

МОДЕЛИ ГРУНТОВ И ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ КОНЕЧНО ЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

¹Пронкевич С.А., ²Шпургалова М.Ю.

¹Конструкторское бюро “Инженерные расчёты”, Минск

²УО “Белорусский национальный технический университет” Минск

Введение. Физико-механические свойства грунтов и горных пород варьируются в широких пределах. При различных механических воздействиях их свойства проявляются в деформациях и снижении прочности (разрушении).

При конечно-элементном моделировании геотехнических процессов в горных породах применяют механические модели, которые описывают основные физические закономерности деформирования и разрушения горных пород. Математическая модель в большей или меньшей степени идеализирует реальные свойства горных пород как механической среды.

Основой механической модели среды служит модель линейно-упругого тела, которая описывается линейными соотношениями между напряжениями и деформациями. Другие свойства пород: прочность, упругая нелинейность, пластичность, хрупкость, вязкость - описываются нелинейными, часто дифференциальными связями.

1. Упругие свойства горных пород.

Упругость пород – это их способность восстанавливать свою форму и объем после прекращения действия нагрузки. Упругая деформация полностью исчезает после снятия нагрузки. Различают упругую линейную деформацию, когда она пропорциональна напряжению и упругую нелинейную деформацию.

Упругие свойства горных пород характеризуются модулем продольной упругости E , модулем сдвига G , модулем объемной упругости K , коэффициентом Пуассона μ – это коэффициенты пропорциональности между напряжениями и упругими деформациями для соответствующего вида приложенных напряжений.

Из осадочных пород только некоторые обладают упругостью. Минералы в основном упруги при любых видах приложения нагрузки. Отличие горных пород от упругих тел, подчиняющихся закону Гука, в основном в том, что для них характерны такие явления, как упругий гистерезис и упругое последствие [1, 2]. На рисунке 1 показана остаточная деформация $\epsilon_{ост}$ при гистерезисе и упругом последствии.

При нагрузке и разгрузке пород, если нагружение проходило в упругой области, кривые $P = f(\epsilon)$ не совпадают (рисунок 1 а), образуя характерную петлю упругого гистерезиса. В случае, если при деформации наблюдение за величиной остаточной деформации будет продолжено, то с течением времени она исчезнет, а образец восстановит свои размеры (рисунок 1 б). Это явление носит название упругого последствия.

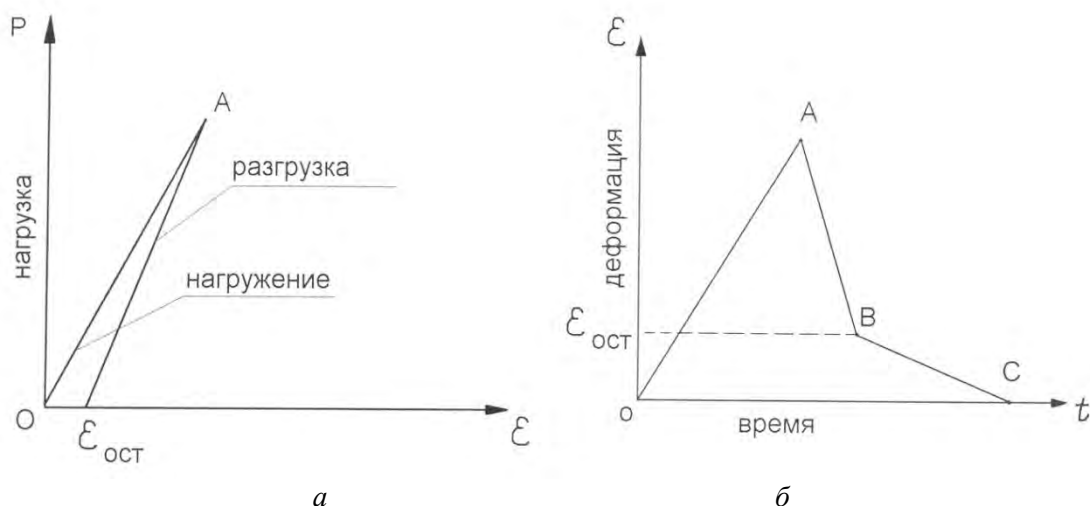


Рис. 1. Упругий гистерезис и упругое последствие

Модули упругости пород колеблются в диапазоне $1 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^5$ МПа. Для большинства горных пород коэффициент Пуассона находится в пределах от 0,1 до 0,45. Известно, что плотность влияет на коэффициент Пуассона. Чем плотнее порода, тем меньше ее коэффициент Пуассона.

2. Прочностные свойства горных пород

Прочность определяется способностью пород сопротивляться разрушению под действием нагрузок. Критические значения напряжений, при которых происходит разрушение породы, называют пределом прочности. Различают пределы прочности пород на одноосное сжатие, растяжение, изгиба, сдвига (среза) $\tau_{сдв}$. При проходке глубоких скважин разрушение горных пород на забое происходит в условиях всестороннего сжатия, поэтому рассматривается также понятие «предел прочности при всестороннем сжатии» $\sigma_{сж}$ [1-5].

Одной из известных теорий разрушения пород в горном деле следует назвать теорию хрупкого разрушения, предложенную А. Гриффитсом [2]. Основой теории считается наличие в горных породах множества трещин, которые определяют ослабление связей в породе. Решающее значение для начального процесса разрушения играют так называемые критические трещины, на краях которых происходит концентрации напряжений. Трещины начинают расти при превышающих в данной точке приложенной нагрузки над прочностью породы при растяжении.

Пластическое разрушение в кристаллической решетке горных пород состоит из соскальзывания, сдвига одних атомов на другой.

По данным Шрейнера Л.А. [2,4,6] хрупкие деформации происходят также внутри пластических деформаций, поэтому во многих горных породах процесс разрушения лучше описывается теорией А. Гриффитса.

Широко применяется в горном деле теория прочности Мора, которая основана на предположении наличия в каждой точке деформированного образца горных пород зависимости между касательными и нормальными напряжениями. По Мору, разрушения горной породы наступает при совместном воздействии нормальных и касательных напряжений.

3. Математические модели грунтов.

В современной практике геотехнических расчетов используются математические модели грунта разной степени сложности. Преимущество простых моделей заключается в меньшем количестве входных параметров, а также в простоте и ясности определяющих уравнений. Однако результаты моделирования в этом случае могут быть достаточно грубыми и плохо согласующимися с реальными данными. Сложные, усовершен-

ствованные модели позволяют описать поведение грунта более точно, но они требуют более широкого набора характеристик грунта, а также достаточной осведомленности и опытности инженера при выборе модели, ее параметров и анализе полученных результатов расчетов. [7]

Наиболее простая модель – идеально упругопластическая модель с предельной поверхностью, определяемой критерием Кулона-Мора (рисунок 2). Эта модель требует определения всего четырех расчетных параметров грунта, которые можно почерпнуть в любом отчете по инженерно-геологическим изысканиям: модуля общей деформации E , коэффициента Пуассона ν , сцепления c и угла трения φ .

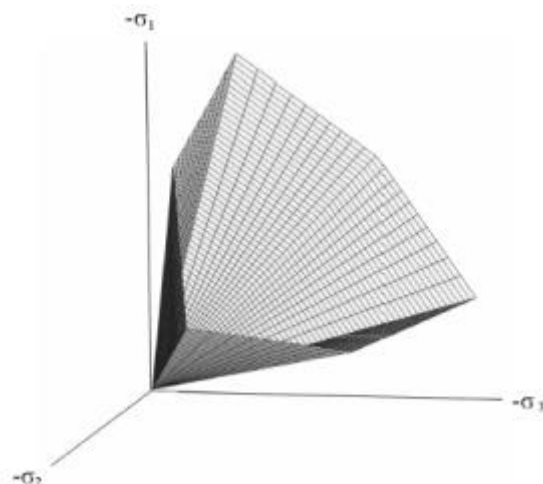


Рис. 2. Предельная поверхность, определяемая критерием Кулона-Мора

Критерий прочности Мора – Кулона представляет собой билинейную зависимость касательных напряжений материала от величины приложенных нормальных напряжений. Эта зависимость может быть представлена как:

$$\tau = \sigma \tan \varphi + c,$$

где τ – величина касательных напряжений, σ – величина нормальных напряжений, c – пересечение кривой критерия прочности с осью τ , а $\tan \varphi$ – тангенс угла наклона кривой критерия прочности. Величину c часто называют *сцеплением*, а угол φ называют *углом внутреннего трения*. Принято, что направление сжатия имеет положительный знак.

Если $\varphi=0$, критерий прочности Мора-Кулона превращается в критерий Треска. Если же $\varphi=90$, то критерий прочности Мора-Кулона соответствует модели вязкой среды Ранкина.

Теория прочности Мора-Кулона широко используется в горном деле применительно к рыхлым несвязным и связным горным породам, а также применительно к обломочным цементированным горным породам.

Для кругов Мора верно, что:

$$\sigma = \sigma_m - \tau_m \sin \varphi \quad \tau = \tau_m \cos \varphi \quad (1)$$

где

$$\tau_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (2)$$

σ_1 – максимальное главное напряжение, а σ_3 – минимальное главное напряжение.

Следовательно, критерий прочности Мора-Кулона может быть представлен как:

$$\tau_m = \sigma_m \sin \varphi + c \cos \varphi \quad (3)$$

Этот вид критерия прочности Мора-Кулона соответствует разрушению на плоскости, параллельной направлению главного напряжения σ_2 .

Введём следующие обозначения:

E_0 - модуль упругости, кН/м^2 ;

ν - число Пуассона;

c - сцепление, кН/м^2 ;

φ' - угол внутреннего трения, град;

ψ - угол дилатансии, $0 \leq \psi \leq \varphi$, град.

Уругопластическая модель с изотропным упрочнением Hardening Soil Model [1,8,9] включает: в качестве поверхности разрушения формулировку Мора-Кулона; для описания упругой области напряженно деформированного состояния – гиперболическую формулировку Duncan-Chang [2] с изменяемыми модулями упругости для траектории первичного нагружения и траектории разгрузки – повторного нагружения; для описания пластических сдвиговых и объемных деформаций – две функции текучести для девиаторного f^s и изотропного f^c нагружений, соответственно, (рисунок 3, б).

Асимптотическое девиаторное напряжение q_a связано с максимальным девиаторным напряжением q_f уравнением $q_a = \frac{q_f}{R_f}$, где

$$q_f = \left(c' \cdot \text{ctg} \varphi' + \sigma_3' \right) \frac{2 \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (4)$$

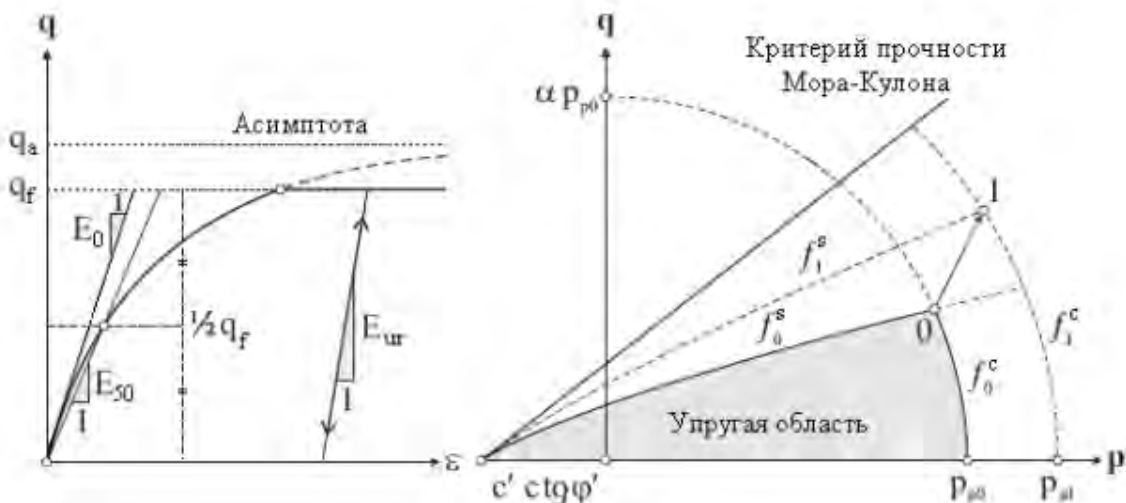


Рис. 3. Гиперболическое отношение между напряжениями и деформациями (слева) и поверхностью текучести уругопластической модели

Величина R_f для большинства грунтов изменяется в пределах 0,75...1 [2]. Секущий модуль упругости E_{50}^{ref} и модуль упругости при разгрузке – повторном нагружении E_{ur}^{ref} являются величинами, зависящими от сдерживающего напряжения σ_3' , определяются из трехосных испытаний по формулам

$$E_{50} = E_{50}^{\text{ref}} \left(\frac{c \cos \varphi - \sigma_3' \sin \varphi}{c \cos \varphi - p^{\text{ref}} \sin \varphi} \right)^m \quad (5)$$

$$E_{ur} = E_{ur}^{\text{ref}} \left(\frac{c \cos \varphi - \sigma_3' \sin \varphi}{c \cos \varphi - p^{\text{ref}} \sin \varphi} \right)^m$$

Для описания нелинейной упругой области используется гиперболическое отношение между напряжениями и деформациями в ходе дренированных трехосных испы-

таний (рисунок 3, а), впервые предложенное R.L. Kondner и J.S. Zelasko в 1963 г., дополненное J.M. Duncan и С. Y. Chang в 1970 г.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \cdot \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} \quad (6)$$

Более полно работу грунта описывают шатровые модели. Наиболее известной моделью из этого класса является «модифицированная модель Cam Clay (Roscoe К.Н. Borland J.B., 1968). В этой модели область упругого состояния ограничивается не только поверхностью, описываемой критерием Кулона-Мора, но также дополнительной эллиптической поверхностью «шатра». Обычно модель строят в координатах

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \text{ и } q = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (7)$$

В этих координатах поверхность шатра может быть записана в виде уравнения эллипса:

$$F(p, q) = p + \frac{q^2}{M^2 p} - p_e$$

или

$$p_e = p + \frac{q^2}{M^2 p} \quad (8)$$

где p_e – параметр, определяющий размеры эллипса в направлении оси p ; M – параметр, определяющий наклон «линии критического состояния», описываемой уравнением

$$q = Mp,$$

Параметр M в формуле (8) связан с углом внутреннего трения следующей зависимостью:

$$M = \frac{3 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (9)$$

Деформации грунта полностью обратимы, если уровень напряжений, действующих на элементарный объем грунта, не выходит за пределы поверхности нагружения, ограничивающей зону I на рисунке 4. Активное нагружение грунта, выходящее за пределы упругой зоны приводит к развитию как обратимых, так и необратимых деформаций, а также к изменению положения поверхности нагружения (рисунок 4).

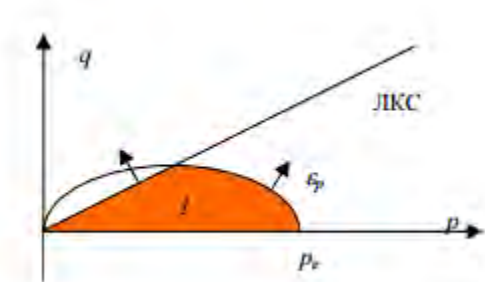


Рис. 4. Отношение между напряжениями и деформациями для шатровой модели

Предполагается, что вектор пластических деформаций ε_p направлен перпендикулярно поверхности нагружения, т. е. последняя является поверхностью пластического потенциала:

$$\Delta \varepsilon_{vp} = \Delta \lambda \cdot \frac{\partial F}{\partial p}; \quad \Delta \gamma_p = \Delta \lambda \cdot \frac{\partial F}{\partial q} \quad (10)$$

В модели предполагается, что точки, лежащие на поверхности «шатра» соответствуют одинаковой объемной деформации, таким образом, эллиптические поверхности представляют собой изолинии равных объемных деформаций при различном напряженном состоянии. Для завершения описания модели вводится функция зависимости объемной пластической деформации от «эквивалентного» напряжения p_e . Обычно используется логарифмическая функция:

$$\varepsilon_{vp} = \lambda \ln \left(\frac{p_e}{p_0} \right) \quad (11)$$

Модель Cam Clay стала одной из первых попыток целостного взгляда на нелинейное поведение грунта. Модель позволяет учесть нелинейное работу среды как при сдвиге, так и при объемном сжатии. Тем самым учитывается разница работы грунта при активном нагружении и при разгрузке/повторном нагружении. Это позволяет более адекватно моделировать поведение грунтов. Модель Cam Clay предполагает, что прочность грунта является следствием его предварительного уплотнения. Таким образом с глубиной прочность грунтов должна возрастать, т.е. грунты должны находиться либо в нормально уплотненном, либо в переуплотненном состоянии.

4. Модели грунтов, используемых в программе LS-DYNA и ANSYS.

ANSYS – универсальная система конечно-элементного моделирования, рассчитанная на решение широкого спектра задач.

LS-DYNA – система конечно-элементного моделирования, ориентированная на проведение динамических расчетов в различных областях.

Для описания поведения грунтов и скальных пород в программе LS-DYNA предлагаются, прежде всего, следующие модели – грунт Крейга (#5, Soil and Foam), грунт Крейга с разрушением (#14, Soil and Foam w/ Failure), (#16, Pseudo Geologic), геологическая модель, учитывающая два инварианта тензора напряжений – CAP-модель (#25, Geologic Cap), модель бетона (#72), модель бетона (# 78, Soil Concrete), Идеально упруго-пластическая модель грунта (#79, Elasto-Perfectly Plastic Soil), модель хрупкого разрушения (#96, Brittle Damage) упругая изотропная модель, учитывающая разрушение (#105), модель Джонсона-Холмквиста (#111), геологическая модель Швера-Мюрея (#145), модель FHWA (#147), модель CSCM (#159), модель глины (#192, Soil Brick) и модель Друкера-Прагера (#193, Drucker-Prager).

Для описания поведения грунтов в программе ANSYS имеется две модели материала – модель Друкера-Прагера (DP) и усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP).

Модель Друкера-Прагера - зависящая от нагружения модель, определяющая поведение или разрушение некоторых материалов под влиянием пластической деформации. Данный критерий был разработан для описания пластических деформаций глинистых грунтов, также он может применяться для описания разрушения скальных грунтов, бетона, полимеров, пены и других, зависящих от давления, материалов.

Уравнение поверхности текучести в модели Друкера-Прагера (DP) имеет вид [10]

$$F = T + 3\beta\sigma_m - \sigma_y = 0 \quad (12)$$

где T – интенсивность касательных напряжений; σ_m - среднее напряжение; β , σ_y - параметры модели.

$$\beta = -\frac{1}{3} \frac{T_2 - T_1}{\sigma_{m2} - \sigma_{m1}}; \quad \sigma_y = T_1 + 3\beta\sigma_{m1} \quad (13)$$

Параметры β , σ_y связаны с параметрами Кулона-Мора следующими зависимостями [2]

$$\beta = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)}; \quad \sigma_y = \frac{6c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (14)$$

где c – сцепление, φ - угол внутреннего трения. Из первого выражения (14) по известному значению параметра β численно или графически можно определить угол внутреннего трения. Тогда, сцепление может быть определено из второго уравнения (14):

$$c = \frac{\sqrt{3}\sigma_y(3 - \sin \varphi)}{6 \cos \varphi} \quad (15)$$

Третьим параметром модели Друкера-Прагера (DP) является угол дилатации φ' . С помощью этого угла определяется параметр

$$\beta' = \frac{2 \sin \varphi'}{\sqrt{3(3 - \sin \varphi')}} \quad (16)$$

который входит в выражение пластического потенциала

$$Q = T + 3\beta'\sigma_m - \sigma_y = 0 \quad (17)$$

По определенным в результате испытаний цилиндрических образцов на трехосное сжатие величинам пластической деформации по соответствующим координатным осям ε_x^p , ε_y^p , ε_z^p может быть определено значение

$$\beta' = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \left(a \sin \left(\frac{\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p + \varepsilon_z^p}{\sqrt{3((\varepsilon_x^p)^2 + (\varepsilon_y^p)^2 + (\varepsilon_z^p)^2)}} \right) \right) \quad (18)$$

По определенному значению β' , используя выражение (5), численно или графически можно определить угол дилатации φ' .

Усовершенствованная модель Друкера-Прагера (EDP) при использовании параболических или гиперболических поверхности текучести и пластического потенциала для определения соответствующих параметров требует проведения большего числа испытаний, а для определения параметров реализованной в программе LS-DYNA CAP-модели (#25) требуется проведения дополнительно и компрессионных испытаний. Точность определения параметров моделей материалов может быть повышена при увеличении числа испытаний и использовании для аппроксимации программы LS-DYNA метода наименьших квадратов.

Отличие CAP-модели от Друкера-Прагера это учет разрушения частиц грунта при сжатии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Спивак А.И. Разрушение горных пород при бурении скважин /А.И. Спивак, А.Н. Попов.- М.: Недра, 1994.
2. Ржевский В.В. Основы физики горных пород /В.В. Ржевский, Г.Я. Новик.- М.:Недра, 1978.- 390 с.
3. Ильницкая Е.И. Свойства горных пород и методы их определения.- М.: Недра, 1973.
4. Сулакшин С.С. Технология бурения геологоразведочных скважин.- М.: Недра, 1973.- 320 с.
5. Голубинцев О.Н. Механические и абразивные свойства горных пород и их буримость. – М.:Недра, 1968.- 198 с.
6. Латинская Т.А. Основы петрографии /Т.А. Латинская, Б.К. Прошляков.-М.: Недра, 1981.- 232 с.
7. Голубев А. И., ГОУ ВПО СПбГПУ, Санкт-Петербург, Россия, А. В. Селецкий, ООО «НИИП-Информатика», Санкт-Петербург, Россия. Выбор модели грунта и её параметров в расчётах геотехнических объектов
8. Кобранова В.Н. Петрофизика.- М.: Недра, 1986.

9. Гиматудинов Ш.К. Физика нефтяного и газового пласта: Учеб. для вузов / Ш.К. Гиматудинов Ш.К., А.И. Ширковский.- М.:Недра, 1982.- 311 с.
10. Kohnke P. ANSYS. Theory Reference. – Southpointe, ANSYS, inc. 1998.