DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-6-523-535

УДК 621.311.016.1

Алгоритм для коррекции режима энергосистемы с учетом трансформаций и неоднородности сети

О. И. Александров[1)]

[1)]Белорусский государственный технологический университет (Минск, Республика Беларусь)

Реферат. Задача оперативной коррекции имеет большое практическое значение для управления режимами электроэнергетической системы и является одной из наиболее важных и сложных задач автоматизированной системы управления электроэнергетической системой. Сложность объясняется динамикой и нелинейностью уравнений состояния электрической сети, записанных относительно узловых напряжений, а также многосвязностью элементов сети. Попытки решения поставленной задачи с помощью теории чувствительности приводят к появлению в дополнение к имеющимся матрицам обобщенных параметров сети нескольких матриц чувствительности, для формирования которых пока еще отсутствуют достаточно эффективные алгоритмы быстрого пересчета матриц при коммутациях в схемах. Это приводит к необходимости вычислять данные матрицы заново при каждой коммутации либо исходить из некоторого базового режима, считая остальные режимы практически неизменными при относительно небольших отклонениях параметров, что, в свою очередь, приводит к дополнительным погрешностям. Предложен новый метод расчета потокораспределения в сети, который основан не на физическом моделировании структуры исследуемой цепи, а на математическом моделировании структуры уравнений, описывающих потокораспределение, благодаря чему снимаются ограничения, накладываемые неоднородностью и наличием трансформаций.

Ключевые слова: электрическая сеть, коэффициенты распределения, матрица чувствительности, эффективный алгоритм, многосвязность элементов, полная комплексная мощность, неоднородная сеть, потокораспределение, коэффициенты трансформации

Для цитирования: Александров, О. И. Алгоритм для коррекции режима энергосистемы с учетом трансформаций и неоднородности сети / О. И. Александров // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2017. Т. 60, № 6. С. 523–535. DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-6-523-535

The Algorithm for Correcting a Mode of the Power Supply System that Takes the Transformations and Heterogeneity of the Network into Account

O. I. Alexandrov[1)]
[1)]Belarusian State Technological University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The problem of expeditious correction has great practical value for operation of the power supply system and is one of the most important and complex challenges of an automated

Адрес для переписки	**Address for correspondence**
Александров Олег Игоревич	Alexandrov Oleg I.
Белорусский государственный технологический университет	Belarusian State Technological University
ул. Свердлова, 13а,	13a Sverdlova str.,
220006, г. Минск, Республика Беларусь	220006, Minsk, Republic of Belarus
Тел.: +375 17 327-23-97	Tel.: +375 17 327-23-97
sanoleg@mail.ru	sanoleg@mail.ru

control system of an electrical power system. Its complexity is due to the dynamics and nonlinearity of equations of state of an electrical network, recorded as related to node voltages, and also due to multiply connected network elements. Attempts to solve the problem by using the theory of sensitivity lead to the appearance – in addition to the matrices of the generalized parameters of the network – of several sensitivity matrices, for the formation of which sufficiently effective algorithms for fast recalculation of the matrices when switching schemes are not yet developed. It results in a need to calculate matrix data anew at each switching, or to recognizing some mode as a basic one considering other modes virtually unchanged at relatively small deviations of the parameters, which, in its turn, leads to additional errors. The new method of calculation of the power flows distribution in the network is proposed that based is not on physical modeling of the structure of the investigated circuit, but on the mathematical modeling of the structure of the equations describing the flow distribution, thereby removing the limitations imposed by heterogeneity and the presence of transformations.

Keywords: electrical network, distribution coefficients, sensitivity matrix, efficient algorithm, multicoupling of elements, gross vector power, nonuniform network, flow distribution, transformation coefficients

For citation: Alexandrov O. I. (2017) The Algorithm for Correcting a Mode of the Power Supply System that Takes the Transformations and Heterogeneity of the Network into Account. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 60 (6), 523–535. DOI: 10.21122/1029-7448-2017-60-6-523-535 (in Russian)

При расчете параметров установившихся режимов в электрических сетях большой электроэнергетической системы (ЭЭС) наибольшие трудности вызывают сети с высокой степенью неоднородности [1]. Особенно это проявляется в высоковольтных питающих, системообразующих и межсистемных линиях электропередачи.

Как известно, любая линейная система уравнений с симметричной матрицей коэффициентов может быть промоделирована электрической цепью по методу электрических узлов. Сущность этого метода кратко можно охарактеризовать следующим образом [2, 3].

Пусть дана система линейных уравнений

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \tag{1}$$

где $\mathbf{A}$ – симметричная матрица размером $n \times n$; $\mathbf{x}$ – вектор-столбец неизвестных; $\mathbf{b}$ – вектор-столбец свободных членов.

Запишем уравнение узловых напряжений для цепи с n независимыми узлами

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\text{у}}\, \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{I}}, \tag{2}$$

где $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{у}}$ – матрица узловых проводимостей размером $n \times n$; $\dot{\mathbf{U}}$ – вектор-столбец неизвестных напряжений узлов относительно опорного узла; $\dot{\mathbf{I}}$ – вектор-столбец задающих токов в узлах, положительных в случае генераций.

Потребуем, чтобы системы (1) и (2) совпадали. Тогда:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\text{у}} = \mathbf{A}; \quad \dot{\mathbf{I}} = \mathbf{b}. \tag{3}$$

Если существует электрическая цепь, удовлетворяющая условиям (3), то в силу единственности решения линейной системы с квадратной неособенной матрицей вектор узловых напряжений в этой сети будет совпадать с вектором неизвестных исходной системы уравнений

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{x}.$$

Можно показать, что такая цепь действительно существует. В самом деле, из топологических свойств матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{у}}$ следует, что недиагональные элементы этой матрицы определяются как [4, 5]

$$\underline{y}_{ij} = -\frac{1}{\underline{Z}_{ij}}, \tag{4}$$

где $\underline{Z}_{ij}$ $(i \neq j)$ – сопротивление ветви, соединяющей узлы i и j в моделирующей цепи, откуда с учетом (3) получаем

$$\underline{Z}_{ij} = \underline{Z}_{ji} = -\frac{1}{a_{ij}}. \tag{5}$$

Диагональные элементы матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{у}}$ определяются формулой

$$\underline{y}_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{ij}} + \frac{1}{\underline{Z}_{i0}},$$

где $\underline{Z}_{i0}$ – сопротивление ветви, соединяющей i-й узел с опорным узлом, откуда с учетом (3) и (5) имеем

$$\underline{Z}_{i0} = \frac{1}{\underline{y}_{ij} - \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_{ij}}} = \frac{1}{\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}}. \tag{6}$$

Уравнения (5) и (6) однозначно определяют структуру и параметры электрической цепи, моделирующей систему уравнений (1), а (4) соответствует ее режиму.

Для того чтобы схема моделирующей цепи была реализуема с помощью пассивных элементов, необходимо, чтобы их сопротивления были положительны, а для этого достаточно, чтобы величины $\underline{Z}_{ij}$, $\underline{Z}_{i0}$, $i, j = 1, 2, \ldots, n$, определенные по (5), (6), имели одинаковые знаки. Пусть, например:

$$\underline{Z}_{ij} \geq 0; \quad \underline{Z}_{i0} \geq 0. \tag{7}$$

Тогда из (5)–(7) получаем дополнительные условия, накладываемые на вид матрицы **A**:

$$a_{ij} \leq 0; \quad a_{ii} \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \left| a_{ij} \right|, \quad i, j = 1, 2, \ldots, n.$$

Покажем, что описанный метод применим и в том случае, когда матрица **A** несимметрична. В этом случае нужно только привести систему (1) к виду

$$\mathbf{Bx} = \mathbf{c}, \tag{8}$$

где

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^* \mathbf{A}; \tag{9}$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{A}^* \mathbf{b}; \tag{10}$$

$\mathbf{A}^*$ – транспонированная матрица по отношению к матрице **A**.

Действительно, матрица **B** – симметричная, так как

$$\mathbf{B}^* = \left(\mathbf{A}^* \mathbf{A}\right)^* = \mathbf{A}^* \left(\mathbf{A}^*\right)^* = \mathbf{A}^*\mathbf{A} = \mathbf{B},$$

и, кроме того, система (8) эквивалентна (1), поскольку из (8)–(10) имеем

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{c} = \left(\mathbf{A}^*\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^*\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1}\left(\mathbf{A}^*\right)^{-1} \mathbf{A}^*\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b},$$

что удовлетворяет (1).

Рассмотрим теперь задачу приближенного определения потокораспределения в электрической сети энергосистемы исходя из допущения одинаковых напряжений в узлах. При этом для каждого i-го независимого контура схемы исследуемой цепи уравнение имеет вид [6]

$$\sum_{j=1}^{m_i} \dot{S}_{ij} \underline{\dot{Z}}_{ij} = \left(1 - \prod_{\nu=1}^{n_i} \dot{k}_{i\nu}\right) \dot{\mathbf{U}}_{\text{ср}}^2,$$

где m_i – общее число ветвей в контуре; n_i – число трансформаторов в контуре; $\dot{S}_{ij}$, $j = 1, 2, ..., m_i$ – комплексная полная мощность в j-й ветви i-го контура; $\dot{Z}_{ij}$, $j = 1, 2, ..., m_i$ – комплекс приведенного сопротивления соответствующей ветви; $\dot{k}_{i\nu}$, $\nu = 1, 2, ..., n_i$ – комплексный коэффициент трансформации ν-го трансформатора в i-м контуре, причем первичной считается обмотка, проходимая первой при обходе контура в принятом для него положительном направлении; $\dot{\mathbf{U}}_{\text{ср}}$ – средняя величина напряжения той ступени, к которой приведены сопротивления ветвей.

Это комплексное уравнение распадается на два действительных:

$$\sum_{j=1}^{m_i}\left(P_{ij}R_{ij} + Q_{ij}X_{ij}\right) = \left(1 - \mathrm{Re}\left[\prod_{\nu=1}^{n_i} \dot{k}_{i\nu}\right]\right)\dot{U}_{\text{ср}}^2; \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{m_i}\left(P_{ij}X_{ij} - Q_{ij}R_{ij}\right) = -\mathrm{Im}\left[\prod_{\nu=1}^{n_i} \dot{k}_{i\nu}\right]\dot{U}_{\text{ср}}^2, \tag{12}$$

где P_{ij}, Q_{ij} – потоки активной и реактивной мощностей в j-й ветви i-го контура; P_{ij}, X_{ij} – активное и реактивное сопротивления j-й ветви i-го контура.

Распространенное убеждение в том, что приближенный раздельный расчет потоков активных и реактивных мощностей в сети при приложении к независимым узлам задающих мощностей соответствующего рода в качестве необходимого допущения требует однородности сети, неверно [2].

В матричной форме уравнения второго закона Кирхгофа можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{NR} & \mathbf{NX} \\ \mathbf{NX} & -\mathbf{NR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{(\mathbf{Re})} \\ \mathbf{K}^{(\mathbf{Im})} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{N}$ – матрица контуров схемы размером $(m - k + 1)\times m$ (m – число ветвей; n – число узлов схемы); $\mathbf{R}$, $\mathbf{X}$ – диагональные матрицы соответственно активных и реактивных сопротивлений ветвей; $\mathbf{P}$, $\mathbf{Q}$ – векторы-столбцы потоков активных и реактивных мощностей в ветвях; $\mathbf{K}^{(\mathrm{Re})}$, $\mathbf{K}^{(\mathrm{Im})}$ – векторы правых частей уравнений вида (11) и (12) соответственно, обусловленные наличием трансформаций в контурах и равные нулю, если трансформации отсутствуют.

Аналогично уравнения первого закона Кирхгофа в матричной форме имеют вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\text{у}} \\ \mathbf{Q}_{\text{у}} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{M}$ – матрица инциденций схемы размером $(n - 1)\times m$; $\mathbf{O}$ – нулевая матрица размером $(n - 1)\times m$; $\mathbf{P}_{\text{у}}$, $\mathbf{Q}_{\text{у}}$ – векторы активных и реактивных мощностей в узлах.

Полное уравнение потокораспределения в сети с использованием коэффициентов распределения можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{\text{нагр}} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\text{у}} \\ \mathbf{Q}_{\text{у}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{\text{тр}} \begin{bmatrix} \mathbf{k}^{(\mathbf{Re})} \\ \mathbf{k}^{(\mathbf{Im})} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{C}_{\text{нагр}} = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}^* & \mathbf{O} \\ \mathbf{O}^* & \mathbf{M} \end{bmatrix}$; $\mathbf{C}_{\text{тр}} = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{RN} & \mathbf{XN} \\ \mathbf{XN} & -\mathbf{RT} \end{bmatrix}$ – матрицы коэффициентов распределения соответственно для нагрузочных и уравнительных потоков в ветвях; $\mathbf{D}$ – матрица коэффициентов напряжений.

При этом принимаем:

а) для определения коэффициентов распределения от активных мощностей в узлах:

$$P_{y\nu} = 1;\ Q_{y\nu} = P_{y\mu} = Q_{y\mu} = k_{\lambda}^{(\mathrm{Re})} = k_{\lambda}^{(\mathrm{Im})} = 0;\ \mu = 1, 2, ..., n-1,\ \mu \neq \nu;$$

$$\lambda = 1, 2, ..., m-n+1;\ \nu = 1, 2, ..., n-1;$$

б) для определения коэффициентов распределения реактивных мощностей в узлах:

$$Q_{y\nu}=1;\ P_{y\nu}=P_{y\mu}=Q_{y\mu}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Re})}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Im})}=0;\ \mu=1,\,2,\,...,\,n-1,\ \mu\neq\nu;$$

$$\lambda=1,\,2,\,...,\,m-n+1;\ \nu=1,\,2,\,...,\,n-1;$$

в) для определения коэффициентов распределения от действительных (продольных) составляющих результирующих трансформаций в контурах:

$$k_{\rho}^{(\mathrm{Re})}=1, k_{\rho}^{(\mathrm{Im})}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Re})}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Im})}=P_{y\mu}=Q_{y\mu}=0,\ \lambda=1,\,2,\,...,\,m-n+1,\ \lambda\neq\rho;$$

$$\mu=1,\,2,\,...,\,n-1;\ \rho=1,\,2,\,...,\,m-n+1;$$

г) для определения коэффициентов распределения от мнимых (поперечных) составляющих результирующих трансформаций в контурах:

$$k_{\rho}^{(\mathrm{Im})}=1, k_{\rho}^{(\mathrm{Re})}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Re})}=k_{\lambda}^{(\mathrm{Im})}=P_{y\mu}=Q_{y\mu}=0,\ \lambda=1,\,2,\,...,\,m-n+1;\ \lambda\neq\rho;$$

$$\mu=1,\,2,\,...,\,n-1;\ \rho=1,\,2,\,...,\,m-n+1.$$

Выведем формулы для определения мощностей в начале и конце звена, если известны модули и фазы напряжений и параметры не приводятся к одной ступени трансформации.

Имеем

$$\dot{I}_i=\frac{\dot{U}_{i\text{н}}-\underline{k}_i\dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i},$$

где $\dot{I}_i$ – ток; $\underline{Z}_i$, $\underline{k}_i$ – комплексные сопротивление и коэффициент трансформации в *i*-м узле; $\dot{U}_{i\text{н}}$, $\dot{U}_{i\text{к}}$ – напряжение в начале и конце звена.

Мощность в начале звена

$$\dot{S}_{i\text{н}}=\hat{U}_{i\text{н}}\dot{I}_i=\frac{U_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}-\frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}=\frac{U_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}e^{-j\varphi_i}-\frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}e^{j\left(\delta_{i\text{к}}-\delta_{i\text{н}}+\gamma_i-\psi_i\right)}=$$
$$=\frac{U_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\left(\cos\psi_i-j\sin\psi_i\right)-\frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\times$$
$$\times\left[\cos\left(\delta_i+\psi_i-\gamma_i\right)-j\sin\left(\delta_i+\psi_i-\gamma_i\right)\right],$$

где $\delta_{i\text{н}}, \delta_{i\text{к}}$ – фазовые углы напряжений в начале и конце звена; ψ_i – фазовый угол сопротивления; γ_i – фазовый угол коэффициента трансформации; δ_i – фазовый угол разности напряжений.

Отсюда

$$P_{i\text{н}} = \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\cos\psi_i - \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\cos\left(\delta_i + \psi_i - \gamma_i\right) =$$

$$= \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\cos\psi_i - \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\left[\cos\left(\psi_i - \gamma_0\right)\cos\delta_i - \sin\left(\psi_i - \gamma_i\right)\sin\delta_i\right] = \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\cos\psi_i -$$

$$- \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\left[\left(\cos\psi_i\cos\gamma_i + \sin\psi_i\sin\gamma_i\right)\cos\delta_i - \left(\sin\psi_i\cos\gamma_i - \cos\psi_i\sin\gamma_i\right)\sin\delta_i\right] =$$

$$= \frac{\cos\psi_i}{\underline{Z}_i}\left[\hat{U}_{i\text{н}}^2 - \hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\cos\gamma_i\cos\delta_i + \sin\gamma_i\sin\delta_i\right)\right] -$$

$$- \frac{\sin\psi_i}{\underline{Z}_i}\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\sin\gamma_i\cos\delta_i - \cos\gamma_i\sin\delta_i\right).$$

Учитывая, что $\dfrac{\cos\psi_i}{\underline{Z}_i} = g_i$; $\dfrac{\sin\psi_i}{\underline{Z}_i} = b_i$ – активная и реактивная проводимости, то линеаризуя тригонометрические функции параметра режима δ_i, т. е. принимая $\sin\delta_i = \delta_i$, а $\cos\delta_i = 1$, получим

$$\begin{aligned} P_{i\text{н}} &\approx g_i U_{i\text{н}}\left[\hat{U}_{i\text{н}} - U_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\cos\gamma_i + \sin\gamma_i\delta_i\right) - b_i\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\sin\gamma_i - \cos\gamma_i\delta_i\right)\right] = \\ &= g_i U_{i\text{н}}\left(U_{i\text{н}} - U_{i\text{к}}k_i'\right) - b_i\hat{U}_{i\text{н}}U_{i\text{к}}k_i'' - \hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\left(g_i k_i'' - b_i k_i'\right)\delta_i, \end{aligned} \tag{13}$$

где $k_i' = k_i\cos\gamma_i$, $k_i'' = k_i\sin\gamma_i$ – действительная и мнимая составляющие комплексного коэффициента трансформации.

Аналогично:

$$\begin{aligned} Q_{i\text{н}} &= \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\sin\psi_i - \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\sin\left(\delta_i + \psi_i - \gamma_i\right) = \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\sin\psi_i - \\ &- \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\left[\sin\left(\psi_i - \gamma_i\right)\cos\delta_i + \cos\left(\psi_i - \gamma_i\right)\sin\delta_i\right] = \\ &= \frac{\hat{U}_{i\text{н}}^2}{\underline{Z}_i}\sin\psi_i - \frac{\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i}{\underline{Z}_i}\left[\left(\sin\psi_i\cos\gamma_i - \cos\psi_i\sin\gamma_i\right)\cos\delta_i + \right. \\ &\left. + \left(\cos\psi_i\cos\gamma_i + \sin\psi_i\sin\gamma_i\right)\sin\delta_i\right] = \frac{\sin\psi_i}{\underline{Z}_i}\times \\ &\times\left[\hat{U}_{i\text{н}}^2 - \hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\cos\gamma_i\cos\delta_i + \sin\gamma_i\sin\delta_i\right)\right] - \\ &- \frac{\cos\psi_i}{\underline{Z}_i}\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\cos\gamma_i\sin\delta_i - \sin\gamma_i\cos\delta_i\right) \approx \\ &\approx b_i\hat{U}_{i\text{н}}\left[\hat{U}_{i\text{н}} - \dot{U}_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\cos\gamma_i + \sin\gamma_i\delta_i\right)\right] + \\ &+ g_i\hat{U}_{i\text{н}}U_{i\text{к}}\underline{k}_i\left(\sin\gamma_i - \cos\gamma_i\delta_i\right) = b_i\hat{U}_{i\text{н}}\left(\hat{U}_{i\text{н}} - \dot{U}_{i\text{к}}k_i'\right) + \\ &+ g_i\hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}k_i'' - \hat{U}_{i\text{н}}\dot{U}_{i\text{к}}\left(b_i k_i'' + g_i k_i'\right)\delta_i. \end{aligned} \tag{14}$$

Мощность в конце звена

$$\dot{S}_{i\text{к}} = \hat{U}_{i\text{к}} \dot{I}_i = \frac{\hat{U}_{i\text{к}} \dot{U}_{i\text{н}}}{\underline{Z}_i} - \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} = \frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} e^{j(\delta_i - \psi_i)} - \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} e^{j(\gamma_i - \psi_i)} = \tag{15}$$

$$= \frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} \left[\cos\left(\delta_i - \psi_i\right) + j\sin\left(\delta_i - \psi_i\right)\right] - \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} \left[\cos\left(\gamma_i - \psi_i\right) + j\sin\left(\gamma_i - \psi_i\right)\right].$$

$$P_{i\text{к}} = \frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} \cos\left(\delta_i - \psi_i\right) - \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} \cos\left(\gamma_i - \psi_i\right) = \frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} \left(\cos\delta_i \cos\psi_i + \sin\delta_i \sin\psi_i\right) -$$

$$- \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} \left(\cos\gamma_i \cos\psi_i + \sin\gamma_i \sin\psi_i\right) \approx \frac{\cos\psi_i}{\underline{Z}_i} \left(\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} - \underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2 \cos\gamma_i\right) +$$

$$+ \frac{\sin\psi_i}{\underline{Z}_i} \left(\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} \delta_i - \underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2 \sin\gamma_i\right) = g_i \dot{U}_{i\text{к}} \left(\dot{U}_{i\text{к}} - \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\right) - b_i \hat{U}_{i\text{н}}^2 k_i'' + b_i \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} \delta_i.$$

$$Q_{i\text{к}} = -\frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} \sin\left(\delta_i - \psi_i\right) + \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} \sin\left(\gamma_i - \psi_i\right) = \frac{\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}}}{\underline{Z}_i} \times$$

$$\times \left(\sin\delta_i \cos\psi_i - \cos\delta_i \sin\psi_i\right) + \frac{\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2}{\underline{Z}_i} \left(\sin\gamma_i \cos\psi_i - \cos\gamma_i \sin\psi_i\right) =$$

$$= \frac{\cos\psi_i}{\underline{Z}_i} \left(\underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2 \sin\gamma_i - \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} \sin\delta_i\right) + \frac{\sin\psi_i}{\underline{Z}_i} \left(\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} \cos\delta_i - \underline{k}_i \dot{U}_{i\text{к}}^2 \cos\gamma_i\right) \approx$$

$$\approx g_i \dot{U}_{i\text{к}}^2 k_i'' + b_i \dot{U}_{i\text{к}} \left(\hat{U}_{i\text{н}} - \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\right) - g_i \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} \delta_i.$$

Из (13) и (14) получаем линеаризованное выражение для полной мощности в начале звена

$$\begin{aligned} \dot{S}_{i\text{н}} &= P_{i\text{н}} - jQ_{i\text{н}} = \hat{U}_{i\text{н}} \left(\hat{U}_{i\text{н}} - \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\right)\left(g_i - jb_i\right) - \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i''\left(b_i + jg_i\right) - \\ &- \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i''\left(g_i - jb_i\right)\delta_i + \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\left(b_i + jg_i\right)\delta_i = \hat{U}_{i\text{н}} \left(\hat{U}_{i\text{н}} - \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\right)\left(g_i - jb_i\right) - \\ &- j\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\left(g_i - jb_i\right) - \hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i''\left(g_i - jb_i\right)\delta_i + j\hat{U}_{i\text{н}} \dot{U}_{i\text{к}} k_i'\left(g_i - jb_i\right)\delta_i = \\ &= \left(g_i - jb_i\right)\hat{U}_{i\text{н}} \left(\hat{U}_{i\text{н}} - k_i'\dot{U}_{i\text{к}} - jk_i''\dot{U}_{i\text{к}}\right) + j\left(g_i - jb_i\right)\hat{U}_{i\text{н}} \left(\dot{U}_{i\text{к}} k_i' + j\dot{U}_{i\text{к}} k_i''\right)\delta_i. \end{aligned} \tag{16}$$

В матричной форме

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}_{\text{н}} &= \left(\mathbf{G} - j\mathbf{B}\right) \operatorname{diag} \hat{\mathbf{U}}_{\text{н}} \left[\hat{\mathbf{U}}_{\text{н}} - \operatorname{diag}\left(\mathbf{k}' + j\mathbf{k}''\right)\dot{\mathbf{U}}_{\text{к}}\right] + \\ &+ j\left(\mathbf{G} - j\mathbf{B}\right) \operatorname{diag} \hat{\mathbf{U}}_{\text{н}} \operatorname{diag}\left(\mathbf{k}' + j\mathbf{k}''\right) \operatorname{diag} \dot{\mathbf{U}}_{\text{к}}\, \mathbf{M}^*\delta, \end{aligned} \tag{17}$$

где $\mathbf{G}$, $\mathbf{B}$ – диагональные матрицы активных и реактивных проводимостей; $\operatorname{diag}\mathbf{U}_{\text{н}}$, $\operatorname{diag}\dot{\mathbf{U}}_{\text{к}}$, $\operatorname{diag}\left(\mathbf{k}' + j\mathbf{k}''\right) = \operatorname{diag}\dot{\mathbf{k}}$ – диагональные матрицы модулей напряжений в начале и конце звеньев и коэффициентов трансформации; $\dot{\mathbf{S}}_{\text{н}}$, $\hat{\mathbf{U}}_{\text{н}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\text{к}}$ – столбцовые матрицы мощностей в начале звеньев и модули напряжений в начале и конце; $\boldsymbol{\delta}$ – столбец фазовых напряжений узлов относительно балансирующего; $\mathbf{M}$ – действительная матрица инциденций схемы (не учитывающая коэффициенты трансформации).

Из (5) получаем соответственно активные и реактивные столбцовые матрицы мощностей в начале:

$$\begin{aligned}\mathbf{P_н} &= \mathbf{G}\ \mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\left(\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н} - \mathrm{diag}\mathbf{k}'\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\right) - \mathbf{B}\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}''\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к} - \\ &\quad -\left(\mathbf{G}\ \mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}'' - \mathbf{B}\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}'\right)\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\mathbf{M}^*\delta; \\ \mathbf{Q_н} &= \mathbf{G}\ \mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}''\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к} + \mathbf{B}\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\left(\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н} - \mathrm{diag}\mathbf{k}'\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\right) - \\ &\quad -\left(\mathbf{G}\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}' - \mathbf{B}\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\mathrm{diag}\mathbf{k}''\right)\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\mathbf{M}^*\delta.\end{aligned}$$

Из (15) и (16) получаем

$$\begin{aligned}\dot{S} = P_{iк} - jQ_{iк} &= \dot{U}_{iк}\left(\hat{U}_{iн} - \dot{U}_{iк}k_i'\right)\left(g_i - jb_i\right) - \dot{U}_{iк}^2 k_i''\left(b_i + jg_i\right) + \hat{U}_{iн}\dot{U}_{iк}\left(b_i + jg_i\right)\delta_i = \\ &= \left(g_i - jb_i\right)\dot{U}_{iк}\left(\hat{U}_{iн} - \dot{U}_{iк}k_i'\right) - j\left(g_i - jb_i\right)\dot{U}_{iк}^2 k_i'' + j\left(g_i - jb_i\right)\hat{U}_{iн}\dot{U}_{iк}\delta_i = \\ &= \left(g_i - jb_i\right)\dot{U}_{iк}\left(\hat{U}_{iн} - \dot{U}_{iк}k_i' - j\dot{U}_{iк}\right) + j\left(g_i - jb_i\right)\hat{U}_{iн}\dot{U}_{iк}\delta_i.\end{aligned}$$

В матричной форме

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{S}}_\mathbf{к} &= \left(\mathbf{G} - j\mathbf{B}\right)\mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\left[\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н} - \mathrm{diag}\left(\mathbf{k}' + j\mathbf{k}''\right)\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\right] + \\ &\quad + j\left(\mathbf{G} - j\mathbf{B}\right)\mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\mathbf{M}^*\delta.\end{aligned} \tag{18}$$

Из (18) следует:

$$\begin{aligned}\mathbf{P_к} &= \mathbf{G}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\left(\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н} - \mathrm{diag}\ \mathbf{k}'\mathbf{U}_\mathbf{к}\right) - \mathbf{B}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{k}\mathrm{diag}\ \mathbf{k}''\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к} + \\ &\quad + \mathbf{B}\ \mathrm{diag}\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н}\ \mathrm{diag}\mathbf{U}_\mathbf{к}\mathbf{M}^*\delta; \\ \mathbf{Q_к} &= \mathbf{G}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\ \mathrm{diag}\mathbf{k}''\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к} + \mathbf{B}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{k}\left(\hat{\mathbf{U}}_\mathbf{н} - \mathrm{diag}\ \mathbf{k}'\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\right) - \\ &\quad - \mathbf{G}\ \mathrm{diag}\mathbf{U}_\mathbf{н}\ \mathrm{diag}\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{к}\mathbf{M}^*\delta.\end{aligned}$$

Для расчета и оперативной коррекции режима электрической сети используется методика оптимальной коррекции коэффициентов трансформации трансформаторов, имеющих устройства регулирования под нагрузкой (РПН). При не учете в первом приближении различия приведенных узловых напряжений по величине и фазе и, принимая их равными среднему эксплуатационному напряжению сети $U_{ср}$, в соответствии с принципом наложения запишем выражение для потоков в ветвях комплексной мощности [7, 8]

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{C}}\,\underline{\mathbf{s}} + \underline{\mathbf{Y}}_{с.в}\underline{\mathbf{E}}\underline{U}_{с.р}, \tag{19}$$

где $\underline{\mathbf{S}}$ – вектор-столбец мощностей в ветвях; $\underline{\mathbf{s}}$ – вектор-столбец узловых мощностей; $\underline{\mathbf{C}}$ – матрица коэффициентов распределения токов; $\underline{\mathbf{Y}}_{с.в}$ – матрица собственных и взаимных проводимостей ветвей; $\underline{\mathbf{E}}$ – столбцовая матрица ЭДС в ветвях.

После проверки ветвей по пропускной способности можно выделить множество линий $\nu \in V$ с нарушенными режимными ограничениями. Соответственно формируется вектор

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \mathrm{colon}[\Delta\underline{S}_1, \Delta\underline{S}_2, \ldots, \Delta\underline{S}_\nu, \ldots, \Delta\underline{S}_\nu], \tag{20}$$

компоненты которого равны

$$\Delta\underline{S}_\nu = \begin{cases} \underline{S}_\nu^{\max} - \underline{S}_\nu, \text{ если } \underline{S}_\nu^{\max} < \underline{S}_\nu; \\ 0, \text{ если } \underline{S}_\nu^{\max} \geq \underline{S}_\nu, \end{cases}$$

где $\underline{S}_\nu^{\max}$ – максимально допустимый поток мощности в ветви ν; $\overline{S}_\nu$ – поток мощности в ν-й линии в рассматриваемом режиме; $\overline{V}$ – множество линий с нарушенными режимными ограничениями.

В (19) режимные параметры $\underline{\mathbf{S}}$, $\underline{\mathbf{s}}$, $\underline{\mathbf{E}}$ в области решения заменим приращениями $\Delta\underline{\mathbf{S}}$, $\Delta\underline{\mathbf{s}}$, $\Delta\underline{\mathbf{E}}$. Тогда

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{C}}\,\Delta\underline{\mathbf{s}} + \underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}\,\Delta\underline{\mathbf{E}}\underline{U}_{\text{ср}}.$$

В формуле (20) известными являются компоненты вектора $\Delta\underline{\mathbf{S}}$, а неизвестными – векторов $\Delta\underline{\mathbf{s}}$, соответствующие узлам с источниками регулирования активной и реактивной мощностей, и $\Delta\underline{\mathbf{k}}$, соответствующие ветвям, имеющим трансформаторы с РПН. Считая, что коррекция режима выполняется без изменения узловых мощностей, (19) преобразуем к виду

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}\,\Delta\underline{\mathbf{E}}\underline{U}_{\text{ср}}. \tag{21}$$

Теперь $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ можно рассматривать как матрицу чувствительности перетоков в ветвях при изменении коэффициентов трансформации регулируемых трансформаторов. Подставляя в (22) выражение для ЭДС, получим

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}\,(\mathbf{e}^{(m)} - \Delta\underline{\mathbf{k}})U_{\text{ср}}^2, \tag{22}$$

где $\Delta\underline{\mathbf{k}}$ – вектор-столбец отклонений относительных коэффициентов трансформации по отношению к исходному режиму; $\mathbf{e}^{(m)}$ – вектор-столбец, состоящий из m единиц.

Будем считать критерием оптимальности минимальные по сравнению с исходным режимом изменения коэффициентов трансформации [9, 10]. Тогда вектор $\Delta\underline{\mathbf{k}}$, найденный из (22), будет соответствовать этому критерию. Для ускорения расчетов целесообразно сформировать уплотненные матрицу и вектор в формуле (22). Потому исключим: из вектора $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ нулевые элементы, соответствующие ветвям с ненарушенными режимными ограничениями; из вектора $\Delta\underline{\mathbf{k}}$ – элементы, соответствующие ветвям, не имеющим трансформаторов с РПН; из матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ – соответствующие строки и столбцы. Выражение (22) получит вид

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}(\mathbf{e}^{(m)} - \Delta\underline{\mathbf{k}})U_{\text{ср}}^2,$$

где $\Delta\underline{\mathbf{S}}$, $\Delta\underline{\mathbf{k}}$ – уплотненные векторы; $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ – уплотненная матрица.

Для определения вектора $\Delta\underline{\mathbf{k}}$ предлагается следующий алгоритм.

1. Проводится расчет потокораспределения в схеме (исходный режим).

2. Проверяется допустимость исходного режима по пропускной способности. Формируется вектор нарушений режимных ограничений $\Delta\underline{\mathbf{S}}$. Вектор $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ и матрица $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ уплотняются. Если вектор $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ нулевой, то переходим к п. 17.

3. Среди элементов вектора $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ отыскивается наибольший $\max(\Delta\underline{S}_\nu)$, $\nu \in V$.

4. В строке матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$, соответствующей найденному в п. 3 элементу, осуществляется поиск наибольшего по модулю компонента, который однозначно определяет ветвь ω, наилучшую в смысле чувствительности перетока мощности в ν-й ветви при вариации коэффициентов трансформации

$$\max|\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}|,\ \omega \in W.$$

5. Определяется значение коэффициента трансформации в ветви ω

$$\Delta\underline{k}_\omega = 1 + \frac{\Delta\underline{S}_\nu}{\underline{Y}^{(\nu)}_{\text{с.в}\,\omega}}.$$

6. Проверяется, находится ли новое значение коэффициента трансформации $\underline{k}'_\omega = \underline{k}_\omega + \Delta\underline{k}_\omega$ в ветви ω в допустимом диапазоне регулирования $\underline{k}_\omega^{\min} \le \underline{k}'_\omega \le \underline{k}_\omega^{\max}$.

7. Если да, то переход к п. 10.

8. Если нет, то коэффициент трансформации в ветви ω устанавливается равным предельному значению $\underline{k}_\omega = \underline{k}_\omega^{\max(\min)}$.

9. Считается, что возможности ветви ω в коррекции режима исчерпаны, и она исключается из дальнейшего рассмотрения. Соответственно уплотняются матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ удалением столбца ω и вектор $\Delta\underline{\mathbf{k}}$ – удалением элемента $\Delta\underline{k}_\omega$.

10. Выполняется пересчет компонентов вектора $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ по формуле

$$\Delta\underline{\mathbf{S}}_\nu = \Delta\underline{S}_\nu + \underline{Y}^{(\nu)}_{\text{с.в}\,\omega}U_{\text{ср}}^2.$$

11. Проверяется, остались ли еще ветви со средствами регулирования коэффициентов трансформации.

12. Если да, то переход к п. 3.

13. Если нет, переход к п. 17.

14. Проверяется, все ли нарушения ограничений рассмотрены.

15. Если да, то переход к п. 17.

16. Если нет, проводится уплотнение матрицы $\underline{\mathbf{Y}}_{\text{с.в}}$ удалением строки ν и вектора $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ – удалением компонента $\Delta\underline{S}_{\nu}$. Переход к п. 3.

17. Конец работы.

Разработанный алгоритм оперативной коррекции режима хорошо согласуется с общей теорией оптимального дискретного управления (принципом наименьшего уклонения), в соответствии с которым выбирается элемент с наибольшим отклонением от допустимого (п. 4 алгоритма), затем отыскивается элемент, обеспечивающий наибольшее воздействие (п. 5), и определяется величина корректирующего воздействия (п. 6). Применение данного алгоритма коррекции режима с помощью регулирования узловых мощностей позволит создать систему алгоритмов оперативной коррекции режима с использованием в качестве регулирующих элементов как коэффициентов трансформации трансформаторов с РПН, так и генерирующих источников активной и реактивной мощностей.

ВЫВОДЫ

1. Предложен метод расчета потокораспределения в сети, который основан на математическом моделировании структуры уравнений, описывающих потокораспределение, благодаря чему снимаются ограничения, накладываемые неоднородностью сети и наличием трансформаций.

2. Разработан подход к решению задачи расчета установившегося режима, основанный на совместном использовании матриц коэффициентов распределения и узловых сопротивлений. В этом случае матрица коэффициентов распределения рассматривается как матрица чувствительности перетоков в ЛЭП при вариации активных и реактивных мощностей в узлах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Холмский, В. Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей / В. Г. Холмский. М.: Высш. шк., 1975. 280 с.
2. Гурский, С. К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике / С. К. Гурский; под ред. Г. Е. Поспелова. Минск: Наука и техника, 1977. 367 с.
3. Экспериментальные исследования режимов энергосистем / под ред. С. А. Совалова. М.: Энергоатомиздат, 1985. 447 с.
4. Александров, О. И. Оперативная коррекция режима электрической сети изменением коэффициентов трансформации с регулированием под нагрузкой / О. И. Александров, Г. Г. Бабкевич // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 1991. № 6. С. 16–19.
5. Александров, О. И. Общая формула потерь мощности в электрических сетях с учетом комплексных коэффициентов трансформации в ветвях / О. И. Александров, С. В. Домников, Г. Г. Бабкевич // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 1991. № 9. С. 6–11.

6. Александров, О. И. Оперативные алгоритмы расчета потокораспределения в сложной ЭЭС / О. И. Александров, Г. Г. Бабкевич // Электронное моделирование. 1992. № 6. С. 46–51.
7. Каханович, В. С. Снижение электропотребления на энергоемком промышленном предприятии в часы максимума энергосистемы путем оптимизации режима напряжений / В. С. Каханович, О. И. Александров, Г. П. Сбродов // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 1992. № 5–6. С. 8–12.
8. Александров, О. И. Экономичные режимы параллельно работающих трансформаторов с учетом взаимного резервирования / О. И. Александров, Н. П. Коровкина, Н. В. Радоман // Электрика. 2012. № 6. С. 2–7.
9. Alexandrov, O. I. Modeling of Flow Distribution in Electric Network Taking into Account the Uncertain Factors / O. I. Alexandrov, D. N. Svirsky, N. V. Radoman // Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition and Information Processing (28–30 May 2014). Minsk: United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus.
10. Александров, О. И. Оптимизация режима энергосистемы комбинированным методом функциональной декомпозиции и динамического программирования / О. И. Александров, Д. Н. Свирский, Т. Е. Жуковская // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-тэхн. навук. 2015. № 2. С. 82–89.

Поступила 27.02.2017 Подписана в печать 10.05.2017 Опубликована онлайн 28.11.2017

REFERENCES

1. Kholmsky V. G. (1975) *Calculation and Optimization of Operations of Electrical Networks*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 280 (in Russian).
2. Gursky S. K. (1997) *Algorithmization of the Objectives of Management of Modes of Complex Systems in the Power Engineering*. Minsk, Nauka i Tekhnika Publ. 367 (in Russian).
3. Sovalov S. A. (ed.). (1985) *Experimental Studies of Modes of Power Systems*. Moscow, Energoatomizdat Publ. 447 (in Russian).
4. Alexandrov O. I., Babkevich G. G. (1991) Operative Correction of the Mode of the Electric Network by Alteration of Transformation Coefficients with Regulation under Loading. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edenenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations,* (6), 16–19 (in Russian).
5. Alexandrov O. I., Domnikov S. V., Babkevich G. G. (1991*)* The General Formula of Power Losses in Electric Networks Considering Complex Transformation Coefficients in the Branches. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edenenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations,* (9), 6–11 (in Russian).
6. Alexandrov O. I., Babkevich G. G. (1992) Operational Algorithms for the Calculation of Flow Distribution in a Complicated Electric Power System. *Elektronnoe Modelirovanie = Electronic Modeling*, (6), 46–51 (in Russian).
7. Kakhanovich V. S., Alexandrov O. I., Sbrodov G. P. (1992) Reducing Energy Consumption at an Energy-Intensive Industrial Enterprise in the Peak Hours of Power System by Optimizing the Voltage Mode. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edenenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (5–6), 8–12 (in Russian).
8. Alexandrov O. I., Korovkina N. P., Radoman N. V. (2012) Economical Operational Modes of Parallel Working Transformers with Regard of Mutual Redundancy. *Elektrika* [Electrics], (6), 2–7 (in Russian).
9. Alexandrov O. I., Svirsky D. N., Radoman N. V. *Modeling of Flow Distribution in Electric Network Taking into Account the Uncertain Factors*. *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition and Information Processing (28–30 May 2014).* Minsk, United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus (in Russian).
10. Alexandrov O. I., Svirsky D. N., Zhukovskaya T. E. (2015) Optimization of Power System Operation Mode by Combined Method of Functional Decomposition and Dynamic Programming. *Vestsi Natsyyanal'nai Akademii Navuk Belarusi. Seryya Fizika-Technichnych Navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*, 2, 82–89 (in Russian).

Received: 27 February 2017 Accepted: 10 May 2017 Published online: 28 November 2017