

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

МАРМЫШ

Денис Евгеньевич

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮЩЕЙ
В УСЛОВИЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИЗГИБА

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Минск 2018

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель

ЩЕРБАКОВ Сергей Сергеевич,
доктор физико-математических наук, доцент, заместитель Председателя Государственного комитета по науке и технологиям Республики Беларусь

Официальные оппоненты:

ЧИГАРЕВ Анатолий Власович,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика и мехатроника», Белорусский национальный технический университет;

ШИЛЬКО Сергей Викторович, кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Механика композитов и биополимеров», ГНУ «Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого НАН Беларуси»

Оппонирующая организация

ГНУ «Объединенный институт машиностроения» НАН Беларуси

Защита состоится «__» _____ 2018 г. в _____ на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, корп. 1, ауд. 202, тел. ученого секретаря: 292-24-04, e-mail: pavel.shirvel@bntu.by.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан «__» _____ 2018 г.

Ученый секретарь совета

по защите диссертаций Д 02.05.07

кандидат физико-математических наук, доцент

П. И. Ширвель

© Мармыш Д. Е., 2018

© Белорусский национальный
технический университет, 2018

ВВЕДЕНИЕ

Развитие и постоянное усложнение технических систем требует совершенствования существующих и поиска новых методов расчета и анализа их напряженно-деформированного состояния. Так, в механике силовых систем (ГОСТ 30638–99) изучают объекты, которые эксплуатируются в условиях комплексного нагружения – при контактном взаимодействии с трением и объемном деформировании (растяжении-сжатии, кручении, изгибе). Внимание к механико-математическим методам и моделям таких систем обусловлено возможностью значительного снижения временных и материальных затрат на проведение испытаний.

Взаимодополняющая комбинация аналитического и численного анализа позволяет существенно повысить точность расчетов и устранить некоторые из характерных для каждого из известных подходов недостатков. Одним из подобных направлений исследований является развитие метода граничных элементов, который основан на предварительном интегрировании фундаментальных решений теории упругости для распределенных по некоторым подобластям нагрузок. Использование таких решений позволяет избежать наличия сингулярности в точке приложения силы и, в то же время, сохранить аналитическую зависимость значений компонент напряженно-деформированного состояния от величины нагрузки. Кроме того, использование комбинированного аналитического и численного подходов позволяет провести практически важный анализ широкого класса объектов, работающих в условиях контактного нагружения и объемного деформирования, моделью которых является система ролик/вал.

В работе показано, что одновременное воздействие на систему как контактной, так и неконтактной (например, изгиба) нагрузок приводит к значительному изменению напряженно-деформированного состояния и повреждаемости взаимодействующих тел. Так, при решении контактной задачи игнорирование объемного деформирования приводит к искажению получаемых результатов и, следовательно, неправильным выводам и рекомендациям по эксплуатации системы. Учет комплексного нагружения системы позволил выявить и описать новые эффекты, которые возникают в области контактного взаимодействия твердых тел.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с научными программами (проектами) и темами

Тема диссертации соответствует приоритетным направлениям научных исследований Республики Беларусь на 2016 – 2020гг., утвержденных постановлением Совета министров Республики Беларусь № 190 от 12.03.2015 г. (пункты 7, 8), а также приоритетным направлениям научно-технической деятельности в Республике Беларусь на 2016 – 2020гг., утвержденных Указом Президента Республики Беларусь № 166 от 22.04.2015 г. (пункт 3).

Диссертационные исследования выполнялись в рамках заданий следующих государственных программ и других проектов: 1.06.1 ГПНИ 2011 – 2015 гг. «Механика, техническая диагностика, металлургия», подпрограмма «Механика», задание «Механико-математические модели пространственной поврежденности применительно к типичным парам трения и силовым системам», № ГР 20114942, руководитель профессор М. А. Журавков, БГУ; «Механико-математические модели трехмерного напряженно-деформированного состояния механических систем в условиях контактного взаимодействия и объемного деформирования» № Ф10М-040, № ГР 20102561, руководитель доцент С. С. Щербаков, БГУ; «Фундаментальные решения метода граничных элементов для распределенных поверхностных усилий и их применение при граничноэлементном моделировании ответственных многоэлементных систем» № Ф13М-044, № ГР 20131639, руководитель доцент С. С. Щербаков, БГУ; «Построение аналитических решений для полиномиально нагруженных граничных элементов и их применение при решении интегральных уравнений двумерных задач теории упругости», № 801/21, № ГР 20131047, руководитель Д. Е. Мармыш, БГУ; «Трехмерные решения для равномерно и полиномиально нагруженных граничных элементов и их применение при решении интегральных уравнений пространственных задач теории упругости» № 609/21, № ГР 20140777, руководитель Д. Е. Мармыш, БГУ; «Разработка методики расчета, оценка напряженно-деформированного состояния и состояния поврежденности системы нож (чугун ВЧТГ) – прижим (сталь) режущего барабана кормоуборочного комбайна», № 21869, № ГР 20112288, руководитель профессор М. А. Журавков, БГУ; «Разработка компьютерных моделей и программ для расчета и прогнозирования механических состояний трибофатической системы противорежущий брус / нож / прижим / основание / болты режущего барабана в динамической постановке» № 21912, № ГР 20123181, руководитель профессор М. А. Журавков, БГУ.

Цели и задачи исследования

Целью исследований было построение механико-математических моделей трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости силовой системы ролик / вал, работающей в условиях комплексного контактного нагружения и неконтактного деформирования, разработка численно-аналитических методик, основанных на методе граничных элементов, расчета силовых систем.

Для достижения основной цели исследования решены следующие основные задачи:

– выполнен анализ, изучены эффективность и возможности использования метода граничных элементов для решения задач механики деформируемого твердого тела;

– получены аналитические трехмерные решения для распределенных нагрузок полиномиального вида путем интегрирования фундаментальных решений в

задачах Фламана и Кельвина для плоскости и показана принципиальная возможность их использования для эффективного решения задач теории упругости и механики контактного взаимодействия;

– получены аналитические решения для равномерно и линейно распределенных нагрузок по треугольным и прямоугольным подобластям интегрированием фундаментальных решений задач Буссинеска и Черрути для полупространства и решений задачи Кельвина для пространства;

– разработаны алгоритмы численной реализации метода граничных элементов для тел со сложной геометрией, которые работают в условиях комплексного воздействия нагрузок различной природы;

– решена задача о сложном напряженно-деформированном состоянии и повреждаемости силовой системы ролик / вал, работающей в условиях контактного взаимодействия и объемного деформирования, а также построены модели, позволяющие прогнозировать повреждаемость системы в зависимости от различных комбинаций силовых факторов.

Научная новизна результатов работы заключается в разработке механико-математической модели и решении задачи, описывающей сложное трехмерное напряженно-деформированное состояние и объемную повреждаемость силовой системы ролик / вал, работающей в условиях контактного нагружения и неконтактного изгиба, а также в разработке алгоритмов метода граничных элементов, основанного на предварительном аналитическом интегрировании фундаментальных решений теории упругости, для нахождения сложного напряженно-деформированного состояния тел со сложной геометрией.

Положения, выносимые на защиту

1. Новое представление компонент напряжений и перемещений через гипергеометрические функции и абсолютно сходящиеся ряды для расчета напряженно-деформированного состояния плоскости и полуплоскости при заданных по отрезку нормальных и касательных усилий, описываемых полиномиальными функциями, позволившие, без численного интегрирования сингулярных интегралов, проводить для тел сложной формы и граничных условий, заданных в напряжениях и / или перемещениях, гранично-элементное моделирование с малой, не более 7%, относительной погрешностью.

2. Метод определения пространственного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости в области контактного взаимодействия тел несогласованной формы, основанный на методе граничных элементов и использующий новое представление компонент напряжений и перемещений в случае действия усилий, равномерно и линейно распределенных по треугольной области полупространства, а также усилий, равномерно распределенных по прямоугольной области пространства. Метод использован для верификации результатов конечно-элементного моделирования системы ролик / вал.

3. Методики расчета и анализа трехмерного напряженно-деформированного состояния силовой системы ролик / вал, учитывающие реальные геометриче-

ские характеристики тел, используемых при испытаниях на контактно-механическую усталость. Показано, что при контактном нагружении вала и его объемном деформировании от изгиба силой, приложенной на свободном конце, максимальная интенсивность напряжений уменьшается до 14% при сжатии в области контакта ролика и вала и увеличивается до 9% при растяжении по сравнению с чисто контактными нагружениями.

4. Зависимости характеристик объемной повреждаемости от величин контактных и изгибающих нагрузок для системы ролик / вал, которые показали уменьшение октаэдрического опасного объема до 30% при возникновении сжатой области в окрестности контакта от изгиба и увеличение октаэдрического опасного объема до 3,27 раз при возникновении растяжения в области контактного взаимодействия ролика и вала при изгибе вала.

Личный вклад соискателя ученой степени

Представленные в работе новые научные результаты получены автором лично. Научный руководитель С.С. Щербаков принимал участие в постановке задач и обсуждении полученных результатов. В разработке алгоритмов конечно-элементного анализа силовой системы ролик/вал в трехмерной постановке, изложенного в диссертационной работе, принимал участие также О.А. Насань. Результаты, принадлежащие соавторам совместных научных исследований, не вошли в данную диссертационную работу.

Апробация диссертации и информация об использовании ее результатов

Материалы диссертации докладывались на следующих международных и республиканских научных конференциях: Международная научная конференция «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь, Украина, 2010, 2011, 2012), VI Международный симпозиум по трибофатике ISTF'2010 (Минск, Беларусь, 2010), Международный форум-конкурс молодых ученых «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, Россия, 2011, 2012), V Белорусский конгресс по теоретической и прикладной механике «Механика – 2011» (Минск, Беларусь, 2011), XLIII Республиканский научно-методический семинар «Применение методов компьютерной механики в инженерии, науке, образовании» (Минск, Беларусь, 2012), Международная конференция молодых ученых «Молодежь в науке» (Минск, Беларусь, 2012, 2015), IV Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной механики и прочности конструкций» (Запорожье, Украина, 2012), Международная научная конференция «Белорусская математическая конференция» (Минск, Беларусь, 2012, 2016), XLIV Международный научно-методический семинар-коллоквиум «Моделирование и компьютеринг в механических и мехатронных системах» (Минск, Беларусь, 2013), XX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, Россия, 2013), 5th Junior Researchers Conference “European and national context in research” (Minsk, Belarus, 2013), Международный форум-конкурс молодых ученых «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, Россия, 2013), XVIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам

ВМСППС'2013 (Алушта, Украина, 2013), VII Всероссийская (с международным участием) конференция по механике деформируемого твердого тела (Ростов-на-Дону, Россия, 2013), XLV Международный научно-методический семинар-коллоквиум «Моделирование и компьютеринг в механических и мехатронных системах» (Минск, Беларусь, 2014), IV Международная научно-практическая конференция «Строительство и восстановление искусственных сооружений» (Гомель, Беларусь, 2015), Международная научно-практическая конференция «Веб-программирование и Интернет-технологии», WebConf – 2015 (Минск, Беларусь, 2015), XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, Россия, 2015), Международная научно-техническая конференция «Инновации в машиностроении – 2015», (Минск, Беларусь, 2015), VII Международный симпозиум по трибофатике ISTF'2015 (Гомель, Беларусь, 2015).

Полученные результаты докладывались также на семинарах кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

Полученные результаты используются на Республиканском унитарном предприятии «Гомсельмаш», в учебном процессе при чтении общих и специальных курсов на механико-математическом и физическом факультетах Белорусского государственного университета, а также в Белорусском государственном университете транспорта и в научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта БелГУТа.

Опубликование результатов диссертации

Изложенные в диссертации результаты опубликованы в 37 научных работах. При этом 10 статей, общим объемом 5,9 авторских листов, опубликованы в изданиях, входящих в перечень ВАК Республики Беларусь, 18 – в сборниках материалов конференций, 9 работ представлено тезисами докладов конференций.

Структура и объем диссертации

Работа состоит из введения, общей характеристики работы, пяти глав основного текста, заключения, списка использованных источников (114 наименований) и списка работ автора (37 наименований). Объем составляет 130 страниц, включая 80 рисунков на 64 страницах и 3 таблицы на 2 страницах.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Первая глава содержит аналитический обзор научных исследований, посвященных методу граничных элементов и его применения при решении задач механики деформируемого твердого тела. Также проведен обзор и анализ научных исследований по механике деформируемого твердого тела, механике контактного взаимодействия, механике износоусталостного повреждения.

В результате проведенного анализа работ по тематике исследований установлено, что ряд задач механики взаимодействия многоэлементных систем, анализа их напряженно-деформированного состояния остается малоизученным.

Отмечается значительный вклад в развитие научных направлений по механике деформируемого твердого тела, механике контактного взаимодействия известных отечественных и зарубежных ученых.

Во второй главе рассмотрены задачи Фламана (о действии сосредоточенной силы на точку границы полуплоскости) и Кельвина (о действии сосредоточенной силы на точку плоскости).

На основе решений данных задач в виде гипергеометрических функций были получены аналитические решения для компонент тензора напряжений в случае распределенных по отрезку нагрузок полиномиального вида.

При интегрировании фундаментальных решений задачи Фламана был рассмотрен собственный интеграл, зависящий от параметра

$$I_k = \int_{-a}^a \frac{s^k}{[(x-s)^2 + y^2]^2} ds. \quad (1)$$

Интеграл (1) получен в конечном виде

$$I_k = \frac{a^{k+1}}{k+1} \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \times \left[F_1(k+1, 2, 2, k+2; -\bar{a}^*, -a^*) + (-1)^k F_1(k+1, 2, 2, k+2; \bar{a}^*, a^*) \right], \quad (2)$$

где $F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; x, y)$ – гипергеометрическая функция Аппеля 1-го рода.

Также, используя определения гипергеометрической функции Аппеля 1-го рода, выражение (2) для интеграла I_k было выведено в виде двойного абсолютно сходящегося ряда

$$I_k = \frac{a^{k+1} y^3}{(x^2 + y^2)^2} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(m+1)(n+1)}{n+m+k+1} (a^*)^m (\bar{a}^*)^n \left[(-1)^{m+n} + (-1)^k \right].$$

Данное предварительное интегрирование фундаментальных решений позволяет избежать сингулярности в области приложения сосредоточенной нагрузки и уменьшить количество граничных элементов, не снижая точности получаемых результатов.

Апробация полученных аналитических решений была проведена при решении модельной задачи о действии на упругую полуплоскость нормальной нагрузки, распределенной по эллиптическому закону $p(x) = p_0 \sqrt{1 - x^2/a^2}$ (p_0 – давление в центре площадки, a – полуширина отрезка приложения усилий). На рисунке 1, а) показана картина распределения в полуплоскости нормальных к поверхности полуплоскости напряжений σ_{yy} , отнесенных к p_0 , а на рисунке 1, б) относительная погрешность вдоль вертикальной оси под точкой максимального давления в сравнении с точным решением. С увеличением глубины относитель-

ная погрешность возрастает, однако достигает предельной величины и, например, при разбиении отрезка распределения нагрузки на 20 граничных элементов погрешность не превышает 0,57%.

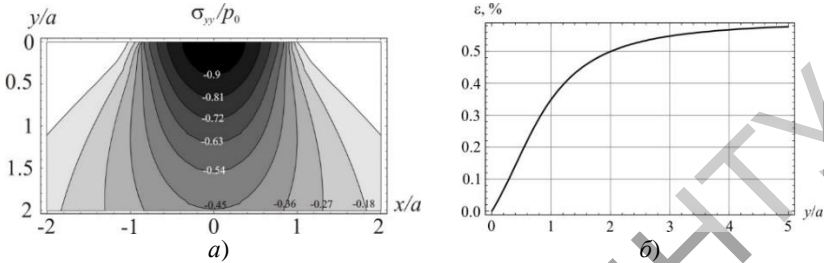


Рисунок 1. – Распределение величины σ_{yy}/p_0 в полуплоскости (а) и график относительной погрешности решения (б)

Другой модельной задачей, решенной методом граничных элементов была задача о напряженном состоянии упругой изотропной бесконечной полосы с распределенной по верхней границе нормальной нагрузкой двух видов: равномерной и эллиптической. С целью анализа точности численного решения, задача также была решена аналитически с помощью применения комплексного преобразования Фурье. Выражения для нахождения напряжения σ_{yy} в точке полосы имеют вид:

– для равномерной нагрузки

$$\sigma_{yy} = -\frac{p_0}{\pi} \left(1 - \frac{y}{h}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin a\lambda}{\lambda} e^{-|\lambda|y - i\lambda x} d\lambda;$$

– для эллиптической нагрузки

$$\sigma_{yy} = -\frac{p_0}{2} \left(1 - \frac{y}{h}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{J_1(a\lambda)}{\lambda} e^{-|\lambda|y - i\lambda x} d\lambda,$$

где $J_1(a\lambda)$ – функция Бесселя 1-го рода.

Графики напряжений σ_{yy} и относительной погрешности вдоль толщины полосы для обоих случаев нагружения, показанные на рисунке 2, демонстрируют хорошее соответствие гранично-элементного и точного решений.

Решения задачи Фламана довольно просты, однако обладают двумя существенными недостатками: во-первых, их можно применять только для тел выпуклой формы; во-вторых, их использование затруднено в задачах, где граничные условия поставлены в виде перемещений. Данных трудностей можно избежать, рассмотрев задачу Кельвина для плоскости.

При интегрировании решений фундаментальных решений Кельвина для нагрузок полиномиального вида необходимо предварительно найти два интеграла, зависящих от параметра.

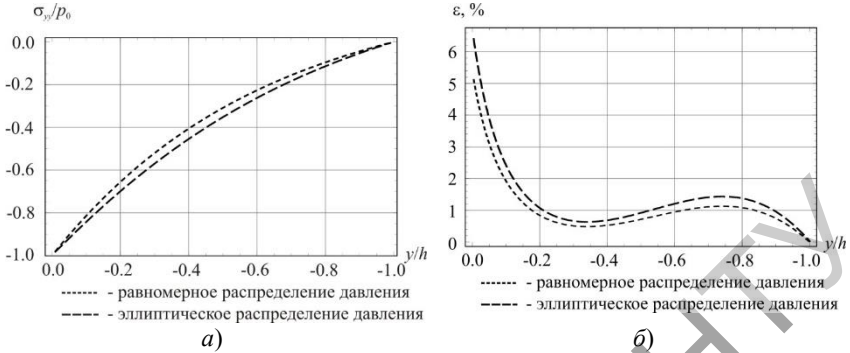


Рисунок 2. – График напряжения σ_{yy} (а) и относительной погрешности (б)

$$L_k = \int_{-a}^a \frac{s^k}{(x-s)^2 + y^2} ds, \quad (3)$$

$$M_k = \int_{-a}^a s^k \ln \sqrt{(x-s)^2 + y^2} ds.$$

Интегралы (3) можно выразить с помощью гипергеометрической функции ${}_2F_1(a, b; c; x)$ следующим образом:

$$L_k = -\frac{i}{2k} \left\{ a^k \left[-\alpha^{-k} {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \bar{\omega}) + \bar{\alpha}^{-k} {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \omega) \right] + \right. \\ \left. + (-a)^k \left[\bar{\beta}^{-k} {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \bar{\gamma}) - \beta^{-k} {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \gamma) \right] \right\},$$

$$M_k = \frac{i}{2k(k+1)} \left\{ a^k \left[-\alpha^{-k} (x-iy) {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \bar{\omega}) + (\bar{\alpha})^{-k} (x+iy) \times \right. \right. \\ \left. \times {}_2F_1(+k, -k; 1-k; \omega) + 2ak \left(\ln r_1 - \frac{1}{1+k} \right) \right] + (-a)^k \left[(\bar{\beta})^{-k} (x-iy) \times \right. \\ \left. \times {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \bar{\gamma}) + \beta^{-k} (x+iy) {}_2F_1(-k, -k; 1-k; \gamma) + 2ak \left(\ln r_2 - \frac{1}{1+k} \right) \right] \right\}.$$

Аналитические решения для распределенных вдоль отрезка нагрузок были применены при решении задачи о напряженном состоянии статически неопределимой балки защемленной по обоим концам и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивности p_0 , показанной на рисунке 3.

В соответствии с рисунком 3, по сравнению с классической балочной теорией расчета, метод граничных элементов дает более точное решение, которое позволяет учесть краевые эффекты в местах приложения нагрузки и жесткого закрепления балки.

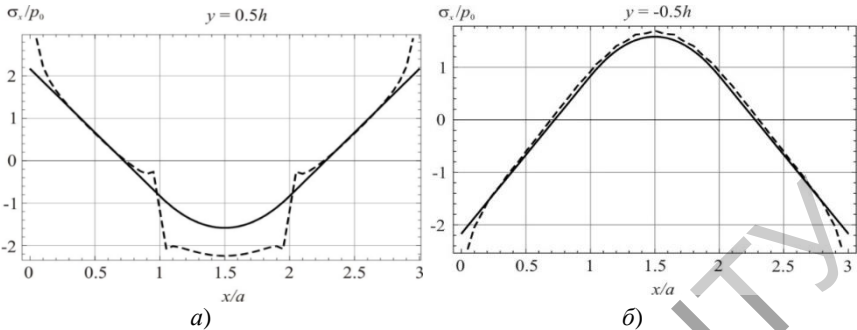


Рисунок 3. – Сравнение относительных нормальных напряжений σ_x/p_0 на верхней границе (а) и нижней границе балки (б)

В третьей главе рассматриваются фундаментальные решения для полупространства (задача Буссинеска и задача Черрути) и для пространства (задача Кельвина).

С использованием полученных применительно к задаче Буссинеска аналитических решений для равномерно распределенных усилий по треугольной области, была решена задача о действии на поверхность полупространства давления, распределенного по эллиптическому закону.

Анализ результатов гранично-элементного расчета производился путем вычисления относительной погрешности для напряжения σ_{zz} по сравнению с точным решением для эллиптического распределения. На поверхности полупространства относительная погрешность расчета стремится к нулю и увеличивается с ростом глубины, однако уже при величине $z = 3a$ практически достигает своего предельного значения, которое составляет примерно 1,78%.

Для функций распределения контактной нагрузки $p(x, y)$ с большим градиентом, может быть применена аппроксимация полиномом первой степени от переменных x, y вида $p(x, y) = Ax + By + C$, которая задает линейное распределение поверхностных усилий по треугольной области. Константы A, B, C можно найти их системы трех уравнении $p_i = Ax_i + By_i + C$, ($i = 1, 2, 3$), где (x_i, y_i) – координаты вершин треугольника, $p_i = p(x_i, y_i)$ – усилия в вершинах треугольника. В диссертации получены все аналитические решения для компонент вектора перемещений и компонент тензора напряжений вдоль линии параллельной оси Oz и проходящей через одну из вершин треугольника, а также исследовано поведение полученных решений в зависимости от различных комбинаций констант A, B, C полинома.

Аналитические решения, полученные для полупространства, могут быть использованы только для выпуклых тел. Для тел, не являющихся выпуклыми, необходимо использование решений для пространства (задача Кельвина). В работе были получены аналитические решения для прямоугольника

$D = \{(x_1, x_2) : x_1 \in [a_1; a_2], x_2 \in [b_1; b_2]\}$, лежащего в плоскости Ox_1x_2 , при распределенной по нему равномерной нагрузке, направленной по оси Ox_3 . Решения имеют вид:

– для компонент вектора перемещений

$$u_1^{(3)} = Ax_3 \ln \left[\frac{(x_2 - b_1 - R_{11})(x_2 - b_2 - R_{22})}{(x_2 - b_1 - R_{21})(x_2 - b_2 - R_{12})} \right], u_2^{(3)} = Ax_3 \ln \left[\frac{(x_1 - a_1 - R_{11})(x_1 - a_2 - R_{22})}{(x_1 - a_2 - R_{21})(x_1 - a_1 - R_{12})} \right],$$

$$u_3^{(3)} = \frac{i}{2} \left(Ax_3 + \frac{B}{x_3} \right) \sum_{k,l=1}^2 \ln \frac{B'_j \left\{ x_3 B'_l + (-1)^{k+1} (a_k - x_1) \right\} \left[(-1)^{k+1} a_k + (-1)^k x_1 + R_{kl} \right]}{B''_j \left\{ x_3 B''_l + (-1)^{k+1} (a_k - x_1) \right\} \left[(-1)^{k+1} a_k + (-1)^k x_1 + R_{kl} \right]},$$

– для компонент тензора напряжений

$$\sigma_{11}^{(3)} = 2A\mu \cdot x_3 \sum_{k,l=1}^2 (-1)^{k+l} \left\{ \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)}{\left[(a_k - x_1)^2 + x_3^2 \right] R_{kl}} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu) x_3} \operatorname{arctg} \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)}{x_3 R_{kl}} \right\},$$

$$\sigma_{22}^{(3)} = 2A\mu \cdot x_3 \sum_{k,l=1}^2 (-1)^{k+l} \left\{ \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)}{\left[(b_l - x_2)^2 + x_3^2 \right] R_{kl}} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu) x_3} \operatorname{arctg} \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)}{x_3 R_{kl}} \right\},$$

$$\sigma_{12}^{(3)} = -2A\mu \cdot x_3 \sum_{k,l=1}^2 \frac{(-1)^{k+l}}{R_{kl}},$$

$$\sigma_{13}^{(3)} = -\frac{2A\mu}{\lambda + \mu} \sum_{k,l=1}^2 \left\{ \frac{(-1)^{k+l} (\lambda + \mu) (b_l - x_2) x_3^2}{\left[(a_k - x_1)^2 + x_3^2 \right] R_{kl}} - \mu \ln (x_2 - b_l + R_{kl}) \right\},$$

$$\sigma_{23}^{(3)} = -2A\mu \sum_{k,l=1}^2 (-1)^{k+l} \left\{ \frac{(a_k - x_1) x_3^2}{\left[(b_l - x_2)^2 + x_3^2 \right] R_{kl}} + \frac{\mu}{\lambda + \mu} \operatorname{arctg} \frac{a_k - x_1}{R_{kl}} \right\},$$

$$\sigma_{33}^{(3)} = -2A\mu \cdot x_3 \sum_{k,l=1}^2 (-1)^{k+l} \left\{ \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)(R_{kl}^2 + x_3^2)}{\left[(a_k - x_1)^2 + x_3^2 \right] \left[(b_l - x_2)^2 + x_3^2 \right] R_{kl}} + \frac{\lambda + 2\mu}{(\lambda + \mu) x_3} \operatorname{arctg} \frac{(a_k - x_1)(b_l - x_2)}{x_3 R_{kl}} \right\},$$

где $B''_l = (-1)^{l+1} b_l + (-1)^l x_2 + x_3$, $B'_l = (-1)^l b_l + (-1)^{l+1} x_2 + x_3$,

$$R_{kl}^2 = (x_1 - a_k)^2 + (x_2 - b_l)^2 + x_3^2, \quad k, l = 1, 2, \quad A = \frac{\lambda + \mu}{8\pi\mu(\lambda + 2\mu)}, \quad B = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu},$$

λ, μ – постоянные Ляме для изотропной упругой среды;

i – мнимая единица.

Отметим, что полученные решения позволяют найти напряженно-деформированное состояние в любой точке пространства.

Аналитические функции для распределенных нагрузок были применены при гранично-элементном моделировании напряженного состояния системы ролик/вал в области контактного взаимодействия образца и контрообразца.

Максимальная относительная погрешность численно-аналитического моделирования напряжений составила примерно 6,1% в сравнении с аналитическим расчетом для оси Ox_3 в соответствии с теорией контактного взаимодействия тел вращения.

В диссертационной работе также представлены аналитические решения для перемещений при равномерном распределении усилий в пространстве по треугольной области и исследовано качественное поведение решений у поверхности распределения и на глубине.

В четвертой главе рассмотрено плоское напряженное состояние силовой системы ролик/вал, показанной на рисунке 4, *а*).

Данная система имеет важное прикладное значение при исследовании материалов на контактно-механическую усталость на машинах серии СИ. Для построения и анализа плоской модели системы ролик/вал использовался пакет конечно-элементного компьютерного моделирования ANSYS Workbench.

Особенностью системы ролик/вал является то, что в ней происходит контактное взаимодействие между валом (образцом) и роликом (контрообразцом) и, кроме того, к валу прикладывается изгибающая нагрузка, рисунок 4, *а*). На рисунке 4, *б*) представлен общий вид конечно-элементной сетки для системы в двумерной постановке с ее детализацией в области контактного взаимодействия.

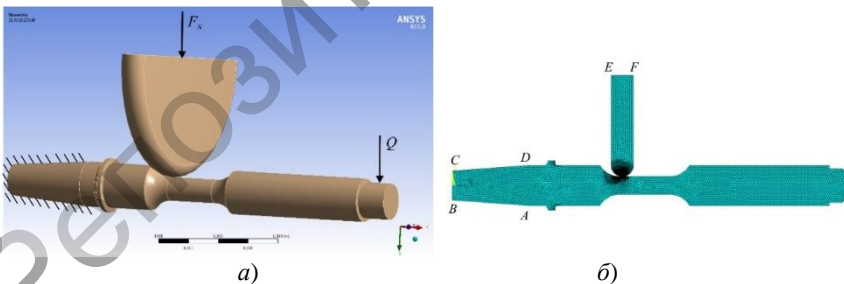


Рисунок 4. – Модель системы ролик / вал (*а*) и ее конечно-элементное разбиение (*б*)

На рисунке 5 показано, что суперпозиция напряжений, возникающих при контакте двух тел и при изгибе вала, существенным образом меняет напряженно-деформированное состояние в области контактного взаимодействия. В случае чисто контактного нагружения системы максимальное значение интенсивности напряжений σ_{int} равно 1,53 ГПа. При изгибе вала силой Q , направленной вверх (сжатие верхней половины вала), максимальная интенсивность

уменьшается на 80 МПа. При растяжении верхней половины вала (Q направлена вниз) максимальная интенсивность напряжений увеличивается на 1,31%.

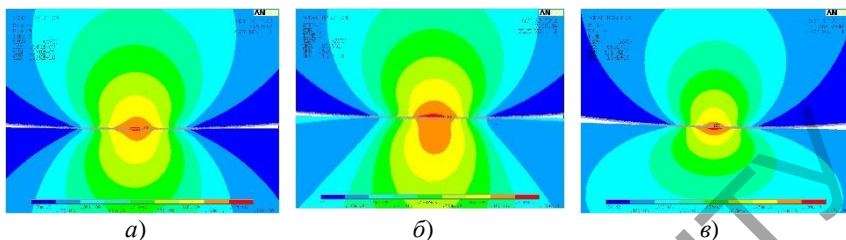


Рисунок 5. – Распределение и интенсивности напряжений σ_{int} в случае отсутствия изгибающей нагрузки (а); изгибающая вал нагрузка направлена вверх (б) и изгибающая вал нагрузка направлена вниз (в)

Анализ повреждаемости системы ролик/вал проводился на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом. Критериальные условия для ограничения опасных объемов V_q , и формула для расчета их величин и интегральной повреждаемости Ψ_q для эквивалентных напряжений имеют вид

$$V_q = \{dV / \psi_p \geq 1, dV \subset V_k\}, V_q = \int_{\psi_q \geq 1} dV, \Psi_q = \int_{\psi_q \geq 1} \psi_q dV, \quad (4)$$

где $\psi_q = \sigma_q / \sigma_q^{(\text{lim})}$, $q = \{I, II, III, IV\}$ – индексы, обозначающие четыре основные модели эквивалентных напряжений, $\sigma_I = \sigma_1$, $\sigma_{II} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)$, $\sigma_{III} = \sigma_1 - \sigma_3$, $\sigma_{IV} = \sigma_{\text{int}}$, $\sigma_q^{(\text{lim})}$ – предельные напряжения, V_k – рабочий объем деформируемого твердого тела.

В качестве предельного напряжения для ограничения опасных объемов в системе ролик / вал был взят предел контактной усталости для стали 25ХГТ $\sigma_q^{(\text{lim})} = 888$ МПа.

В плоской постановке опасному объему соответствует опасная площадь, в каждой точке которой величина действующих напряжений превышает предельные. Показано, что объемная повреждаемость системы в области контакта увеличиваются при изгибе образца. Например, при нагружении системы контактной силой, равной 500 Н, и реализации в области контакта поля сжимающих напряжений от изгиба силой 250 Н, величина опасной площади V_{int} увеличивается на 19,2% по сравнению с чисто контактным взаимодействием, а при реализации в верхней половине вала поля растягивающих напряжений увеличение опасной площади V_{int} составляет 73,1%.

Ускоренные испытания образцов на контактно-механическую усталость проводят методом ступенчатого повышения амплитуды напряжений при изгибе и заданных значениях контактных напряжений. Поэтому для каждой комбинации контактных и изгибающих напряжений по моделям эквивалентных напряжений из четырех известных теорий прочности были найдены значения величин

опасных объемов и повреждаемости системы и построены соответствующие графики. Также, с целью возможности прогнозирования повреждаемости системы ролик/вал, был построен интерполирующий полином от двух переменных второго порядка вида

$$f(F_N, Q) = a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2 + b_1 F_N + b_2 F_N^2, \quad (5)$$

где f – значения опасных площадей V_q и повреждаемости Ψ_q , индекс q соответствует моделям эквивалентных напряжений, F_N и Q – величины контактной и изгибающей нагрузок соответственно.

Для оценки коэффициентов полинома использовалась методика метода наименьших квадратов, т.е. минимизация суммы квадратов отклонений рассчитанного значения от теоретического.

В пятой главе рассмотрено напряженно-деформированное состояние силовой системы ролик/вал в пространственной постановке. Расчетная схема данной системы показана на рисунке 4, а). Конечно-элементная сетка для системы строилась автоматически с применением компонента Mechanical Model пакета ANSYS Workbench. Дополнительно проводилось измельчение сетки в области контактного взаимодействия ролика и вала. В силу симметрии модели относительно плоскости Ox , расчеты проводились для половины модели.

С целью верификации построенной модели был проведен анализ распределения напряжений в вале в случае приложения к системе только контактной нагрузки. Значение относительной погрешности конечно-элементного расчета в сравнении с известным аналитическим для максимального контактного давления в центре эллиптической площадки контакта невелико и составляет примерно 2,5%.

Напряженно-деформированное состояние системы ролик/вал в окрестности контактного взаимодействия исследовалось для различных условий нагружения контактной и изгибающей силами. Для различных комбинаций контактной и изгибающей сил показано, что при приложении изгибающей силы к образцу значительно меняется характер распределения полей напряжений по сравнению с чисто контактным взаимодействием. Например, при чисто контактном нагружении системы для $Q = 0$ Н силами $F_N = 100$ Н, 300 Н и 500 Н максимальные значения интенсивности напряжений σ_{int} в вале равны 1,50 ГПа, 1,96 ГПа и 2,55 ГПа соответственно. При реализации сжатия верхней половины вала вследствие неконтактного изгиба для $Q = -250$ Н максимальные значения σ_{int} уменьшаются на 14%–16%, а при реализации растяжения для $Q = 250$ Н – увеличиваются на 6%–8%.

На рисунке 6 показан опасный объем V_{int} , рассчитанный по формуле (4) в системе ролик / вал для трех характерных типов нагружения.

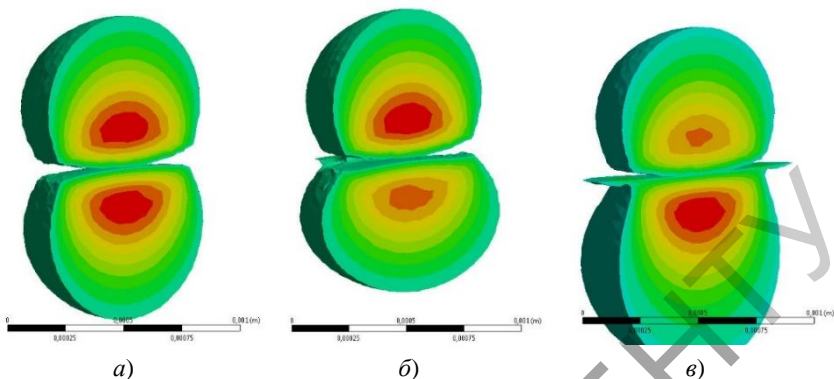


Рисунок 6. – Опасный объем при $F_N = 500$ Н для σ_{int} при отсутствии изгибающей нагрузки $Q = 0$ (а); изгибающая вал нагрузка направлена вверх $Q = -250$ Н (б); изгибающая вал нагрузка направлена вниз $Q = 250$ Н (в)

Интегральные показатели, характеризующие повреждаемость силовой системы, рассчитаны методом граничных элементов и методом конечных элементов для силовой системы ролик / вал в случае только контактного нагружения и представлены в таблице 1.

Таблица 1. – Интегральные показатели повреждаемости

Метод	Опасный объем (мм ³)	Повреждаемость (мм ³)
Граничных элементов	0,2771	0,4511
Конечных элементов	0,2898	0,4453

Далее проводился анализ величин опасных объемов и интегральной повреждаемости системы в целом и отдельно для ролика и вала на основе эквивалентных напряжений, рассчитанных в соответствии с четырьмя базовыми моделями эквивалентных напряжений. При проведении испытаний материалов на контактно-механическую усталость на машинах серии СИ, к силовой системе в рамках одного испытания прикладывают нагрузки, которые ступенчато изменяются с фиксированным шагом. Для компьютерной модели системы ролик/вал были проведены вычисления величин опасных объемов и повреждаемости для изменения контактной нагрузки от 100 Н до 500 Н с шагом 100 Н и изменения изгибающей нагрузки от -250 Н до 250 Н с шагом 50 Н. На рисунке 7 показаны вычисленные для интенсивности напряжений трехмерные графики изменения опасных объемов V_{int} и интегральной повреждаемости Ψ_{int} системы.

Как видно из рисунка 7, изменение опасного объема и повреждаемости ролика имеет характер, близкий к линейному, зависит от величины контактной нагрузки и практически не зависит от величины изгибающей силы. Изменение опасного объема и повреждаемости в вале нелинейно относительно как контактной, так и изгибающей силы. Данные величины для ролика и вала близки для отрицательных значений Q (область сжатия) и существенно отличаются для положительных значений изгибающей силы (область растяжения). При действии

на систему только контактной силы F_N величиной 100 Н и 500 Н, значения опасных объемов V_{int} в вале равны 0,0070 мм³ и 0,1468 мм³. При изгибе вала силой – 250 Н, действующей вверх (сжатие верхней половины вала), опасные объемы V_{int} для данных двух контактных нагрузок равны соответственно 0,0049 мм³ и 0,1455 мм³. Таким образом, при $F_N = 100$ Н опасный объем примерно на 30% меньше, чем при чистом контактном взаимодействии, а при $F_N = 500$ Н уменьшается менее чем на 1%. Следует отметить, что минимальные значения повреждаемости системы достигаются при действии на образец силы $Q = -150$ Н, направленной вверх. При действии силы $Q = 250$ Н направленной вниз (растяжение верхней половины вала), в системе ролик/вал достигаются наибольшие значения повреждаемости: опасный объем для F_N , равной 100 Н и 500 Н, составляет 0,0229 мм³ и 0,2576 мм³, т.е. увеличивается по сравнению с чисто контактным взаимодействием в 3,27 раз и 1,75 раз соответственно.

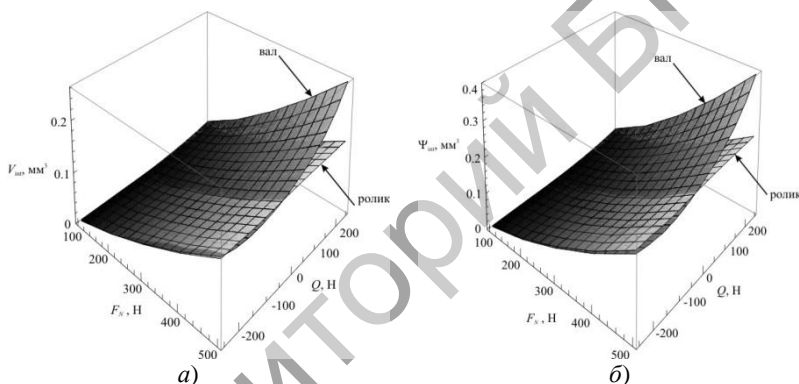


Рисунок 7. – Изменения опасного объема V_{int} (а) и интегральной повреждаемости Ψ_{int} (б) системы ролик / вал

С целью прогнозирования величин повреждаемости силовой системы ролик / вал, по полученным результатам вычислений были построены по аналогии с формулой (5) интерполирующие многочлены второго порядка для образца и первого порядка для контрообразца. Коэффициенты многочлена для ролика в мм³ представлены в таблице 2. Аналогичные результаты получены также и для ролика.

Таблица 2. – Коэффициенты интерполяционных многочленов

Показатель	$a_0 (10^{-3})$	$a_1 (10^{-3})$	$a_2 (10^{-6})$	$b_1 (10^{-3})$	$b_2 (10^{-6})$
$V_{\text{I shaft}}$	-11,03	-0,52	0,16	0,18	0,30
$\Psi_{\text{I shaft}}$	-17,71	-0,07	0,21	0,25	0,69
$V_{\text{II shaft}}$	-13,02	0,03	0,17	0,15	0,32
$\Psi_{\text{II shaft}}$	-17,88	-0,06	0,21	0,20	0,68
$V_{\text{III shaft}}$	-39,17	0,17	1,02	0,24	0,40
$\Psi_{\text{III shaft}}$	-53,13	0,26	0,26	1,44	0,80
$V_{\text{IV shaft}}$	-24,46	0,12	0,48	0,18	0,35
$\Psi_{\text{IV shaft}}$	-30,70	0,19	0,66	0,18	0,71

Результаты исследований позволяют говорить об эффективности использования методики исследования объединенного напряженно-деформированного состояния и прогнозирования повреждаемости системы при проведении испытаний на контактно-механическую усталость.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Получены основанные на задачах Фламана и Кельвина зависимости в виде гипергеометрических функций и абсолютно сходящихся рядов для определения напряженно-деформированного состояния полуплоскости и плоскости при действии на отрезок распределенных в соответствии с произвольным полиномиальным законом нормальных и касательных усилий, позволившие проводить гранично-элементное моделирование с малой, не более 7%, относительной погрешностью в двумерной постановке без численного интегрирования сингулярных интегралов в окрестности приложения нагрузки. На основе полученных решений разработаны методики численного анализа плоского напряженного состояния для плоских тел сложной формы и заданных граничных условий [2–4, 14, 16, 18, 20, 22, 23, 30, 32–34].

2. Получены основанные на решении задачи Буссинеска выражения для определения компонент напряженно-деформированного состояния в случае действия усилий, равномерно и линейно распределенных по треугольной области, а также выражения для решения задачи Кельвина при равномерно распределенных по прямоугольной области усилиях, позволяющие проводить гранично-элементное моделирование в трехмерной постановке без численного интегрирования несобственных интегралов в окрестности приложения нагрузки. Для данных решений разработаны алгоритмы расчета напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости в области контактного взаимодействия тел несогласованной формы, которые были применены для верификации результатов конечно-элементного моделирования системы ролик/вал [1, 10–13, 21, 29, 35–37].

3. Построена механико-математическая модель трехмерного напряженно-деформированного состояния силовой системы ролик/вал, учитывающая реальные геометрические характеристики тел, используемых при испытаниях на контактно-механическую усталость. Показано, что при объемном деформировании вала, вызванном его неконтактным изгибом, максимальная интенсивность напряжений уменьшается до 14% при сжатии и увеличивается до 9% при растяжении по сравнению с чисто контактным нагружением [5, 8, 19, 24–26].

4. Для системы ролик/вал сформулированы и решены прикладные задачи расчета ее плоского и пространственного напряженно-деформированных состояний, которые позволили учесть сложную форму тел системы в окрестности контактного взаимодействия и построить для данной системы зависимости характеристик объемной повреждаемости от величин контактных и неконтактных

нагрузок и показали обусловленные неконтактным изгибом уменьшение до 30% при сжатии и увеличение до 3,27 раз при растяжении октаэдрического опасного объема в окрестности контактного взаимодействия [6, 7, 9, 15, 17, 27, 28, 31].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные аналитические решения для усилий, распределенных по отрезку, прямоугольнику и треугольнику, и разработанные механико-математические модели могут быть использованы при

- построении численных алгоритмов метода граничных элементов для анализа напряженно-деформированного состояния твердых тел в плоской и пространственной постановках со сложными геометрическими характеристиками для смешанных граничных условий;
- исследовании и прогнозировании пространственного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости тел, работающих в условиях комплексного нагружения контактными и неконтактными силами;
- формулировке практические рекомендаций при испытаниях образцов на контактно-механическую усталость;
- уменьшении временных и материальных затрат, необходимых для проведения полного цикла испытаний.

Данные результаты могут быть использованы в исследовательской и расчетной работе научно-исследовательских и проектных организаций машиностроительного профиля.

Полученные результаты исследований

- были использованы при выполнении заданий по государственным программам научных исследований;
- использованы в ЛИИ «Омсельмаш» при разработке методик испытаний на изгибную, контактную и контактно-механическую усталость для оценки пространственного напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости модели ролик/вал силовых систем;
- применены в научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта БелГУта при исследовании и прогнозировании пространственного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости железнодорожного пути и колес подвижного состава, а также при выработке практических рекомендаций их испытаний;
- использованы в НПО «Трибофатика» при разработке моделей напряженно-деформированного состояния и состояния и объемной повреждаемости моделей силовых систем (в том числе модели ролик/вал);
- вошли в две зарегистрированные компьютерные программы (свидетельства № 494 от 25.04.2013 «Cutting System компьютерной системы Mathematica» и № 750 от 26.03.2015 «DyncutAn» компьютерной системы Mathematica 9.0»);
- внедрены в учебный процесс БГУ (курсы «Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики», «Численные методы механики сплошной среды», «Техническая механика») и БелГУТ (курсы «Основы трибофатики (Трибофатика)» и «Механика материалов»).

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**Статьи в научных журналах**

1. Щербаков, С. С. Состояние повреждаемости при сложном нагружении / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. – № 2. – С. 103–106.
2. Щербаков, С.С. Напряженно-деформируемое состояние трибофатической системы прижим-нож-опора режущего инструмента комбайна с учетом контактного взаимодействия / С.С. Щербаков, А.В. Круподеров, Д.Е. Мармыш // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць / ред. кол.: А.П. Дзюба (відп. ред.) та ін. – Дніпропетровськ: Ліра. – 2012. – Вип. 13. – С. 438–443.
3. Мармыш, Д.Е. Численно-аналитический метод граничных элементов в плоской контактной задаче теории упругости / Д.Е. Мармыш // Молодежь в науке – 2012: прил. к журн. «Весці Нацыянальная акадэміі навук Беларусі». – Минск: Беларус. навука. – 2013, Ч. 3 – С. 42–46.
4. Мармыш, Д.Е. Граничноэлементное моделирование напряженно-деформированного состояния статически неопределимой балки / Д.Е. Мармыш // Теоретическая и прикладная механика: Международный сборник научно-методических статей. – Вып. 28. – Минск: БНТУ, – 2013. – С. 219–223.
5. Мармыш, Д.Е. Моделирование двумерного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости трибофатической системы ролик/вал / Д.Е. Мармыш // Теоретическая и прикладная механика: Международный сборник научно-методических статей. – Вып. 29. – Минск: БНТУ, – 2014. – С. 273–277.
6. Объемная повреждаемость ножа и противорежущего бруса режущего аппарата комбайна в динамической постановке / Д.Е. Мармыш [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. тр. – Вып. 4. – Минск: ОИМ. – 2015. – С. 232–236.
7. Опасные объемы как мера повреждаемости на макро- и микроуровне / Д.Е. Мармыш [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. тр. – Вып. 4. – Минск: ОИМ. – 2015. – С. 237–240.
8. Мармыш, Д.Е. Пространственное напряженно-деформированное состояние и объемная повреждаемость системы «ролик-вал» / Д.Е. Мармыш // Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. тр. – Вып. 4. – Минск: ОИМ. – 2015. – С. 248–251.
9. Мармыш, Д.Е. Повреждаемость системы ролик/вал при ускоренных испытаниях на контактно-механическую усталость / Д.Е. Мармыш // Молодежь в науке – 2016: прил. к журн. «Весці Нацыянальная акадэміі навук Беларусі». – Минск: Беларус навука. – 2016, Ч. 3 – С. 52–55.
10. Мармыш, Д.Е. Численное моделирование повреждаемости силовой системы / Д.Е. Мармыш // Теоретическая и прикладная механика: Международный сборник научно-методических статей. – Вып. 32. – Минск: БНТУ, – 2017. – С. 312–316.

Статьи в сборниках трудов и материалах научных конференций

11. Щербаков, С.С. Непрерывные в полупространстве решения для некоторого распределения граничных условий / С.С. Щербаков, Д.Е. Мармыш; науч. ред. Ю. Э. Обжерин // *Материалы XVIII Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики»*. – Севастополь, Украина, 13–17 сентября 2010 г. / Севастопольский национальный технический университет. – Севастополь, 2010. – С. 52–53.

12. Мармыш, Д. Е. Непрерывные в полупространстве аналитические решения для равномерного и полиномиального распределений нормальных усилий по треугольной и прямоугольной областям / Д. Е. Мармыш, С. С. Щербаков // *Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]*. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 369–377.

13. Мармыш, Д.Е. Моделирование перемещений и напряжений в полупространстве при действии распределенной нагрузки / Д.Е. Мармыш // *Материалы международной научно-технической конференции «Проблемы недропользования»*. – Санкт-Петербург, Россия, 20–23 апреля 2011 г. / Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – Санкт-Петербург, 2011. – С. 152–154.

14. Щербаков, С.С. Точные решения для реализации метода граничных элементов применительно к плоским задачам теории упругости / С.С. Щербаков, Д.Е. Мармыш; науч. ред. Ю. Э. Обжерин // *Материалы XIX Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики»*. – Севастополь, Украина, 12–16 сентября 2011 г. / Севастопольский национальный технический университет. – Севастополь, 2011. – С. 43–47.

15. Моделирование распространения трещины в образце с помощью опасного объема / С.С. Щербаков, Л.А. Шемет, О.А. Насань, Д.Е. Мармыш // *Материалы XIX Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики»*. – Севастополь, Украина, 12–16 сентября 2011 г. / Министерство образования и науки Украины; Севастопольский национальный технический университет; науч. ред. Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, СевНТУ, 2011. – С. 47–50.

16. Аналитические решения задачи о напряженном состоянии полуплоскости при полиномиальном распределении поверхностных усилий / С.С. Щербаков, Д.Е. Мармыш, О.А. Насань, Л.А. Шемет // *VI Белорусский конгресс по теорет. и прикл. механике «Механика – 2011»: сб. науч. трудов, Минск, 26–28 октября 2011 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]*. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2011. – С. 97–103.

17. Моделирование опасных объемов при одновременном действии контактных и неконтактных нагрузок / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш, О. А. Насань, Л. А. Шемет // *Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. трудов / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус.*

гос. ун-т трансп.; под ред. А. О. Шимановского. – Вып. 5. – Гомель: БелГУТ, 2011. – С. 166–172.

18. Мармыш, Д.Е. Моделирование напряжений в полуплоскости при действии распределенной нагрузки методом граничных элементов / Д.Е. Мармыш // Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей. – Вып. 27. – Минск: БНТУ, – 2012. – С. 285–289.

19. Напряженно-деформированное состояние трибофатической системы прижим-нож-опора режущего инструмента комбайна / М.А. Журавков, С.С. Щербаков, А.В. Круподеров, Д.Е. Мармыш // Тр. Международного форума-конкурса молодых ученых, 25 – 27 апреля 2012 г., Санкт-Петербург (Россия) / Редкол.: Л.С. Синьков, Ю.М. Сишук, А.Н. Мартемьянова, О.Ю. Лебедева. -Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». СПб, 2012. – Часть 1. – С. 158–161.

20. Мармыш, Д.Е. Напряженное состояние упругой бесконечной полосы при равномерном и эллиптическом нагружении / Д.Е. Мармыш // Материалы II Международной научно-практической конференции «Время вызовов и возможностей: проблемы, решения, перспективы». – Резекне, Латвия, 17–18 мая 2012 г. / Резекненская высшая школа. – Резекне, 2012. – С. 152–157.

21. Граничноэлементное моделирование напряженно-деформированного состояния системы нож-прижим-опора / М.А. Журавков, С.С. Щербаков, А.В. Круподеров, Д.Е. Мармыш // Материалы XX Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики». – Севастополь, Украина, 10–14 сентября 2012 г. / Министерство образования и науки Украины; Севастопольский национальный технический университет; науч. ред. Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, СевНТУ, 2012. – С. 196–200.

22. Мармыш, Д.Е. Применение аналитических граничных элементов для компьютерного моделирования напряженного состояния балок / Д.Е. Мармыш // Материалы международной научно-технической конференции «Проблемы недропользования». – Санкт-Петербург, Россия, 24–26 апреля 2013 г. / Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». – Санкт-Петербург, 2013. – С. 229–232.

23. D. Marmysh, D. Analytical method for boundary element calculation of stress-strain of beam / D. Marmysh, S. Sherbakov // European and national dimension in research. Materials of V junior researchers' conference, Novopolotsk, April 24–25, 2013. – Part 3. – P. 48–52.

24. Напряженно-деформированное состояние и состояние поврежденности трибофатической системы нож-прижим-основание / С.С. Щербаков, А.В. Круподеров, О.А. Насань, Д.Е. Мармыш, Л.А. Шемет // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. – Алушта, Украина, 22–31 мая 2013 г. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С. 459–460.

25. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния динамической системы противорежущий брус-нож-прижим-основание-

болты в трехмерной постановке / С.С. Щербаков, О.А. Насань, Д.Е. Мармыш, Л.А. Шемет // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. – Алушта, Украина, 22–31 мая 2013 г. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – С. 460–462.

26. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния системы болты/прижим/нож/опора/ противорежущий брус в трехмерной динамической постановке / С.С. Щербаков, О.А. Насань, Д.Е. Мармыш, Л.А. Шемет; науч. ред. Ю. Э. Обжерин // Материалы XXI Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики». – Севастополь, Украина, 16–20 сентября 2013 г. / Севастопольский национальный технический университет. – Севастополь, 2013. – С. 78–81.

27. Исследование повреждаемости технических систем методом конечных элементов / Д.Е. Мармыш, О.А. Насань, Л.А. Шемет, С.С. Щербаков // Материалы IV Международной научно-практической конференции «Строительство и восстановление искусственных сооружений». – Гомель, Беларусь, 16–18 апреля 2015 г. / Белорусский государственный университет транспорта. – Гомель: БелГУТ, 2015. – С. 51–56.

28. Насань, О.А. Объемная повреждаемость системы противорежущий брус/нож/прижим/основание/болты при ее динамическом ударном нагружении / О.А. Насань, Д.Е. Мармыш, Л.А. Шемет // Материалы XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – Казань, 20–24 августа 2015 г. / Казанский федеральный университет им. Лобачевского. – Казань, 2015. – С. 2730–2732.

Тезисы докладов

29. Щербаков, С.С. Напряженное состояние системы ролик-вал в условиях сложного нагружения / С.С. Щербаков, И.Н. Павловский, Д.Е. Мармыш // Международная конференция «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений». – Минск, 14–19 сентября 2009 г. / Институт математики НАН Беларуси. – Минск, 2009. – С. 170–171.

30. Мармыш, Д.Е. Точные решения для полуплоскости при равномерном распределении нагрузки. / Д.Е. Мармыш, С.С. Щербаков // Международная конференция «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений». – Минск, 12–17 сентября 2011 г. / Институт математики НАН Беларуси. – Минск, 2011. – С. 100–101.

31. Компьютерное моделирование распространения трещины / С.С. Щербаков, Л.А. Шемет, О.А. Насань, Д.Е. Мармыш // Международная конференция «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений». – Минск, 12–17 сентября 2011 г. / Институт математики НАН Беларуси. – Минск, 2011. – С. 157–158.

32. Мармыш, Д.Е. Точные решения для реализации метода граничных элементов применительно к двумерным и трехмерным задачам теории упругости / Д.Е. Мармыш, С.С. Щербаков // Республиканская конференция «НИРС-2011». –

Минск, 18 октября 2011 г. / Белорусский государственный университет. – Минск: БГУ, 2011. – С. 90.

33. Мармыш, Д.Е. Точные решения для реализации метода граничных элементов в плоской задаче теории упругости / Д.Е. Мармыш // 2-я Международная научно-практическая конференция «Веб-программирование и интернет-технологии WebConf2012». – Минск, 5–7 июня 2012 г. / Белорусский государственный университет. – Минск: БГУ, 2012. – С. 90–91.

34. Мармыш, Д.Е. Аналитические решения задачи о напряженном состоянии плоскости при полиномиальном распределении усилий / Д.Е. Мармыш // Международная научная конференция «XI Белорусская математическая конференция». – Минск, 5–9 ноября 2012 г. / Белорусский государственный университет. – Минск: БГУ, 2012. – Ч. 3. – С. 78–79.

35. Граничноэлементное моделирование многокомпонентной системы / М.А. Журавков, С.С. Щербаков, А.В. Круподеров, Д.Е. Мармыш / Международная научная конференция «XI Белорусская математическая конференция». – Минск, 5–9 ноября 2012 г. / Белорусский государственный университет. – Минск: БГУ, 2012. – Ч. 3. – С. 66–67.

36. Мармыш, Д.Е. Метод аналитических граничных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния силовых систем / Д.Е. Мармыш, О.А. Насань, С.С. Щербаков / Всероссийская (с международным участием) конференция по механике деформируемого твердого тела. – Ростов-на-Дону, Россия, 15–18 октября 2013 г. / Южный федеральный университет. – Ростов-н/Д: ЮФУ, 2013. – С. 109.

37. Гранично-элементное моделирование плоского напряженного состояния силовой системы / Д.Е. Мармыш, О.А. Насань, С.С. Щербаков, Л.А. Шемет // 3-я Международная научно-практическая конференция «Веб-программирование и интернет-технологии WebConf2015». – Минск, 12–14 мая 2015 г. / Белорусский государственный университет. – Минск: БГУ, 2015. – С. 95–96.

РЭЗІЮМЭ
Мармыш Дзяніс Яўгеневіч

ЛІКАВА-АНАЛІТЫЧНАЕ МАДЭЛІРАВАННЕ
НАПРУЖАНА-ДЭФАРМАВАНАГА СТАНА І ПАШКОДЖАННЯ
МЕХАНІЧНАЙ СІСТЭМЫ, ЯКАЯ ПРАЦУЕ ВА ЁМОВАХ
КАНТАКТНАГА УЗАЕМАДЗЕЙННЯ І ВЫГІБУ

Ключавыя словы: сілавая сістэма, метады межавых элементаў, кантактнае ўзаемадзеянне, аб'ёмнае пашкоджанне, сістэма ролік / вал.

Мэтай даследаванняў з'яўляецца пабудова механіка-матэматычнай мадэлі, якая апісвае аб'ёмны напружана-дэфармаваны стан сілавой сістэмы ролік / вал, якая працуе ва ўмовах кантактнага напружэння і аб'ёмнага дэфармавання, а таксама распрацоўка алгарытмаў, заснаваных на метады межавых элементаў, якія дазваляюць знаходзіць кампаненты напружана-дэфармаванага стану і пашкоджанне аб'ектаў сістэмы.

У працы выкарыстаны падыход метаду межавых элементаў для распрацоўкі колькасна-аналітычнага метаду, заснаванага на папярэднім інтэгрванні фундаментальных рашэнняў тэоры пругкасці, якія дазваляюць мадэляваць напружана-дэфармаваны стан тэл з улікам асаблівасцяў геаметрыі і змешанымі межавымі ўмовамі. Для даследавання пашкоджання сістэмы ролік/вал выкарыстаны механіка-матэматычныя метады, якія апісваюць ўзаемадзеянне і прасторавы напружана-дэфармаваны стан сістэмы тэл, а таксама мадэлі цвердага цела з небяспечным аб'ёмам.

Навуковая навізна заключаецца ў распрацоўцы і вырашэнні механіка-матэматычнай мадэлі, якая апісвае складаны напружана-дэфармаваны стан і пашкоджанне сілавоц сістэмы ролік / вал, якая працуе ва ўмовах кантактнага напружэння і некантактнага выгібу. Таксама распрацаваны эфектыўныя алгарытмы рэалізацыі колькасна-аналітычнага метаду межавых элементаў, заснаванага на аналітычных рашэннях для палінаміяльна размеркаваных нагрузкак.

Галіна ўжывання: вынікі могуць быць выкарыстаны ў навуковых, даследчых і вытворчых арганізацыях пры вывучэнні складанага напружана-дэфармаванага стану сістэмы тэл якая працуе ва ўмовах комплекснага напружэння сілавымі фактарамі.

РЕЗЮМЕ**Мармыш Денис Евгеньевич****ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮЩЕЙ
В УСЛОВИЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИЗГИБА**

Ключевые слова: силовая система, метод граничных элементов, контактное взаимодействие, объемная повреждаемость, система ролик / вал.

Целью исследований является построение механико-математической модели, описывающей объемное напряженно-деформированное состояние силовой системы ролик / вал, работающей в условии контактного нагружения и объемного деформирования, а также разработка алгоритмов, основанных на методе граничных элементов и позволяющих рассчитывать компоненты напряженно-деформированного состояния и повреждаемость объектов системы.

В работе использован подход метода граничных элементов для разработки численно-аналитического метода, основанного на предварительном интегрировании фундаментальных решений теории упругости, позволяющего моделировать напряженно-деформированное состояние тел учетом особенностей геометрии и смешанными граничными условиями. Для исследования повреждаемости системы ролик / вал использованы механико-математические методы описывающие взаимодействие и пространственное напряженно-деформированное состояние системы тел, а также модель деформированного твердого тела с опасным объемом.

Научная новизна заключается в разработке и применении механико-математической модели, описывающей сложное напряженно-деформированное состояние и объемную повреждаемость силовой системы ролик / вал, работающей в условиях контактного нагружения и неконтактного изгиба. Также разработаны эффективные алгоритмы реализации численно-аналитического метода граничных элементов, основанного на аналитических решениях для полиномиально распределенных нагрузок.

Область применения: результаты могут быть использованы в научно-исследовательских и производственных организациях при изучении сложного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости системы тел, работающих в условиях комплексного нагружения.

SUMMARY

Dzianis Eugenievich Marmysh

NUMERICAL AND ANALYTICAL MODELING OF STRESS-DEFORMED CONDITION AND DAMAGE OF MECHANICAL SYSTEM WORKING IN CONDITIONS OF CONTACT INTERACTION AND BENDING

Keywords: power system, boundary element method, contact interaction, volume damageability, roller / shaft system.

The aim of the research is to construct the mechanical and mathematical model describing the volumetric stress-strain state of the roller / shaft power system, which operate in the condition of contact loading and volume deformation. The development of algorithms, based on the boundary element method and allowing calculate the components of the stress-strain state and the damageability of the system objects.

The approach of the method of boundary elements for the development of a numerical-analytical method based on the preliminary integration of the fundamental solutions of the theory of elasticity, which makes it possible to model the stress-strain state of bodies by taking into account the features of geometry and mixed boundary conditions. To investigate the damageability of the roller / shaft system, mechanic-mathematical methods describing the interaction and the spatial stress-strain state of the body system are used, as well as the model of a deformed solid with a dangerous volume.

Scientific novelty consists in the development and application of a mechanical-mathematical model describing the complex stress-strain state and volumetric damage of the roller / shaft power system operating under conditions of contact loading and non-contact bending. Also, effective algorithms for implementing the numerical-analytical method of boundary elements, based on analytical solutions for polynomially distributed loads, have been developed.

Scope: the results can be used in research and production organizations in the study of a complex stress-strain state and volumetric damageability of a system of bodies operating under conditions of complex loading.

Научное издание

МАРМЫШ

Денис Евгеньевич

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
И ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮ-
ЩЕЙ В УСЛОВИЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИЗГИБА**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела