

который был настроен на заданную энергию фотонов (9,25 кэВ). Поскольку в эксперименте использовался полихроматический рентгеновский пучок от рентгеновской трубки, то возникает вопрос о размытии рентгеновского пучка вследствие хроматических aberrаций линзы.

На рисунке 1 показано формирование рентгеновского пучка рентгеновской линзой для случая полихроматического пучка излучения.

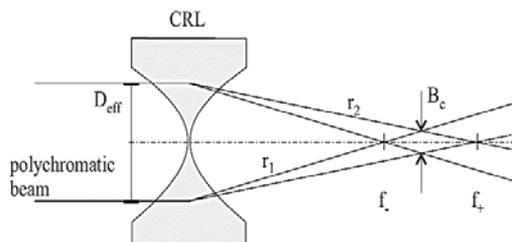


Рисунок 1 – Схема формирования рентгеновского пучка преломляющей линзой для случая полихроматического рентгеновского пучка

Фотоны, которые различаются энергией, фокусируются линзой в различных точках на оптической оси, обозначенных как f и f_+ . Ширина рентгеновского пучка B_c вследствие хроматических aberrаций линзы можно рассчитать из геометрических соображений зная апертуру линзы D_{eff} :

$$B_c = D_{eff} - (2 D_{eff} / f)(f f_+ / (f + f_+)), \quad (4)$$

где $f_{\pm} = f \pm \Delta f$, Δf - разница между фокусными расстояниями линзы для двух значений энергии фотонов. Поскольку значение $f \sim E^2$, где E - энергия фотонов, то $\Delta f / \Delta E = 2f / E$. Отсюда для ширины рентгеновского пучка B_c получается следующее значение:

$$B_c = D_{eff} \Delta E / E. \quad (5)$$

Проведенные расчеты показали, что апертура рассматриваемой линзы из-за поглощения D_{eff} равна: $D_{eff} = 80$ мкм для фотонов с энергией 9,25 кэВ. Для того, чтобы ширина пучка составляла $B_c \sim 1$ мкм необходимо, чтобы параметр ΔE равнялся 0,115 кэВ, а параметр $\Delta E / E$ равнялся

$1,24 \times 10^{-2}$. Таким образом, для получения рентгеновского пучка микронных размеров необходимо использовать кристалл монохроматор, который целесообразно поставить перед рентгеновской линзой. например, графитовый, который характеризуется относительно высоким коэффициентом отражения и обеспечивает требуемую степень монохроматизации.

Второй фактор, который необходимо учитывать при построении фокусирующей системы - это сферические aberrации рентгеновской линзы. Методика расчета сферических aberrаций изложена нами в [3]. Она основана на рассмотрении траекторий лучей, которые формирует фокальное пятно рентгеновской линзы.

В таблице приведены рассчитанные значения радиуса рентгеновского пучка R_{ms} в фокусе линзы в зависимости от радиуса диафрагмы R_d для случая линзы, которая использовалась в [2].

R_d , мкм	15	20	25	30
R_{ms} , мкм	0,17	0,4	0,78	1,35

Из таблицы видно, что для того, чтобы осуществить фокусировку рентгеновских лучей в пятно размером 1 мкм необходимо использовать диафрагму с радиусом отверстия, равным 20-25 мкм.

Благодарности

Работа поддержана БРФФИ (проект Ф16Р-070) и РФФИ (проект 16-52-00212).

1. Snigirev A. A Compound Refractive Lens for Focusing High-Energy X-rays. A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, B. Lengeler // Nature.- 1996. -V. 384. - P.52.
2. Дудчик, Ю. Формирование рентгеновских микропучков с использованием короткофокусной преломляющей рентгеновской линзы и лабораторного источника излучения. Ю.И. Дудчик, П.А. Ершов, М.В. Поликарпов, А.Ю. Гойхман, И.И. Снигирева, А.А. Снигирев // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. - 2016. - Т. 10. - С. 1-6.
3. Ю.И. Дудчик. Многоэлементная сферическая преломляющая линза для формирования микро- и нано- размерных пучков рентгеновского излучения // Вест. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. - 2008. - №2. - С. 26-30.

УДК 681

АЛГОРИТМ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ОТКАЗАХ ДАТЧИКОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Артемьев В.М., Наумов А.О., Кохан Л.Л.

Институт прикладной физики НАН Беларуси, Минск, Республика Беларусь

Введение. Многоканальность или информационная избыточность системы возникает при избыточности датчиков и необходима для ее отказоустойчивой работы. Общая методика решения задач фильтрации в условиях отказов датчиков изложена в публикациях по теории систем со случайной структурой [1, 2]. В имеющихся работах используется статистический подход, в том

числе на основе методологии фильтра Калмана (ФК), что затрудняет решение задачи в реальном масштабе времени.

В настоящей работе рассматривается случай внезапных отказов с их обнаружением по результатам измерений. Решение состоит в обнаружении и исключении канала с неисправным датчиком. При этом производится

реконфигурация фильтра с учетом рабочих каналов измерений.

1. Исходная модель. Полезный сигнал \mathbf{x}_k является случайной последовательностью в виде m -мерного вектора, каждая компонента которого измеряется посредством параллельного включения n_i безынерционных линейных датчиков. Модель сигналов и измерений задается в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= A_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_k &= H_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \end{aligned}$$

где A_k – матрица размерности $m \times m$, \mathbf{w}_k и \mathbf{v}_k есть m -мерные вектора центрированного дискретного белого шума с ковариационными матрицами Q_k и R_k соответственно, H_k – матрица диагонального типа размерности $N \times m$, $N = \sum_{i=1}^m n_i$ (рис. 1).

$$H_k = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & h_{j+1,i,k} & & \mathbf{0} \\ & \vdots & & \\ \mathbf{0} & h_{j+n_i,i,k} & & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

Рисунок 1. Структура матрицы измерений

Решение задачи состоит в нахождении уравнений текущей оценки вектора полезного сигнала $\hat{\mathbf{x}}_k$ на основе выбранного критерия оптимальности и текущих измерений \mathbf{z}_k рекуррентным методом наименьших квадратов.

2. Уравнения фильтра. В основе методики синтеза фильтра наименьших квадратов (ФНК) лежит выбор функционала потерь $J_k(\hat{\mathbf{x}}_k)$. Для сформулированных выше исходных данных подходящим вариантом является следующая форма функционала:

$$J_k(\hat{\mathbf{x}}_k) = (\mathbf{z}_k - H_k \hat{\mathbf{x}}_k)^T R_k^{-1} (\mathbf{z}_k - H_k \hat{\mathbf{x}}_k) + (\hat{\mathbf{x}}_k - A_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1})^T Q_k^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_k - A_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1})$$

Необходимое условие минимизации функционала потерь $\min_{\hat{\mathbf{x}}_k} J_k(\hat{\mathbf{x}}_k)$ приводит к уравнению оптимального фильтра

$$\hat{\mathbf{x}}_k = K_{1,k} A_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + K_{0,k} \mathbf{z}_k. \quad (1)$$

Здесь матричный коэффициент $K_{1,k}$ размерности $m \times m$ имеет форму

$$K_{1,k} = (Q_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} Q_k^{-1} \quad (2)$$

и задает экстраполяцию оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ на следующий шаг. Матричный коэффициент усиления $K_{0,k}$ размерности $(m \times N)$ определяется равенством

$$K_{0,k} = (Q_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} H_k^T R_k^{-1} \quad (3)$$

и позволяет уточнить экстраполированное значение за счет наблюдения \mathbf{z}_k на текущем шаге фильтрации. Структура уравнения (1) говорит о рекуррентном характере фильтрации.

Резервирование учитывается величиной N . При отказе одного из датчиков эта величина изменяется, и тем самым меняются значения коэффициентов усиления, что и приводит к изменению параметров оптимального фильтра. Путем эквивалентных преобразований уравнение (1) сводится к структуре фильтра:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = K_{1,k}^* \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + K_{0,k}^* (\mathbf{z}_k - H_k K_{1,k}^* \hat{\mathbf{x}}_{k-1}), \quad (4)$$

где

$$K_{1,k}^* = A_k, \quad K_{0,k}^* = K_{0,k}. \quad (5)$$

В этом случае структура ФНК и первое слагаемое в формуле (4), определяющие экстраполяцию оценки, совпадают с ФК. Коэффициенты усиления ФНК находятся по формулам (2), (3) или (5), в то время как у ФК это требует решения ковариационного уравнения совместно с уравнением для оптимального коэффициента усиления, что более трудоемко.

3. Обнаружение отказов. Величина оптимальных потерь пропорциональна z_k^2 , что дает возможность определения момента отказа по этой переменной. При усреднении по времени переменной z_k^2 получаем выражение:

$$\langle z_k^2 \rangle \approx \tau^{-1} \sum_{r=0}^{\tau-1} z_{k-r}^2 = y_k(\tau),$$

где τ есть время усреднения. Уравнение обнаружителя имеет вид:

$$\pi_k = \begin{cases} 1, & \text{если } y_k(\tau) \leq d; \\ 0, & \text{если } y_k(\tau) > d, \end{cases}$$

где d – порог обнаружения отказа.

Величины d и среднее время запаздывания находятся путем моделирования по большому числу реализаций $y_k(\tau)$.

Сравнение дисперсий ошибок ФК и ФНК дано в работе [3].

4. Пример. Исследования с использованием методики, изложенной выше, проводились при значениях параметров: $a = 0.83$ (длительность корреляции равна 5); $\sigma_{v_1} = \sigma_{v_2} = 1$; $\sigma_{\text{от},v_1} = 2$; $h_1 = 1$; $h_2 = 0.5$; $t_{\text{от},1} = t_{\text{от},2} = 1000$; время усреднения $\tau = 100$.

На рис. 2 а приведена реализация процесса $z_{1,k}$ на выходе первого датчика с моментом отказа при $k = 1000$, а на рис. 2 б реализация процесса $y_{1,k}(\tau)$.

Уровень порога $d = 9.5$ и среднее время запаздывания обнаружения $\vartheta = 60$, соответствующее

порогу, определялись по 100 реализациям процесса $y_{1,k}(\tau)$.

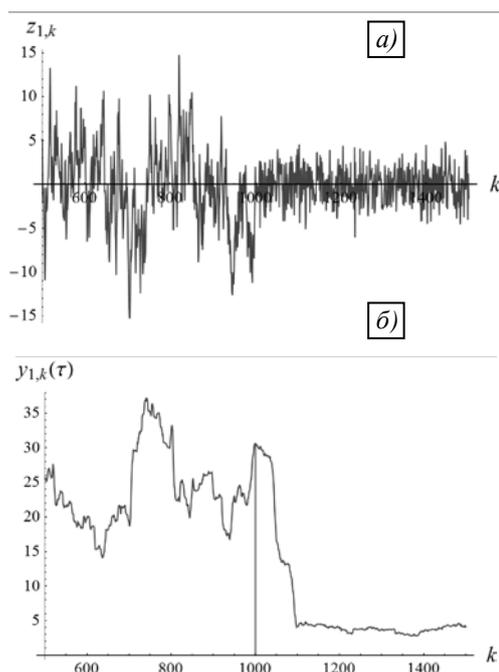


Рисунок 2 – Выход первого датчика: а) результаты измерений ($z_{1,k}$); б) математическое ожидание квадрата измерений ($y_{1,k}(\tau)$)

Заключение. Работоспособность фильтра при отказе датчика может быть достигнута путем резервирования. При этом требуется выполнение

операции обнаружения момента отказа, отключения канала отказавшего датчика и изменения алгоритма фильтрации с учетом смены условий функционирования. При статистическом подходе алгоритмы выполнения этой процедуры оказываются весьма сложными и требуют больших вычислительных затрат при реализации в реальном масштабе времени. Сокращение возможно путем перехода от статистического к детерминистскому подходу для синтеза фильтров на основе рекуррентного метода наименьших квадратов. В работе приведена методика такого синтеза и на ее основе получены уравнения фильтра и обнаружителя отказов. Структура этих уравнений получается достаточно простой для реализации и позволяет сохранять работоспособность фильтра при отказах датчиков. Решение конкретного примера демонстрирует технологию использования предложенной методики. Помимо резервирования возможно обеспечение отказоустойчивости алгоритмическим путем, что служит предметом дальнейших исследований.

1. Артемьев, В.М. Теория динамических систем со случайными изменениями структуры / В.М. Артемьев. – Минск: Высшая школа, 1979. – 160 с.
2. Казаков, И.Е. Анализ систем случайной структуры / И.Е. Казаков, В.М. Артемьев, В.А. Бухалев. – М.: Наука, 1993. – 270 с.
3. Артемьев, В.М. Рекуррентная линейная фильтрация случайных последовательностей методом наименьших квадратов с регуляризацией решения / В.М. Артемьев, А.О. Наумов, Л.Л. Кохан // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2017. – № 1. – С. 102–107

УДК 539.121.6/7.07

ГАММА-РЕЗОНАНСНЫЙ КОНЦЕНТРАТОМЕР ДИОКСИДА ОЛОВА

Лобко А.С.¹, Мисевич О.В.¹, Холмецкий А.Л.²

¹НИУ «Институт ядерных проблем» БГУ

²Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь

Актуальность измерений малых концентраций диоксида олова SnO_2 (минерала касситерита) в полевых условиях возрастает по мере роста потребностей электронной промышленности во всем мире. Задача гамма-резонансной концентратометрии SnO_2 была поставлена вскоре после открытия эффекта Мессбауэра. Например, во ВНИИФТРИ (г. Менделеево, РФ) был разработан мессбауэровский анализатор касситерита КМКР, использующий резонансную ионизационную камеру для регистрации рассеянного пробой гамма-излучения. Лабораторные варианты прибора имели предел обнаружения касситерита на уровне 0,01% при времени анализа несколько минут. Однако серийное производство не было организовано из-за невоспроизводимости параметров резонансной ионизационной камеры.

Кроме того, показания КМКР существенно зависели от минерального состава проб.

Повысить точность измерений и снизить влияние состава проб на показания концентратомера удалось в приборе, рассмотренном ниже.

Зависимость величины резонансного эффекта от концентрации искомого вещества.

Для мессбауэровской концентратометрии с применением резонансного детектора нами было получено [1] соотношение, связывающее величину измеряемого резонансного эффекта

$E = [I(0) - I(\infty)] / I(\infty)$ с искомой концентрацией C :

$$\varepsilon = \frac{k C + \gamma}{(1 - k_1 C)(1 + aC)}, \quad (1)$$