УДК 519.210

МОМЕНТЫ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПОРЯДКОВ КОСИНУСОИДАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАК РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Студенты гр.113818 Красовская Е.В., Лазарева Е.В.,
кандидат техн. наук, доцент Волкович П.Ф.
Белорусский национальный технический университет

Начальные моменты α_n произвольных порядков n (n = 1,2,…) косинусоидального распределения с плотностью $f(x) = \frac{1}{2}\cos x$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \geq \frac{\pi}{2}$, по определению выражаются с помощью рекуррентно вычислимых интегралов вида

$$\alpha_n = \frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x\,dx. \qquad (1)$$

Двукратное интегрирование выражения (1) по частям порождает интегральное рекуррентное соотношение

$$\alpha_n = \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^n + \left(-\frac{\pi}{2}\right)^n\right) - n(n-1)\alpha_{n-2}. \qquad (2)$$

Учитывая, что α_0=1, α_1=0, по индукции из выражения (2) получаем

$$\alpha_{2k-1} = 0, \quad k = 1,2,3,\ldots,$$

$$\alpha_{2k} = \sum_{\nu=0}^{k} (-1)^{\nu} \frac{(2k)!}{(2(k-\nu))!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2(k-\nu)}, \quad \alpha_0 = 1. \qquad (3)$$

Аналогично, как решения интегрального рекуррентного соотношения, в виде комбинаторных сумм представляются абсолютные начальные моменты ν_n произвольных порядков n. При этом в случае нечетных $n = 2k-1$

$$\nu_{2k-1} = \sum_{\nu=0}^{k-1} (-1)^{\nu} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2(k-\nu)-1} \frac{(2k-1)!}{(2(k-\nu)-1)!} + (-1)^k (2k-1)!, \quad \nu_1 = \frac{\pi}{2} - 1.$$

В случае четных $n = 2k$ начальные и абсолютные начальные моменты одних и тех же порядков косинусоидального распределения совпадают.

Совпадают также начальные и центральные моменты соответствующих порядков рассматриваемого распределения, а так же абсолютные начальные и абсолютные центральные моменты одних и тех же порядков.

Представление целочисленных моментов непрерывных распределений в виде комбинаторных сумм служит цели снижения сложности вычислительных алгоритмов при проведении исследований и инженерных расчетов.