УДК 523.6

НЬЮТОНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПРИ УЧЁТЕ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Высоцкая Е.А., Барейко А.Д.
Научный руководитель – Рябушко А.П., д.ф.-м.н., профессор

Задача: получить решение и исследовать движение небесного тела в системе Ньютона с учётом светового давления.

1. В пустоте без учёта светового давления ньютоновские уравнения движения (УД) пробного тела массой m в гравитационном поле имеют следующий вид в векторной форме:

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{\gamma M m}{r^3} \vec{r} = 0 \quad (1)$$

Где $\vec{r}$ – радиус-вектор пробного тела; $r = \vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ - его расстояние до начала координат O прямоугольной декартовой системы координат $Oxyz$, совпадающее с центром массы тел тяжёлого тела; $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-8} г^{-1} см^3 сек^{-2}$ - ньютоновская постоянная тяготения; t – ньютоновское абсолютное время.

При учёте светового давления $\vec{P}$ звезды на пробное тело приводит к появлению в (1) справа добавочного члена

$$\vec{P} = \frac{A_0}{r^3} \vec{r} \quad (2)$$

где $A_0 > 0$.

Запишем УД пробного тела с учётом светового давления:

$$\frac{d^2 \vec{r_s}}{dt^2} + \frac{\gamma m_s}{r_s^3} \vec{r_s} = 0 \quad (3)$$

Где m_s = M - m_0 - редуцированная масса звезды.Здесь стоит пояснить, почему мы ослабляем массу звезды. Чем меньше масса звезды, тем слабее сила притяжения. А световое давление стремится оттолкнуть тело от звезды. Таким образом световое давление «ослабляет» силу притяжения. Для этого мы и уменьшили массу звезды, ослабив силу притяжения, чтобы учесть световое давление.

2. Интегрирование уравнений движения.

Траектория движения пробного тела лежит в плоскости, в качестве которой без ограничения общности можно взять координатную плоскость *xOy*, т.е. z=0. Введя на ней полярную систему координат по формулам x=rcosΦ , y=sinΦ, получим два первых интеграла УД. Из них получим дифференциальное уравнение орбиты:

$\frac{1}{2}\vartheta^2 - \frac{\gamma M}{r} = h = -\frac{\gamma M}{2p}(1 - e^2)$ – интеграл энергии

$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = C = \sqrt{\gamma M p}$ – интеграл площадей

$\frac{1}{r} = \frac{1+ecos\varphi}{p}$ – уравнение орбиты (4)

Для уравнения (3) имеем три случая:

1) M>m_0

$$\frac{1}{2}{\vartheta_1}^2 - \frac{\gamma m_1}{r_1} = h_1 = -\frac{\gamma m_1}{2p_1}(1 - {e_1}^2)$$

$${r_1}^2 \frac{d\varphi}{dt} = C_1 = \sqrt{\gamma m_1 p_1}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1 + e_1 cos\varphi}{p_1}$$

В силу принятых условий орбита конкретизируется ,определённым образом привязывается к орбите (4), которую будем называть опорной, а параметры p_1, e_1 выражаются через известные величины p, e, M, m_0

$$\frac{p_1}{p} = \frac{M}{m_1} = \frac{1 + e_1}{1 + e}$$

Будем считать,что опорная орбита – эллипс или окружность , т.е. 0≤e<1. Тогда данная орбита будет эллипсом также. Этот возмущённый эллипс будет больших размеров по сравнению с опорным эллипсом. Происходит “раздувание“ опорного эллипса.

2) m_2<0, тогда

$$\frac{1}{2}{\vartheta_2}^2 - \frac{\gamma m_2}{r_2} = h_2 = -\frac{\gamma m_2}{2p_2}(1 - {e_2}^2)$$

$${r_2}^2 \frac{d\varphi}{dt} = C_2 = \sqrt{-\gamma m_2 p_2}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{-1 + e_2 cos\varphi}{p_2}$$

Получаем, что $p_2 = -\frac{M}{m_2}p$, $e_2 = 1 - \frac{M}{m_2}(1+e)$ (5)

В данном случае имеем центральное поле отталкивания, так как $m_2<0$. Согласно (5) $e_2>1$, траекторией пробного тела может быть только гипербола, точнее правая ветвь гиперболы.

3) $m_3=0$. Данный случай будет тривиален.

При оговоренных нач. усл. решение УД (3) при $m_3=0$ ($M=m_0$) даёт прямую, проходящую через периастр и перпендикулярную большой оси опорной орбиты; по этой прямой движется опорное тело.

УДК 621.311

ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗВЕЗДЫ ПРИ УЧЁТЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Ярош И. С., Статкевич Д. Г.
Научный руководитель – Рябушко А. П., д-р физ.-мат. наук, профессор

Цель: исследовать движение небесных тел в фотогравитационном поле звезды при учёте гравитационного поля однородной среды.

Как известно, система ДУ Ньютоновской небесной механики в векторной форме с учётом светового давления имеет вид:

$$m \cdot \frac{d^2r}{dt^2} + \frac{\gamma \cdot m \cdot M^*}{r^3} \cdot \vec{r} = 0$$

где $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} = (x, y, z)$ – радиус-вектор тела массой m, M^* – релятивистская масса Солнца, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, γ – ньютоновская постоянная, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, t – время в секундах.

После решения данной системы получаем уравнение траектории движения небесного тела, имеющую форму эллипса:

$$u^* = \frac{1}{r} = \frac{1}{p^*} \cdot (1 + e^* \cdot cos\,\varphi)$$

Однако тело движется не в пустоте, а в газопылевом облаке, которое образуется из-за многочисленных столкновений комет и астероидов. Хотя плотность его достаточно мала, она влияет на движение небесных тел. При учёте этого система ДУ принимает вид: