

УДК 621.311

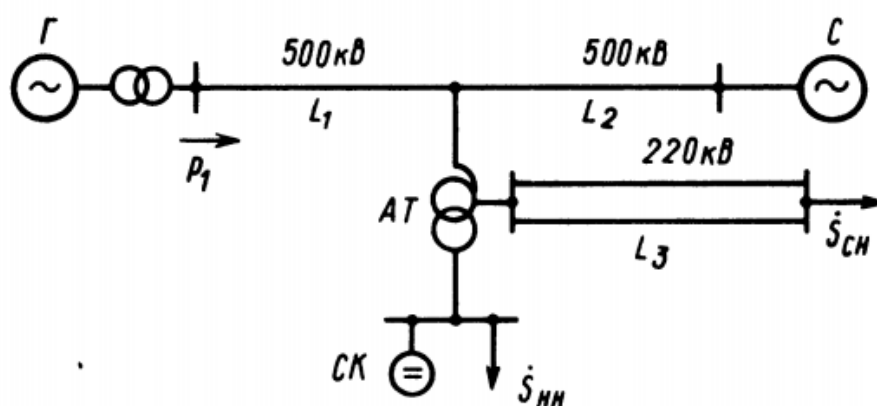
## МЕТОД ПРОСТОЙ И УСКОРЕННОЙ ИТЕРАЦИИ ПРИ ЗАДАНИИ PU-УЗЛОВ

Малышев С.В., Креч А.С.

Научный руководитель – старший преподаватель Мышковец Е.В.

Расчет установившихся режимов сложных электрических систем проводится в настоящее время исключительно на ЭВМ. Алгоритмы, реализованные в промышленных программах расчета установившихся режимов, основаны на применении нелинейных узловых уравнений в форме баланса мощностей или токов. Узловые уравнения в отличие от контурных характеризуются простотой формирования и большими возможностями с точки зрения эффективной организации вычислительного процесса при их решении.

Для демонстрации данных методов мы выбрали электрическую систему (рис.1), схема замещения которой путем ряда упрощений сведена к пятиузловой схеме (рис. 2), где сопротивления выражены в омах, проводимости – в сименсах.



Г — генераторы  $6 \times \text{ТГВ} - 200\text{М}$ ; СК — синхронные компенсаторы  $2 \times \text{КСВБ} - 160 - 15$

Воздушные линии:  $L_1 = 400 \text{ км}$ ,  $3 \times \text{АС}400/51$ ,  $r_0 = 0,025 \text{ Ом/км}$ ,  $x_0 = 0,306 \text{ Ом/км}$ ,  $b_0 = 3,62 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Ом км}$ ;  $L_2 = 250 \text{ км}$ ,  $3 \times \text{АС}300/66$ ,  $r_0 = 0,034 \text{ Ом/км}$ ,  $x_0 = 0,31 \text{ Ом/км}$ ,  $b_0 = 3,97 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Ом км}$ ;  $L_3 = 200 \text{ км}$ ,  $\text{АС}400/51$ ,  $r_0 = 0,075 \text{ Ом/км}$ ,  $x_0 = 0,42 \text{ Ом/км}$ ,  $b_0 = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/Ом км}$ . АТ — автотрансформаторы  $2 \times (3 \times \text{АОДЦТН} - 167000/500/220) \pm 6 \times 2,1\%$ ; параметры схемы замещения автотрансформатора (в три фазы) —  $Z_B = 0,58 + j61,1 \text{ Ом}$ ,  $Z_C = 0,39 + j0 \text{ Ом}$ ;  $Z_H = 2,9 + j113,5 \text{ Ом}$

Рисунок 1. Схема исследуемой энергосистемы

Данная схема обладает всеми свойствами, характеризующими в расчетах установившихся режимов сложную систему:

1) наличие двух генераторных узлов (1 и 3 на рис. 2), которые по-разному могут вводиться в расчет режима (по типу  $P_r - Q_r$  или  $P_r - U_r$ ), что соответствует практике расчета режимов сложных электрических систем (ЭС) [1, 2];

2) наличие шин бесконечной мощности (ШБМ) (узел 5) и трансформаторной ветви (ветвь 2-3 на рис. 2) с идеальным трансформатором. В то же время принятая к рассмотрению схема в достаточной степени проста с точки зрения обзримости формируемых для расчета установившихся режимов уравнений и изучения методов их решения.

Все исходные данные предоставлены на рис. 2.

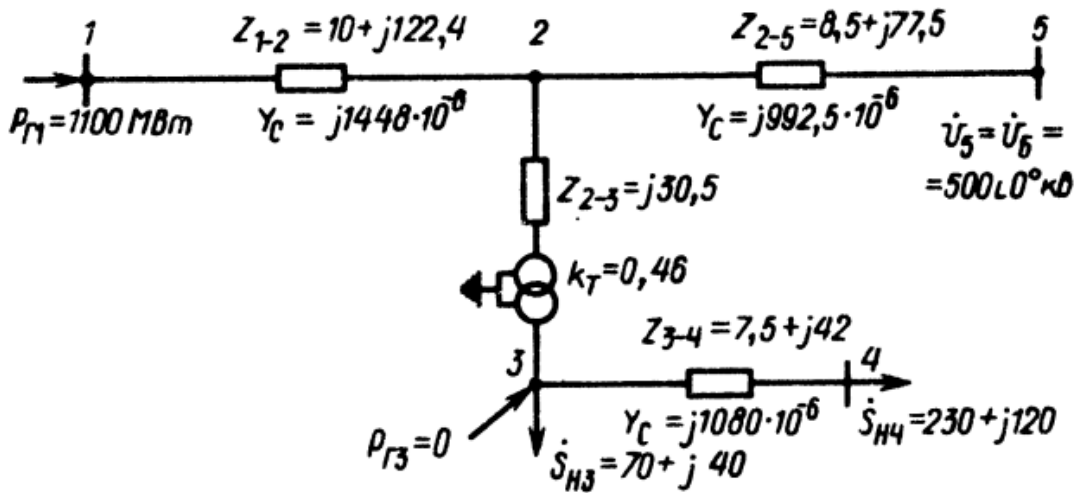


Рисунок 2 Схема замещения исследуемой системы

Так как линия 1-2 имеет протяженность более 300км, воспользуемся поправочными коэффициентами, учитывающими протяженность линии.

$$K_y = \frac{th \frac{\sqrt{ZY}}{2}}{\frac{\sqrt{ZY}}{2}}; K_z = \frac{sh \frac{\sqrt{ZY}}{2}}{\frac{\sqrt{ZY}}{2}}$$

Умножив первоначальные значения сопротивлений линии с распределенными параметрами на коэффициенты поправки получим следующие параметры:

$$K_y := \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{Z \cdot B1}}{2}\right)}{\frac{\sqrt{Z \cdot B1}}{2}} = 0.999 - 0.015i \quad B_{nov} := |K_y| \cdot B1 = 1.446 \times 10^{-3}$$

$$K_z := \frac{\sinh\left(\frac{\sqrt{Z \cdot B1}}{2}\right)}{\frac{\sqrt{Z \cdot B1}}{2}} = 1.002 + 0.03i \quad Z_{nov} := |K_z| \cdot Z = 10.026 + 122.717i$$

Напряжения в узлах схемы ЭС определяются в результате решения узловых уравнений в форме баланса токов

$$Y \dot{U} = \bar{U}_д^{-1} \bar{S}_y - Y_6 \dot{U}_6$$

Или баланса мощностей [1, 2]

$$\bar{U}_д Y \dot{U} + \bar{U}_д Y_6 \dot{U}_6 = \bar{S}_y$$

При расчете в качестве балансирующего узла принят узел 5.

Критерии окончания итерационного процесса расчета напряжений различны и зависят от метода и вида решаемой системы уравнений. В данной работе был использован критерий сходимости по небалансу мощностей.

Матрица узловых проводимостей Y, представлена на рис.3

$$Y := \begin{bmatrix} 6.6310^{-4} - i \cdot 7.39110^{-3} & -6.6310^{-4} + i \cdot 8.11510^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ -6.6310^{-4} + i \cdot 8.11510^{-3} & 2.06110^{-3} - i \cdot 5.24310^{-2} & i \cdot 7.12810^{-2} & 0 & -1.39810^{-3} + i \cdot 1.27510^{-2} \\ 0 & i \cdot 7.12810^{-2} & 4.1210^{-3} - i \cdot 1.77510^{-1} & (-4.12 \cdot 10^{-3} + i \cdot 2.30710^{-2}) & 0 \\ 0 & 0 & (-4.12 \cdot 10^{-3} + i \cdot 2.30710^{-2}) & (-4.12 \cdot 10^{-3} + i \cdot 2.25310^{-2}) & 0 \\ 0 & -1.39810^{-3} + i \cdot 1.27510^{-2} & 0 & 0 & -1.39810^{-3} + i \cdot 1.22510^{-2} \end{bmatrix}$$

Рисунок 3 Матрица узловых проводимостей

Для генераторного узла  $i$ , заданного в форме  $P_g - U_g$ , значение  $Q_y = Q_{gi} - Q_{ni}$  не определено, так как  $Q_{gi}$  не задано.

В этом случае для данного узла предварительно находим на  $k$ -ой итерации напряжение  $V_i^{(k)}$ , определяемое значением только активной мощности в этом узле  $P_y = P_{gi} - P_{ni}$ :

$$V_i^{(k)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left( \frac{P_{yi}}{U_i^{(k-1)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} U_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^4 Y_{ij} U_j^{(k-1)} - Y_{i6} U_6 \right),$$

имея в виду, что комплексное значение напряжения в этом узле

$$U_i^{(k)} = V_i^{(k)} - j \frac{Q_i^{(k)}}{Y_{ii} U_i^{(k-1)}}.$$

Прежде чем найти  $U_i^{(k)}$ , находим  $Q_i^{(k)}$ , исходя из того, что

$$\dot{U}_i^{(k)} \overline{U}_i^{(k)} = U_i^{(k)2} = (V_i^{(k)} - j \frac{Q_i^{(k)}}{Y_{ii} U_i^{(k-1)}}) (V_i^{(k)} + j \frac{Q_i^{(k)}}{Y_{ii} U_i^{(k-1)}}).$$

Выполнив ряд преобразований, получаем

$$Q_i^{(k)2} + 2Q_i x + (V_i^{(k)2} - U_i^{(k)2}) y_{ii}^2 U_i^{(k-1)2} = 0,$$

где  $y_{ii}$  - модуль комплексной проводимости  $Y_{ii}$ ;

$U_i^{(k)2} = U_i^{(k-1)2} = U_i^2$  - квадрат заданного значения напряжения в узле:

$$x = V_i^{(k)} (b_{ii} U_i^{(k-1)} + g_{ii} U_i''^{(k-1)}) - V_i^{(k)} (g_{ii} U_i^{(k-1)} - b_{ii} U_i'''^{(k-1)}).$$

Решив квадратное уравнение относительно  $Q_i^{(k)}$ :

$$Q_i^{(k)} = -x \pm \sqrt{x^2 - (V_i^{(k)2} - U_i^{(k)2}) y_{ii}^2 U_i^{(k-1)2}},$$

Можно из выражения указанного выше найти комплексное значение напряжения в генераторном узле  $i$  на данной итерации  $U_i^{(k)}$ .

Для всех прочих узлов решение методом простой / ускоренной итерации выполняется в обычном порядке.

Представим расчет, полученный в программном пакете MathCAD:

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_4 &:= \frac{1}{Y_{1,1}} \cdot \left( \frac{P_{1,1}}{U_{1,1}} - Y_{1,2} \cdot U_{2,1} \right) = 573.814 + 276.864i \\
 x &:= \left[ \operatorname{Re}(V_1) \cdot (|b_{1,1}| \cdot \operatorname{Re}(U_1) + g_{1,1} \cdot \operatorname{Im}(U_1)) - \operatorname{Im}(V_1) \cdot (g_{1,1} \cdot \operatorname{Re}(U_1) - |b_{1,1}| \cdot \operatorname{Im}(U_1)) \right] = 2.13 \times 10^3 \\
 Q_{\min 1} &:= -x - \sqrt{x^2 - (|V_1|^2 - (U_1)^2) \cdot (|Y_{1,1}|^2 \cdot (U_1)^2)} = -3.73 \times 10^3 \\
 Q_{\max 1} &:= -x + \sqrt{x^2 - (|V_1|^2 - (U_1)^2) \cdot (|Y_{1,1}|^2 \cdot (U_1)^2)} = -530.131 \\
 U_1 &:= V_1 - i \cdot \frac{Q_{\max 1}}{Y_{1,1} \cdot U_1} = 438.283 + 289.021i \\
 U_2 &:= \frac{1}{Y_{2,2}} \cdot \left( \frac{S_2}{U_2} - Y_{2,1} \cdot U_1 - Y_{2,3} \cdot U_3 - Y_{2,5} \cdot U_5 \right) = 486.617 + 44.48i \\
 U_3 &:= \frac{1}{Y_{3,3}} \cdot \left( \frac{S_3}{U_3} - Y_{3,2} \cdot U_2 - Y_{3,4} \cdot U_4 \right) = 230.588 + 15.824i \\
 U_4 &:= \frac{1}{(-Y)_{4,4}} \cdot \left( \frac{S_4}{U_4} - Y_{4,3} \cdot U_3 \right) = 204.365 - 25.405i \\
 U_{01} &:= \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 438.283 + 289.021i \\ 486.617 + 44.48i \\ 230.588 + 15.824i \\ 204.365 - 25.405i \end{pmatrix} \quad U_{01m} := \begin{pmatrix} |U_1| \\ |U_2| \\ |U_3| \\ |U_4| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 525 \\ 488.645 \\ 231.13 \\ 205.938 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок 4 Первая итерация

$$U_{21} := \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 390.6 + 350.794i \\ 502.787 + 112.982i \\ 235.897 + 44.329i \\ 208.416 + 1.287i \end{pmatrix} \quad U_{21m} := \begin{pmatrix} |U_1| \\ |U_2| \\ |U_3| \\ |U_4| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 525 \\ 515.325 \\ 240.026 \\ 208.419 \end{pmatrix} \quad \underline{\epsilon}_{21} := U_{21m} - U_{20m} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.018 \\ -7.706 \times 10^{-3} \\ -6.742 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Рисунок 5 Последняя итерация(21).

**линия 3-4:**

$$\begin{aligned}
 \underline{A}_{34} &:= U_{-3} \cdot U_{-4} + U_{-3} \cdot U_{-4} = 49221.571 \\
 \underline{C}_{34} &:= U_{-3} \cdot U_{-4} - U_{-3} \cdot U_{-4} = 8935.257 \\
 \underline{D}_{34} &:= (U_{21m_3})^2 + (U_{21m_4})^2 - 2 \cdot A = 2607.828 \\
 P_{34\_} &:= g_{3,4} \cdot (U_{21m_3})^2 - g_{3,4} \cdot A + b_{3,4} \cdot C = 240.706 \\
 Q_{34\_} &:= b_{3,4} \cdot (U_{21m_3})^2 - b_{3,4} \cdot A - g_{3,4} \cdot C = 156.761 \\
 P_{34\_} &:= -g_{3,4} \cdot (U_{21m_4})^2 + g_{3,4} \cdot A + b_{3,4} \cdot C = 229.962 \\
 Q_{34\_} &:= -b_{3,4} \cdot (U_{21m_4})^2 + b_{3,4} \cdot A - g_{3,4} \cdot C = 96.598 \\
 \Delta P_{34} &:= g_{3,4} \cdot D = 10.744 \\
 \Delta Q_{34} &:= b_{3,4} \cdot D = 60.163
 \end{aligned}$$

Рисунок 6 Определение потоков мощности. Пример для линии 3-4

Определив потоки мощности аналогичным образом для остальных линий, найдем небаланс мощности для узлов ЭС.

$$\begin{aligned}
 \text{Prasch1} &:= P12\_ = 1.099 \times 10^3 \\
 \text{Pnb}\%_1 &:= \frac{\text{Prasch1} - \text{Re}(S_1)}{\text{Re}(S_1)} \cdot 100 = -54.16 \times 10^{-3} \\
 \text{Pnb}\%_2 &:= 0 \\
 \text{Prasch3} &:= P23\_ - P34\_ = 70.357 \\
 \text{Pnb}\%_3 &:= \frac{\text{Prasch3} + \text{Re}(S_3)}{\text{Re}(S_3)} \cdot 100 = -509.789 \times 10^{-3} \\
 \text{Prasch4} &:= P34\_ = 229.961 \\
 \text{Pnb}\%_4 &:= \frac{\text{Prasch4} + \text{Re}(S_4)}{\text{Re}(S_4)} \cdot 100 = 1.681 \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

Рисунок 7 Небаланс мощности для узлов.

Как видно из рис.7 мы достигли достаточной точности для прекращения итерационного процесса. Небаланс составил менее 1% процента.

В данном методе режим сошелся за 21 итерацию. Так же был произведен метод простой итерации. PU – узел моделируется в нем аналогичным образом. Ниже представлены результаты расчета данным методом на 52 итерации.

$$U_{52} := \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 390.425 + 350.989i \\ 502.668 + 113.283i \\ 235.912 + 44.393i \\ 208.393 + 1.416i \end{pmatrix} \quad U_{52m} := \begin{pmatrix} |U_1| \\ |U_2| \\ |U_3| \\ |U_4| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 525 \\ 515.275 \\ 240.052 \\ 208.398 \end{pmatrix} \quad \arg \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41.955 \\ 12.7 \\ 10.657 \\ 0.389 \end{pmatrix} \cdot \text{deg} \quad e := U_{52m} - U_{51m} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.091 \\ 0.044 \\ -0.09 \end{pmatrix}$$

Рисунок 8 Результаты расчета методом простой итерации

Как видно из результатов расчета сходимость простой итерации много меньше, чем у ускоренной. Небаланс мощностей составил:

$$\begin{aligned}
 \text{Prasch1} &:= P12\_ = 1.099 \times 10^3 \\
 \text{Pnb}\%_1 &:= \frac{\text{Prasch1} - \text{Re}(S_1)}{\text{Re}(S_1)} \cdot 100 = -83.002 \times 10^{-3} \\
 \text{Pnb}\%_2 &:= 0 \\
 \text{Prasch3} &:= P23\_ - P34\_ = 74.002 \\
 \text{Pnb}\%_3 &:= \frac{\text{Prasch3} + \text{Re}(S_3)}{\text{Re}(S_3)} \cdot 100 = -5.717 \times 10^0 \\
 \text{Prasch4} &:= P34\_ = 229.593 \\
 \text{Pnb}\%_4 &:= \frac{\text{Prasch4} + \text{Re}(S_4)}{\text{Re}(S_4)} \cdot 100 = 1.771 \times 10^{-1}
 \end{aligned}$$

Рисунок 9 Небаланс мощностей методом простой итерации.

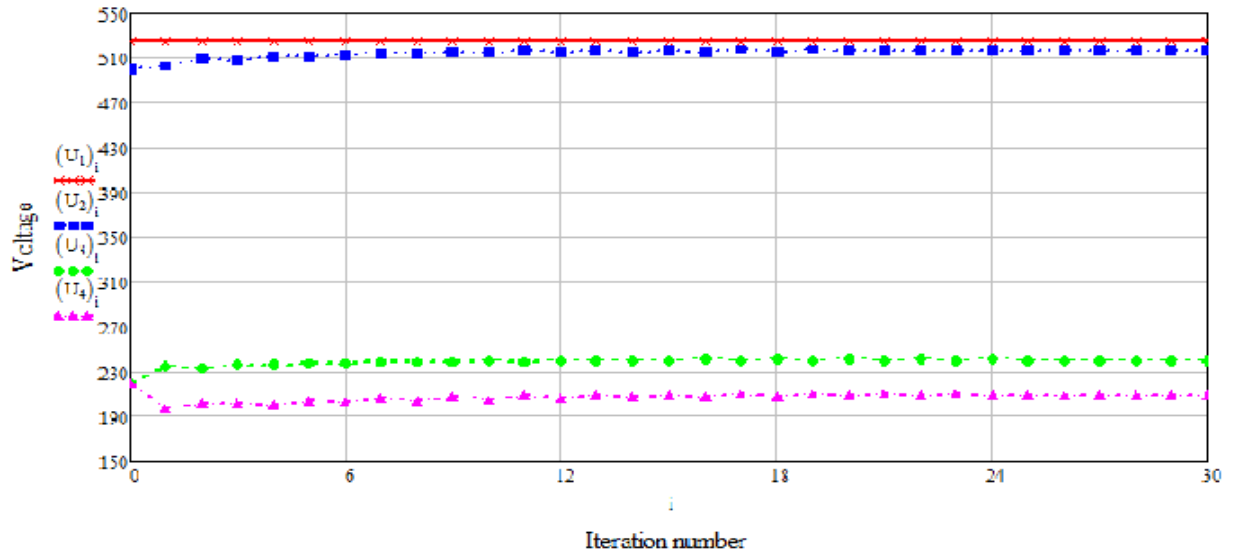


Рисунок 10 График сходимости при расчете методом простой итерации.

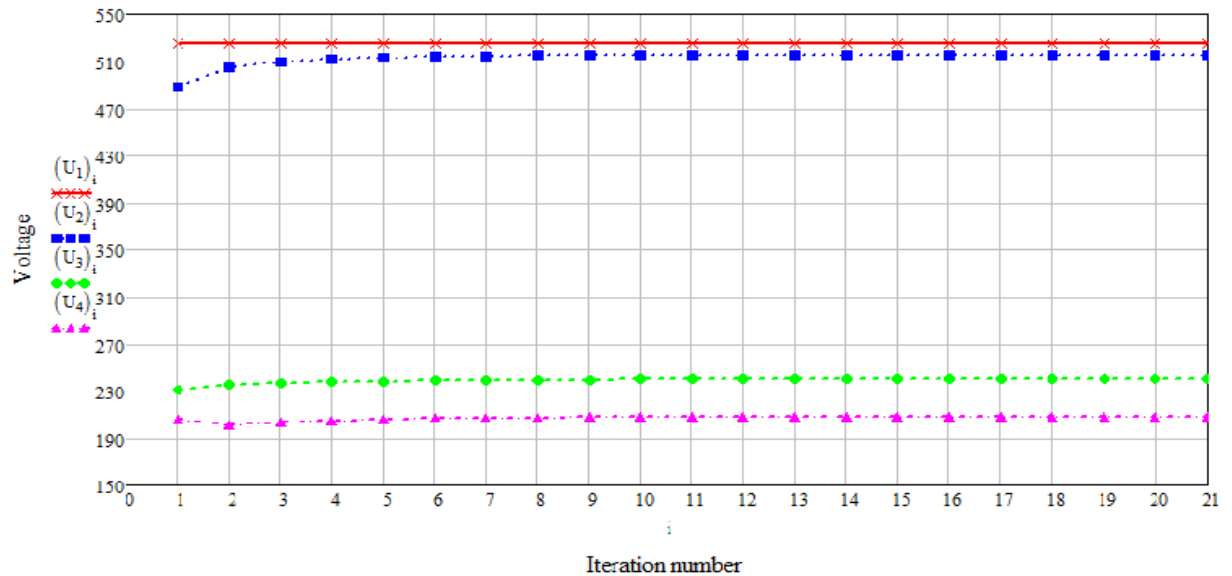


Рисунок 1 График сходимости итерационного процесса методом ускоренной итерации.

Проверим правильность своих расчетов с программой RastrWin, которая разрабатывалась группой инженеров со специальной алгоритмической подготовкой:

O	S	Тип	N_нач	N_кон	N_п	I...	Название	R	X	B	Кт/r	N_анц	БД...	P_нач	Q_нач	Na	I_max	I_загр.
1	<input type="checkbox"/>	ЛЭП	1	2		-		10,0260	122,717	-1 446,0				-1 100	-37		1 210	
2	<input type="checkbox"/>	ЛЭП	3	4		-		7,5000	42,000	-1 080,0				-241	-126		719	
3	<input type="checkbox"/>	ЛЭП	2	5		-		8,5000	77,500	-992,0				-743	31		840	
4	<input type="checkbox"/>	Тр-р	2	3		-			30,500		0,460			-311	105		367	
O	S	Тип	Номер	Название	U_ном	N...	Район	P_н	Q_н	P_г	Q_г	V_зд	Q_min	Q_max	B_ш	V	Delta	Тер...
1	<input type="checkbox"/>	Ген	1		500					1 100,0	36,5	525,0		500,0		525,00	42,10	
2	<input type="checkbox"/>	Нагр	2		500											515,08	12,73	
3	<input type="checkbox"/>	Нагр	3		220			70,0	40,0		282,6					239,93	10,71	
4	<input type="checkbox"/>	Нагр	4		220			230,0	120,0							208,32	0,41	
5	<input type="checkbox"/>	База	5		500					-725,1	-60,1					500,00		

Рисунок 12. Результаты расчета в программе RastrWin

**Литература.**

1. Электроэнергетические системы в примерах и иллюстрациях / Под ред. В.А. Веникова – М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Идельчик В.И. Электрические системы и сети. - М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В.А. Веникова – М.: Высшая школа, 1989.