается расстояние s.

Интегрируя (2.10) с учетом соотношений (2.11), получим выражение для интенсивности волн в упругой фазе пористой среды

$$W_p^{(1)}=\frac{W_{0p}^{(1)}}{\sqrt{1-2\Omega_{0p}s+K_{0p}s^2}}, \tag{2.12}$$

где $W_{0p}^{(1)}$ – значение интенсивности волны на поверхности $\sum(t_0)$.

Из (2.12) следует, что интенсивность волн (безвихревых или эквиволюминальной) стремится к нулю при $s\to\infty$.

Интенсивность волн во второй фазе находим из уравнений (1.11), (1.15)

$$W_p^{(2)}=(1-\delta_p)W_p^{(1)}\quad (p=l_1,l_2,t), \tag{2.13}$$

где $\delta_{l_1}=\dfrac{k_{11}z_1-\gamma_{11}}{k_{12}z_1-\gamma_{12}}$, $\delta_{l_2}=\dfrac{k_{22}z_2-\gamma_{22}}{k_{12}z_2-\gamma_{12}}$, $\delta_t=\dfrac{\gamma_{11}-k_{11}''z_0}{\gamma_{12}}$.

Тогда изменение интенсивности волн в пористой среде запишется в виде

$$W_p=W_p^{(1)}+W_p^{(2)}=\frac{W_{0p}^{(1)}(1-\delta_p)}{\sqrt{1-2\Omega_{0p}s+K_{0p}s^2}}\quad (p=l_1,l_2,t). \tag{2.14}$$

Так как модули пористой среды положительны, то условия существования волн определяют только величины Ω_{0p},K_{0p} и γ_{12} – коэффициент динамической связи твердой фазы и жидкости.

В случае, если $\gamma_{12}=0$, то интенсивность волн в пористой среде совпадает с интенсивностью волн в сплошных средах упругой и жидкой фаз в отдельности.

3. Пример. Пусть в упругом насыщенном жидкостью пористом пространстве волновая поверхность $\sum(t)$ представляет собой концентрически расширяющуюся сферу радиуса R. Определим интенсивность волн в процессе их распространения.

Будем считать, что единичный вектор ν выбран так, что его направление совпадает с направлением распространения волны. Следовательно, ν есть вектор внешней нормали к сферическим поверхностям, поэтому средняя кривизна при $s=0$ имеет отрицательное значение, т.е. $\Omega_0=-1/R$, а гауссова кривизна $K_0=1/R^2$. Тогда переменную s в уравнении (2.10) можно заменить переменной R. Подставим в (2.11) значения Ω_0 и K_0, получим $\Omega_p=-1/(R+R_0)$.

Тогда из уравнения (2.10) после интегрирования находим

$$W_p^{(1)}=W_{p0}^{(1)}\frac{R_0}{R+R_0}. \tag{3.1}$$

Здесь $W_{p0}^{(1)}$ – значение $W_p^{(1)}$ при $R=R_0$.

Из формулы (2.13) следует

$$W_p=\frac{(1-\delta_p)R_0}{R+R_0}W_{p0}^{(1)},\quad p=l,\ t. \tag{3.2}$$

Если задать в (3.2) конкретные значения физико-механическим величинам пористой среды, то получим изменение интенсивности сферических волн в упругом насыщенной жидкостью пористом пространстве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Biot, M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid – saturated porous solid / M.A. Biot // J. Acoust. Soc. America. – 1956. – Vol. 28. – № 2. – P. 168–178.
2. Biot, M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher Frequency Range / M.A. Biot // J. Acoust. Soc. America. – 1956. – Vol. 28. – № 2. – P. 179–191.
3. Френкель, Я.И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве / Я.И. Френкель // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. – 1944. – Т. 8, № 4. – С. 133–150.
4. Косачевский, Л.Я. О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах / Л.Я. Косачевский // ПММ. – 1959. – Т. 23, вып. 6. – С. 1115–1123.
5. Масликова, Т.И. О распространении нестационарных упругих волн в однородных пористых средах / Т.И. Масликова, В.С. Поленов // МТТ. – 2005. – № 1. – С. 104–108.
6. Поленов, В.С. Распространение волн в насыщенной жидкостью неоднородной пористой среде / В.С. Поленов, А.В. Чигарев // ПММ. – 2010. – Т. 74, вып. 2. – С. 276–284.
7. Масликова, Т.И. Нестационарные упругие волны в пористых материалах / Т.И. Масликова, В.С. Поленов // Изв. Инж.-техн. акад. Чуваш. респ. – 1998. – № 3-4; 1999. № 1-2. С. 125-130.
8. Масликова, Т.И. Распространение ударных волн в неоднородной упругой пористой среде / Т.И. Масликова, В.С. Поленов // Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике. – Минск: Технопринт, 2001. – С. 329–333.
9. Масликова, Т.И. Исследование ударных волн в неоднородной упругой пористой среде. Сб. Современные проблемы механики и прикладной математики / Т.И. Масликова, В.С. Поленов. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. – Ч. 2. – С. 13–18.
10. Чигарев, А.В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / А.В. Чигарев. – Минск: Технопринт. – 2000. – 425 с.
11. Thomas, T.Y. Plastic Flow and the Fracture in Solids. – N. y.; L.: Acad. Press, 1961 = Томас, Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. – М.: Мир, 1964. – 308с.

Поступила 18.10.11