## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ОБЪЕМНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ СИСТЕМЫ ВКЛАДЫШ/ВАЛ

## д.ф.-м.н. Щербаков С.С., асп. Мозолевский О.А.

## Белорусский государственный университет, Минск

**Введение.** В работе рассматриваются механико-математические модели, описывающие напряженно-деформированное состояние и состояние объемной повреждаемости системы вкладыш/вал, работающей при комплексном нагружении контактными и изгибающими силами. Данная трибофатическая система используется при испытаниях на фрикционно-механическую усталость на машинах серии СИ.

Приложение к системе вкладыш/вал неконтактных нагрузок принципиально изменяет картину распределения напряжений и деформаций в области контактного взаимодействия. Целью настоящей работы было исследование изменения качественных и количественных характеристик напряженного состояния и опасных объемов в трехмерной окрестности площадки контакта.

Постановка задачи. На рис. 1,а изображена схема нагружения системы контактной и изгибающей нагрузками. Главная особенность рассматриваемой системы в сравнении с контактной парой состоит в том, что в зоне взаимодействия вала со вкладышем напряженное состояние обусловлено как полем контактных напряжений, так и полем напряжений вследствие изгиба.

Таким образом, при построении механико-математической модели для исследования напряженно-деформированного состояния трибофатической системы вкладыш/вал будем учитывать действие как распределенного контактного давления p(S), где S – площадка контакта, так и воздействие неконтактных нагрузок (M, Q, N) [1].

В рассматриваемой модели к вкладышу прикладывалась контактная нагрузка  $F_N$ , а к валу – изгибающая нагрузка Q, и следовательно, полное напряженное состояние в области контакта было обусловлено суперпозицией полей напряжений, возникающих под действием нагрузки  $F_N$ , и силы Q, т.е

$$\sigma_{ij}(F_N,Q) = \sigma_{ij}^N + \sigma_{ij}^Q, \qquad (1)$$

где  $\sigma_{ij}^{N}$  – поле напряжений, возникающее за счет действия нагрузки  $F_{N}$ ,  $\sigma_{ij}^{Q}$  – поле напряжений, возникающее за счет действия нагрузки Q. Граничное условие в области контакта имеет вид:

$$\sigma_{nn}|_{S} = p(F_N, Q), \quad \text{где } n \perp S.$$

Конечно-элементное моделирование. Конечно-элементное моделирование системы вкладыш/вал в трехмерной постановке осуществлялось в соответствии с методикой, изложенной в работе [2], в пакете компьютерной механики ANSYS Workbench. При построении геометрической модели использовались размеры стандартных образцов, используемых при испытаниях на фрикционно-механическую усталость. На рис. 1,а показаны геометрические характеристики модели и приложенные нагрузки  $F_N$  и Q.

В силу симметрии задачи относительно плоскости *хОу* расчеты проводились для половины модели.

С целью повышения точности расчета в месте контактного взаимодействия вкладыша с валом производилась дополнительная детализация сетки более мелкими элементами, как показано на рис. 1,б. Количество узлов расчетной сетки составило 208234, количество конечных элементов – 113248. Значения коэффициентов Пуассона и модулей упругости для материалов вкладыша и вала были приняты одинаковыми и равными соответственно 0,3 и 2·10<sup>11</sup> Па.

На этапе верификации модели к исследуемой силовой системе прикладывалась только контактная нагрузка  $F_N = 600$  Н. Проверка корректности построенной конечноэлементной модели проводилась путём сравнения полученного численного решения и аналитического (рис. 1).



Рис. 1 – Компьютерная модель и схема нагружения системы вкладыш/вал в ANSYS Workbench (a),общий вид конечно-элементной сетки (б), распределение напряжений  $\sigma_{yy}$  вдоль оси Ох (в) и значения максимальной интенсивности напряжений системы для различных соотношений контактной и неконтактной нагрузок (г)

Наибольшее контактное давление в точке первоначального контакта определяется по известной формуле следующим образом [1]:

$$p_0 = -\left|\sigma_{\max}\right| = 1,27\frac{q}{b} = 0,418\sqrt{2q\frac{E_1E_2}{E_1 + E_2}\frac{R_1 + R_2}{R_1R_2}},$$
(2)

Сравнительный анализ аналитического и численного решения проводился для напряжений  $\sigma_{yy}$ , распределенных на поверхности площадки контакта вдоль оси Ox:

$$\sigma_{yy} = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} , \qquad (3)$$

Из рис. 1,в видно, что в сравнении с аналитическим решением (2), (3) погрешность конечно-элементного расчета максимального контактного давления в центре площадки контакта невелика и составляет примерно 15 %.

Из рис. 1,г и рис. 2,а-и видны значительные отличия интенсивности напряжений для различных соотношений контактной и неконтактной нагрузок.

Максимальная интенсивность напряжений при отсутствии изгибающей нагрузки и  $F_N$  = -500 H возрастает на 35 % относительно  $F_N$  = -300 H и при  $F_N$  -100 H уменьшает-

ся на 15 % соответственно. Для Q = -200 Н при  $F_N = -500$  Н напряжения возрастают на 7,8 % относительно  $F_N = -300$  Н и при  $F_N = -100$  Н уменьшается на 5,5 % соответственно. Для Q = 200 Н при  $F_N = -500$  Н напряжения возрастают на 8,7 % относительно  $F_N = -300$  Н и при  $F_N = -100$  Н уменьшается на 17,2 % соответственно.

При  $F_N = -100$  Н интенсивность напряжений возрастает на 17,9 % при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. При  $F_N = -300$  Н интенсивность напряжений возрастает на 34,2 % при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. При  $F_N = -500$  Н интенсивность напряжений возрастает на 36,1 % при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. При  $F_N = -500$  Н интенсивность напряжений возрастает на 36,1 % при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. При этом интенсивность напряжений в отсутствии изгибающей нагрузки наименьшая.

Опасные объемы. В общем случае при действии на однородную изотропную трибофатическую систему предельной нагрузки  $F_{*\text{lim}}$  для деформируемого элемента системы предельные значения для интенсивности напряжений  $\sigma_{\text{int}}^{(*\text{lim})}$  определяются следующим образом [3]:

$$\sigma_{\text{int}}^{(*\text{lim})} = \max_{dV} \left[ \sigma_{\text{int}} \left( F_{*\text{lim}}, dV \right) \right],$$

где *dV* – элементарный объем нагруженного тела.

Тогда условие для ограничения октаэдрического опасного объема по предельной интенсивности напряжений будет иметь вид [3]

$$dV_{\rm int} = \left\{ dV / \sigma_{\rm int} \ge \sigma_{\rm int}^{(*\rm lim)}, dV \subset V_k \right\},\tag{4}$$

В соответствии с (4) опасный объем характеризует трехмерную область тела, в которой действующие напряжения превышают предельные.

Функция повреждаемости опасного объема определяется как интеграл по опасному объему, в котором подынтегральной функцией выступает отношение действующей интенсивности напряжений к предельной, т.е. локальная повреждаемость элементарного объема dV:

$$\Psi_{\rm int} = \int_{\sigma_{\rm int} \ge \sigma_{\rm int}^{(*\,\rm lim)}} \frac{\sigma_{\rm int}}{\sigma_{\rm int}^{(*\,\rm lim)}} dV , \qquad (5)$$

Рассмотрим изменения октаэдрических опасных объемов в системе для предельной интенсивности напряжений  $\sigma_{int}^{(*lim)} = 68 \text{ M}\Pi a.$ 

При проведении серии испытаний на контактно-механическую усталость, к системе вкладыш/вал прикладывают различные комбинации изгибающих и контактных нагрузок, в соответствии с этим возникает необходимость моделирования объемной повреждаемости системы при различных значениях силовых факторов.

На рис. 2,к-т показаны опасные объёмы для разных направлений приложения изгибающей силы: вверх при Q = 200 H, создающей дополнительное сжатие в окрестности контакта, и вниз при Q = -200 H, создающей дополнительное растяжение в окрестности контакта.

Значения опасных объёмов при изгибе вверх и вниз составляют 3 % и 5,8 % соответственно от общего объёма системы или 1124 мм<sup>3</sup> и 2161 мм<sup>3</sup> соответственно. Изменение величины опасного объёма обусловлено возникновением дополнительного поля напряжений, вызванного приложением изгибающей нагрузки *Q*.

На рис. 3 и 4 показаны графики изменения величины опасного объема в системе и повреждаемости при изменении значения контактной нагрузки от -100 H до -500 H, изгибающей нагрузки от -200 H до 200 H и величины предельного значения интенсивности напряжений от 8 МПа до 165 МПа.



Рис. 2. Распределение интенсивности напряжений (a) – (u) и опасные объёмы (к) – (m) для различных соотношений контактных и неконтактных сил

Из рис. З видны весьма значительные отличия опасных объёмов и повреждаемости для вала при различных соотношениях контактной, неконтактной нагрузок и величин предельного значения. Так из рис. З,г видно, что для  $\sigma_{int}^{(*lim)} = 68$  МПа при Q = -200Н и при  $F_N = -500$  Н опасный объём возрастает на 12,2% относительно  $F_N = -300$  и при  $F_N = -100$  Н уменьшается на 14,15% соответственно. Для Q = 200 Н при  $F_N = -500$  Н опасный объём уменьшается на 3,4% относительно  $F_N = -300$  Н и при  $F_N = -100$  Н увеличиваются на 11,8% соответственно. Для  $F_N = -100$  Н опасный объём уменьшается на 17,9% при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. Для  $F_N = -300$ Н до Q = 200 Н. Для  $F_N = -500$  Н опасный объём уменьшается на 77,7% при увеличении контактной нагрузки с Q = 200 Н. При этом опасные объёмы при отсутствующей изгибающей нагрузки являются наименьшими.

Следует отметить, что опасный объём больше, если контактная и изгибающая нагрузка сонаправлены, в сравнении со случаем, когда они направлены в разные стороны. Анализ повреждаемости вала (рис. 3,к-т) проводится аналогично.

Из рис. 4 видны значительные отличия опасных объёмов и повреждаемости для вкладыша при различных соотношениях контактной и неконтактной нагрузок, а также величин предельного значения интенсивности напряжений.

Так из рис. 4,г видно, что для  $\sigma_{int}^{(*lim)} = 68$  МПа при Q = -200 Н и при  $F_N = -500$  Н опасный объём возрастает на 154% относительно  $F_N = -300$  Н и при  $F_N = -100$  Н уменьшается практически до нуля. Для Q = 200 Н при  $F_N = -500$  Н опасный объём увеличивается на 101% относительно  $F_N = -300$  Н и при  $F_N = -100$  Н уменьшается примерно в 4 раза соответственно. Для  $F_N = -100$  Н опасный объём увеличивается на 908% при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. Для  $F_N = -300$  Опасный объём увеличивается на 49% при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. Для  $F_N = -500$  Н опасный объём увеличивается на 18,4% при увеличении контактной нагрузки с Q = -200 Н до Q = 200 Н. При этом опасные объёмы при отсутствующей изгибающей нагрузки наименьшие.

Опасный объём меньше, если контактная и изгибающая нагрузка сонаправлены, в сравнении со случаем, когда они направлены в разные стороны. Анализ повреждаемости вкладыша проводится аналогично.

Заключение. Представлены постановка и решение задачи контактного взаимодействия в системе вкладыш/вал, использующейся для исследования фрикционномеханической усталости, с учетом объемного деформирования при неконтактном изгибе вала.

Проведен конечно-элементный анализ трехмерного напряженнодеформированного состояния и состояния объемной повреждаемости системы в зависимости от величин контактных и неконтактных нагрузок в сравнении со случаем только контактного взаимодействия.

Анализ максимальной интенсивности напряжений в системе показал, что ее наименьшее значение наблюдается при чисто контактном взаимодействии. При изгибе вала максимальная интенсивность напряжений при сжатии окрестности контактного взаимодействия оказалась больше чем при растяжении.

Анализ октаэдрических опасных объемов показал, что наименьшая объемная повреждаемость наблюдается при чисто контактном взаимодействии. При изгибе вала его объемная повреждаемость при растяжении окрестности контактного взаимодействия больше чем при сжатии. Для вкладыша имеет место обратная зависимость, которая представляет особый интерес, поскольку изменение повреждаемости во вкладыше происходит за счет неконтактной нагрузки, приложенной к валу, а не ко вкладышу. Она свидетельствует о сильном проявлении трибофатического обратного эффекта [1-4].



Рис. 3. Опасные объемы (a) – (u) и повреждаемость (к) – (m), возникающие в вале для различных предельных значений интенсивности напряжений



Рис. 4. Опасные объемы (a) – (u) и повреждаемость (к) – (m), возникающие во вкладыше для различных предельных значений интенсивности напряжений

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Щербаков, С. С. Механика трибофатических систем / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – С. 126-133.
- 2. Мармыш, Д. Е. Моделирование двумерного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости трибофатической системы вкладыш/вал // Теоретическая и прикладная механика: междунар. научно-техн. сборник. Вып. 29. Мн.: БНТУ, 2014. С. 273 – 277.
- 3. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. Гомель: БелГУТ, 2007. – С. 112-113.
- 4. Сосновский Л. А. Основы трибофатики / Сосновский Л. А. Гомель : БелГУТ, 2003. – Т. 1. – 246 с. – Т. 2. – С. 234.