УДК 517.95

Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом дельта вейвлетов

Романчак В.М.
Белорусский национальный технический университет

Доказана теорема, уточняющая условия применения метода дельта вейвлетов с целью решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

Вейвлет преобразование, относительно вейвлет функции единичного точечного заряда $\psi(R)=1/R$, определим по рекуррентным формулам:

$$\varphi_{k+1}(M) = \varphi_k(M) - V_h\varphi_k(M_h)$$

где

$$V_h\varphi(N) = \frac{1}{h^2}\int_S \frac{\varphi(P)}{C_h(P_h)}\psi\left(\frac{R_{PN}}{h}\right)dS_P,$$

$$C_h(N) = \frac{1}{h}\int_S \psi\left(\frac{R_{PN}}{h}\right)dS_P,$$

$\varphi_0(M)$ - граничные значения, гармонической в области D функции $U(Q)$, такой, что $U(M)=\varphi_0(M)$, $M\in S$;
$n(M)$ - внешняя нормаль к поверхности S в точке $M\in S$;
$n(P)$ - внешняя нормаль к поверхности S в точке $P\in S$;
M_h - точка, которая принадлежит внешней области D, $M_h\to M$ по нормали $n(M)$, при $h\to 0$;
P_h - принадлежит внешней области D, $P_h\to P$, при $h\to 0$ по нормали $n(P)$;
N- точка, которая принадлежит внешней области D.

Теорема. Пусть S – замкнутая поверхность Ляпунова с показателем гладкости $\delta=1$, ограничивающая область D, тогда гармоническая функция может быть восстановлена по формуле обратного вейвлет преобразования для точек Q области D:

$$U(Q) = \sum_{k=1}^{\infty} V_h\varphi_k(Q),$$

где $h=a_k$, $a_k\to 0$.