

Белорусский национальный технический университет

Приборостроительный факультет

Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой,
профессор П.С.Серенков

_____ 2017 г.

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета,
доцент А.И.Свистун

_____ 2017 г.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

«Статистические методы контроля качества»

по направлению специальности

1-54 01 01 «Стандартизация, метрология и сертификация»

Составитель: Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

Рассмотрено и утверждено

на заседании Совета Приборостроительного факультета 25.05. 2017 г.,
протокол № 9

Перечень материалов

Электронный учебно-методический комплекс (далее ЭУМК) по дисциплине «Статистические методы контроля качества» содержит:

- учебную программу учебной дисциплины;
- перечень основных терминов и определений, перечень литературы;
- материалы для теоретического (конспект лекций) изучения учебной дисциплины;
- методические рекомендации к практическим занятиям;
- перечень вопросов для итогового контроля (экзамен);
- методические рекомендации по выполнению курсовой работы, представленные в учебно-методическом пособии для студентов инженерно-технических специальностей: Соломахо, В.Л. Статистические методы контроля качества. Курсовое проектирование / В.Л. Соломахо, К.И. Дадьков. – Минск : БНТУ, 2008. – 86 с.

Пояснительная записка

Учебно-методический комплекс (УМК) по учебной дисциплине «Статистические методы контроля качества» разработан для студентов, обучающихся по направлению специальности 1-54 01 01 «Стандартизация, метрология и сертификация» и представляет собой систему дидактических средств обучения, целью которой является комплексное освоение требований образовательного стандарта, формирующих академические, социально-личностные и профессиональные компетенции специалиста.

В УМК включены вопросы, связанные с теорией и практикой использования статистических методов для оценки качества продукции, механизмом статистического анализа точности и стабильности технологических процессов, методологией управления технологическими процессами и приемочного контроля качества продукции.

Структура УМК включает следующие разделы: теоретический, практический, контроля знаний и вспомогательный.

Теоретический раздел включает курс лекций по дисциплине «Статистические методы контроля качества». Изучение теоретических материалов, включенных в УМК, позволит студентам учреждения высшего образования освоить:

- основные понятия теории вероятности и математической статистики;
- фундаментальные законы распределения случайных величин;
- формирование параметрических и непараметрических гипотез и алгоритм их проверки;
- расчет статистических показателей точности и стабильности технологических процессов;

- принципы построения контрольных карт регулирования по количественному и альтернативному признакам;
- методологические подходы к организации статистического приемочного контроля;
- методику построения оперативной характеристики плана выборочного контроля, порядок выбора и специфику применения одноступенчатого, двухступенчатого, многоступенчатого и последовательного планов статистического приемочного контроля.

Практический раздел включает методические материалы по выполнению практических занятий, лабораторных работ, курсовой работы. Материалы практического раздела позволят студентам учреждения высшего образования приобрести следующие навыки:

- представлять массивы случайных величин в виде их распределений и рассчитывать статистические характеристики распределений;
- определять статистические показатели точности и стабильности технологических процессов;
- строить контрольные карты регулирования по количественному и альтернативному признакам и проводить процедуру управления процессом с помощью контрольных карт;
- осуществлять процедуру статистического приемочного контроля качества продукции, используя все виды планов контроля;
- осуществлять выбор средств измерения при проведении процедур, связанных с применением статистических методов контроля качества продукции;
- пользоваться стандартами, регламентирующими основные процедуры проведения статистического контроля качества продукции и процессов.

Раздел контроля знаний УМК содержит вопросы, включаемые в итоговую аттестацию, проведение которой позволяет определить соответствие результатов учебной деятельности студентов требованиям образовательного стандарта и учебно-программной документации.

Вспомогательный раздел УМК представлен учебной программой по дисциплине, перечнем литературы, рекомендуемой к использованию в образовательном процессе, перечнем основных терминов и определений по дисциплине, перечнем справочной литературы, международных и национальных стандартов.

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	2
КУРС ЛЕКЦИЙ	6
1.БАЗОВЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ И ПУТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ИНЖЕНЕРНОЙ ПРАКТИКЕ	8
1.1. Классификация видов технического контроля	8
1.2. Основные области применения статистических методов	11
1.3. История развития статистических методов контроля и управления качеством	13
1.4. Основные термины и определения, используемые при применении статистических методов управления и контроля качеством	17
1.5. Типы шкал	20
1.6. Вероятность, частота и частность случайных событий	22
1.7 Распределение случайных величин	25
1.8. Числовые характеристики распределения случайных величин	32
1.9. Законы распределения случайных величин	38
1.9.1. Закон биномиального распределения	38
1.9.2. Закон редких событий (закон Пуассона)	41
1.9.3. Закон нормального распределения (закон Гаусса)	43
1.9.4. Закон равной вероятности (равномерного распределения)	45
1.9.5. Закон распределения эксцентриситета (закон Релея)	47
1.9.6 Закон распределения модуля разности	49
1.10. Проверка статистических гипотез	49
2 ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА	52
2.1 Средства и методы описательной статистики	53
3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОЦЕССА ..	59
3.1 Формирование априорной информации о качестве процесса	59
4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ	72
С ПОМОЩЬЮ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ	72
4.1. Виды контрольных карт	72
4.2. Простые контрольные карты Шухарта	80
4.3. Контрольные карты для альтернативных данных	86
4.4. Приемочные контрольные карты	91
4.5. Контрольные карты с предупреждающими границами	95

4.6. Контрольные карты кумулятивных сумм	98
5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ	102
5.1. Термины и определения	102
5.2. Виды статистических методов приемочного контроля	106
5.3. Уровни качества	108
5.4. Оперативная характеристика плана выборочного контроля	112
5.5. Уровень контроля	114
5.6. Планы контроля	116
5.7 Последовательный план контроля	120
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ	127
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	145
КУРСОВАЯ РАБОТА	174
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	175
ТИПОВАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА	178
ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ	191
ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ	194

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

КУРС ЛЕКЦИЙ

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

ВВЕДЕНИЕ

Стремление к постоянному совершенствованию качества продукции и процессов требует последовательной работы персонала предприятия, направленной на анализ производства, разработку системы сбора и обработки данных, создание методик выявления источников дефектов и проектирование процедур по их устранению с наименьшими затратами. Одним из инструментов, позволяющим решать этот круг задач является статистика.

В конце 17 века в Западной Европе математическая статистика зародилась как раздел математики, посвященный математическим методам систематизации, обработки и использования статистических данных для научных и практических выводов. Статистическими данными являются сведения об объектах входящих в какую-либо совокупность, обладающую теми или иными общими признаками. В основе статистических методов контроля лежит учет либо самих наблюдаемых объектов, либо их отдельных признаков, характеристик, свойств.

Инженерное применение математической статистики невозможно без теории вероятностей – раздела математики, позволяющего, в частности, определять вероятность появления случайных событий либо по вероятности одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, если они функционально связаны между собой.

Использование теоретико-вероятностных моделей позволяет обеспечить планирование и сбор данных их систематизацию, представление, анализ, и, как результат, формирование основанных на этих данных выводов относительно наблюдаемого явления.

Теория вероятностей изучает, главным образом, такие случайные события, распределения которых подчиняются в большей или меньшей степени теоретическим законам распределения случайных величин.

Теория вероятностей также широко применяется и при статистическом изучении массовых явлений, которые могут не относиться к категории вероятностно случайных. В этих случаях вероятностным закономерностям подчинены не сами изучаемые явления, а приемы их исследования.

Статистические методы в настоящее время широко используются на различных этапах контроля и управления качеством продукции, способствуя созданию условий для принятия рациональных управленческих решений с использованием накопленной информации для повышения результативности деятельности организации, их эффективного взаимодействия с внешней средой.

Роль статистических методов на различных этапах менеджмента качества в процессе производства постоянно возрастает, а культура производства во многом определяется масштабом обоснованного внедрения этих методов, системностью их применения и степенью обученности персонала.

1. БАЗОВЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ И ПУТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ИНЖЕНЕРНОЙ ПРАКТИКЕ

1.1. Классификация видов технического контроля

Контроль качества – это деятельность, включающая проведение измерений, экспертиз, испытаний или оценки одной или нескольких характеристик объекта контроля и сравнение полученных результатов с установленными требованиями для того, чтобы определить, достигнуто ли соответствие по каждой из этих характеристик.

Контроль качества позволяет решать следующие основные задачи:

- исключить брак при производстве продукции;
- создать механизм подтверждения качества продукции в процессе ее изготовления, как для производителя, так и для потребителя.

Определенной разновидностью контроля качества является **технический контроль**, под которым понимается проверка соответствия объекта установленным техническим требованиям.

Существуют различные подходы к классификации видов технического контроля. Наиболее употребляемая классификация предполагает дифференциацию видов технического контроля по следующим классификационным признакам: объект контроля, метод контроля, стадия создания продукции, этап процесса производства, полнота охвата контролем, связь с объектом контроля во времени, применяемые средства контроля, степень автоматизации, место размещения средств контроля, обязательность проведения, тип контролируемых признаков.

Существенным, при проектировании контрольных операций, является выбор метода контроля по способу его осуществления. Различают органолептический и измерительный контроль.

Органолептический контроль – это контроль продукции, выполняемый с помощью органов чувств человека без применения специальных технических средств. Данный вид контроля пригоден для решения узкого круга задач. Его, как правило, осуществляют методом экспертного оценивания. Оценки, по определению, носят субъективный характер и, в значительной степени, определяются квалификацией контролера и его психофизиологическими возможностями.

Измерительный контроль – это контроль, осуществляемый с применением средств измерений (СИ). Развитие новых методов измерений позволяет в настоящее время осуществлять измерительный контроль практически всех параметров, которые ранее подвергались только органолептическому контролю (например, контроль качества лакокрасочного покрытия, контроль параметров шероховатости и т.д.).

Измерительный контроль обычно осуществляется в два этапа. На первом этапе получают первичную информацию о фактическом состоянии продукции, т.е. действительных значениях контролируемых параметров. На втором этапе

полученная первичная измерительная информация сопоставляется с заранее установленными требованиями (нормами, критериями). При этом выявляется соответствие или несоответствие фактических параметров продукции требованиям технических нормативных правовых актов и иной технической документации. Информация об их расхождении используется для выработки решений о годности или негодности продукции.

Иногда понятие «измерительный контроль» расширяют, вводя термин «допусковый измерительный контроль», под которым понимают определение, путем измерений или испытаний, значения контролируемого параметра изделия X и последующее отнесение результата измерения к одному из двух подмножеств X_1 (результат соответствует годному) либо X_2 (результат не соответствует годному). Если при этом выполняется условие $X \in X_1$, то принимается решение о годности изделия по контролируемому параметру, если $X \in X_2$ – о его негодности.

Примером допускового контроля является измерение линейного размера детали, в процессе которого проверяется нахождение размера в допускаемых пределах.

По расположению «зоны пригодности» контролируемого параметра различают следующие виды допускового контроля (графическая интерпретация схем контроля приведена на рис. 1.1):

- односторонний контроль, при котором контролируемый параметр X должен быть меньше (рис. 1.1 схема а) либо больше (рис. 1.1 схема б) нормируемого (допускаемого) значения X_n ;
- двухсторонний контроль, при котором контролируемый параметр должен находиться между верхним и нижним допускаемыми значениями $X_{нн} \leq X \leq X_{нв}$ (рис. 1.1 схема в).

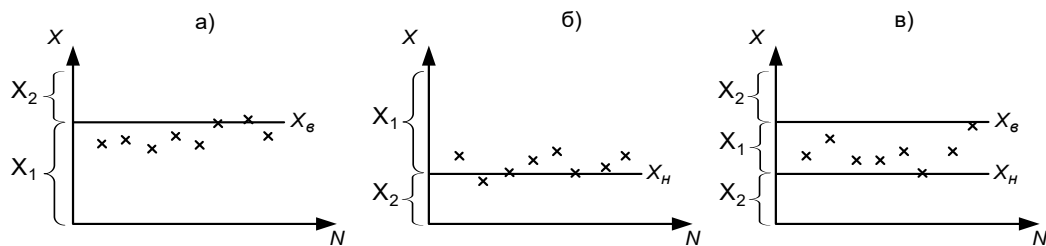


Рис. 1.1. Односторонний и двусторонний виды контроля

Качество выпускаемых изделий характеризуется множеством параметров. В зависимости от числа контролируемых параметров контроль подразделяется на однопараметрический, при котором контролируется один параметр изделия, и многопараметрический, при котором контролируется несколько параметров каждого изделия (контролируемые параметры могут иметь различную или единую физическую природу).

В зависимости от места в процессе производства различают входной, операционный и приемочный контроль.

Входной контроль качества – это контроль комплектующих изделий, полуфабрикатов и материалов с целью установления соответствия их качества требованиям, нормируемым в стандартах, технических условиях, договорах о поставке на эти изделия, полуфабрикаты или материалы. Входной контроль позволяет собрать объективную информацию о закупаемой продукции с целью выбора наиболее подходящего поставщика, при необходимости введения дополнительных требований к показателям качества данной продукции.

Операционный контроль – это контроль качества продукции (или технологического процесса), выполняемый во время или после завершения определенной технологической операции. Операционный контроль проводят с целью своевременного предотвращения отступлений от требований конструкторской или иной технической документации при изготовлении деталей, сборочных единиц и т.д.. Этот вид контроля применяется также для выявления характера и причин отклонений параметров технологических процессов от их нормативных значений и разработки мероприятий, направленных на обеспечение стабильности качества выпускаемой продукции.

Очевидная цель операционного контроля: получение информации для принятия решений при управлении технологическим процессом. Иногда, перед операционным контролем ставят специфическую цель, связанную с исследованием точности технологического процесса или технологического оборудования.

Операционный контроль осуществляется, как правило, на всех стадиях производства. При организации операционного контроля необходимо обеспечить непрерывность контроля, то есть охват контролем всех технологических операций, определяющих качество изделия.

Приемочный контроль – это контроль качества продукции с целью подтверждения соответствия готовой продукции требованиям технической документации.

По полноте охвата контроль делится на сплошной и выборочный.

Сплошной контроль – это технический контроль каждой единицы выпускаемой продукции. Безусловным преимуществом такого вида контроля является полная и объективная оценка качества продукции.

Однако трудность проведения сплошного контроля качества продукции в условиях массового и крупносерийного производства из-за больших экономических затрат все настоятельнее заставляет переходить на выборочные статистические методы контроля.

Выборочный статистический контроль – это контроль некоторой, статистически обоснованной, части выпускаемой партии продукции (выборки), проводимый по определенным правилам и процедурам, позволяющий сформулировать обоснованное заключение о соответствии или несоответствии установленным требованиям всей совокупности продукции (с учетом небольших, заранее оговоренных рисков).

1.2. Основные области применения статистических методов

Предприятие не должно тратить свои ресурсы на производство продукции и (или) услуг, которые окажутся негодными (несоответствующими) и потребуют впоследствии затрат на их устранение. Вложение средств в создание несоответствующего продукта крайне убыточно, поэтому деятельность предприятия должна быть направлена на изготовление 100% годной продукции, которая бы в полной мере соответствовала современным требованиям потребителя.

Процесс производства продукции или оказания услуг рассматривается как взаимосвязанная сеть процессов, а статистические методы применяются для каждого из элементарных процессов всего жизненного цикла продукции или услуг, начиная с процессов менеджмента и проектирования, заканчивая процессами контроля и выработки управляющих решений. При этом экономический эффект от внедрения статистических методов управления качеством достигается не только за счет предупреждения брака и снижения затрат на контроль изготавливаемой продукции, но и за счет совершенствования и реструктуризации самих процессов, что ведет к созданию продукции или услуг более высокого качества.

Применение статистических методов управления качеством продукции можно определить как действия, осуществляемые при создании, эксплуатации или потреблении продукции в целях установления, обеспечения и поддержания ее качества на необходимом уровне на основе методов математической статистики.

Укрупнено можно сформулировать следующие основные направления использования статистических методов при проведении работ по контролю качества продукции и процессов (рис. 1.2).

Статистическая оценка качества – это установление количественных значений показателей качества с использованием аппарата математической статистики.

Статистическая оценка показателей процесса – это установление статистическими методами оценки ожидаемого качества на основе потенциальных характеристик процесса.

Статистическое управление процессами – это выявление и оценивание тенденций изменения параметров процессов и, при необходимости, их корректировка, по результатам выборочного статистического контроля, как правило, с использованием контрольных карт, с целью обеспечения и поддержания процессов на уровне, гарантирующем соответствие продукции и услуг установленным требованиям.



Рис. 1.2. Основные области использования статистических методов

Статистический приемочный контроль – это, основанный на применении методов математической статистики, контроль, проводимый по определенным правилам и процедурам с целью определения соответствия установленным техническим требованиям поставляемой, а также предполагаемой для поставки продукции и принятия последующего решения.

Статистическое прогнозирование – это анализ тенденций изменения и оценка потенциальных рисков при реализации технологических процессов во времени, основанные на применении кластерного, дисперсионного, регрессионного, дискриминантного анализа, а также специально разработанных техник качества (FMEA, VE, QFD, QLF и др.).

Различают **описательную** и **аналитическую** статистику.

К описательной статистике относятся методы и средства систематизации и описания эмпирических данных, полученных с помощью наблюдений. Используя приемы описательной статистики, удастся извлечь и представить в структурированном виде существенную информацию об изделии или процессе, придав ей форму некоторой системы данных, удобной для дальнейшего использования.

Аналитическая статистика предполагает обработку эмпирических данных, полученных в результате использования методов и средств описательной статистики, их количественную оценку посредством расчета основных статистических показателей с целью их интерпретации и принятия необходимых управляющих решений.

Алгоритм применения аналитической статистики предполагает поэтапное решение трех основных задач, включая:

– моделирование, т.е. переход от технологической реальности к абстрактной математико-статистической схеме, путем построения вероятностной модели (либо технологического процесса, либо плана приемочного контроля и т.д.);

– определение количественных оценок, полученных чисто математическими средствами в рамках вероятностной модели и выводов, с целью анализа и формулировки выводов;

– интерпретация математико-статистических выводов применительно к реальной ситуации и принятие адекватного решения (например, о соответствии или несоответствии качества продукции установленным требованиям, либо о необходимости наладки технологического процесса и т.д.) или заключения (например, о доле дефектных единиц продукции в партии, о конкретном законе распределения контролируемых параметров и др.).

1.3. История развития статистических методов контроля и управления качеством

Первый неосознанный опыт применения методов контроля качества путем отбора выборок (проб) имеет многовековую историю. Еще несколько столетий тому назад покупатели зерна, соли, сахара проверяли свойства товара, прокалывая мешки или откалывая часть продукта, чтобы взять пробу. Безусловно, в те времена отсутствовала какая-либо обоснованная методика отбора проб, и вся процедура определялась опытом, как продавцов, так и покупателей товара.

До середины 19-го века, пока ремесленник совмещал в себе функции производителя и контролера, оценка качества изготовленной продукции носила тривиальный характер. Все изменилось с появлением промышленного разделения труда и необходимостью нормирования технических требований к отдельным элементам деталей и составным частям производимой продукции. Рабочие первых фабричных мануфактур, способные выполнять простые «первичные» операции, в условиях крупносерийного производства, не могли отвечать за качество труда своих коллег, выполнявших другие технологические операции и тем более за качество готовой продукции.

В начале 20-го века в управлении производством стала доминировать система Ф. Тейлора, основанная на нормировании требований к качеству, надзоре за их выполнением и воздействии на исполнителей. С появлением этой системы в практику вошли понятия верхнего и нижнего предельных размеров, допуска, технические средства в виде проходных и непроходных калибров. Стало нормой наличие в штате исполнителей инспектора по качеству (технического контролера). Такой подход позволил создать методику разделения продукции на качественную и дефектную (брак). Опираясь на нее, был построен механизм управления качеством, основанный на экономических и административных санкциях в отношении рабочих допускающих брак.

Система Тейлора представляла собой великолепный механизм управления качеством конкретного изделия (детали, сборочной единицы). Суть системы заключалась в задании технических требований, в том числе путем нормирования допусков на соответствующие показатели качества, последующем жестком контроле за их соблюдением и применением определенных санкций за их нарушение. Однако этот механизм нуждался в существенном дополнении при серийном и массовом изготовлении продукции, связи с необходимостью закрепления исполнения отдельных этапов работ за специалистами определенного профиля. Так, нормирование требований к продукции (планирование качества) осуществлял конструктор, реализацию процесса изготовления – рабочий, проверки соответствия установленных требований полученному результату – контролер, управление и взаимодействие отдельных исполнителей – администрация. При этом возникала определенная конфликтность в отношениях между специалистами разного профиля.

Конструктор заинтересован в установлении «малых допусков». Это, с одной стороны, способствует общему стремлению к повышению качества продукции и снижает риски конструктора в принятии тех или иных решений, с другой – зачастую приводит к необоснованному ее удорожанию, так как сформированные требования, как правило, сложно, а иногда и невозможно выполнить по технико-технологическим причинам, что, естественно, негативно воспринимается производственным персоналом.

Стремление к производству высококачественной продукции в условиях серийного и массового производства приводило к необоснованному увеличению контрольного аппарата на предприятиях.

Объективно возникающая производственная ситуация создала необходимые предпосылки для внедрения статистических методов контроля качества продукции, которые начали бурно развиваться в первой четверти 20 века. В отличие от системы Тейлора статистический подход к методам управления и контроля качества базируется на применении комплекса методик, призванных обеспечить анализ стабильности процесса производства изделий и уменьшения вариабельности стабильного процесса. Следует иметь в виду, что наличие вариаций является естественным проявлением свойств процесса. Применение методологии статистического управления и контроля оправдано, если процесс стабилен в статистическом смысле. Наблюдаемые вариации параметров изделий «на выходе процесса» должны представлять собой реализацию устойчивого случайного процесса, функция распределения которого остается постоянной во времени.

Первое применение научных методов статистического контроля было отмечено в начале 20-х годов XX века, когда В. Шухарт использовал для профилактики брака при производстве продукции контрольные карты.

В.Шухарт работавший инженером фирмы «WesternElectric» (с 1925 «BellTelephoneLaboratories») предложил перейти от допускового контроля, главной целью которого было деление готовой продукции на соответствующую и несоответствующую, на подход, направленный на анализ стабильности про-

цессов и уменьшение их вариаций. Предложенные им, в качестве рабочего инструмента, контрольные карты, являются одним из методов статистического управления процессами и в настоящее время имеют огромное распространение во всем мире. Кроме того, В.Шухарт высказал идею непрерывного улучшения качества. В последующий период цикл непрерывного улучшения качества получил развитие в работе Э.Деминга и стал использоваться как инструмент системной работы по улучшению качества.

Одновременно с работами в области статистического управления процессами в середине 20-х годов инженером Г.Доджем была предложена теория статистического приемочного контроля. Большой вклад в систему обеспечения качества контроля внесли американские ученые Д.Нойман, Э.Пирсон, Е.Фишер. Среди их разработок наибольшую известность получила теория проверки статистических гипотез.

Впоследствии Д. Джуран обосновал целесообразность проектирования планов контроля для крупносерийного и массового производства, исходя из верхнего предела приемлемого процента дефектных изделий. На первом этапе своего применения планы выборочного контроля предусматривали однократную выборку, по результатам контроля которой принималось решение о соответствии или несоответствии продукции нормируемому качеству. В ходе практического применения методов статистического приемочного контроля встречались ситуации, когда по результатам контроля одной (первой) выборки было сложно однозначно принять то или иное решение. Впоследствии стало очевидным, что экономика двухступенчатого контроля во многих случаях более эффективна, чем одноступенчатого.

Во время Второй мировой войны нехватка ресурсов заставила искать новые методы контроля с возможно малым числом проверяемых изделий, особенно при применении разрушающих методов контроля. Возник интерес к многоступенчатому контролю, осуществляемому путем многократного отбора выборок. В 40-х годах 20-го столетия А.Вальд (США) разработал теорию последовательного анализа и статистическую теорию принятия решений. Применение теории последовательного анализа при ее практической реализации в планах последовательного контроля показало высокую эффективность (расходы на контроль при прежней вероятности ошибок снижаются до 60% по сравнению с традиционными методами).

Большое влияние на развитие статистических методов контроля, как элемента сформулированной им «философии качества», оказал Э.Деминг (США), который в начале 50-х годов провел обучение японских специалистов «новым» методам обеспечения качества, особое внимание при этом обращая на статистические методы управления качеством. Под его влиянием в 50-60 годах прошлого столетия сформировалась японская научная школа в области качества. Среди представителей этой школы следует, прежде всего, отметить К.Исикаву и Г.Тагути, внесших большой вклад в развитие статистических методов в управлении качеством. Так, К.Исикава впервые в мировой практике предложил оригинальный графический метод анализа причинно-следственных связей, получивших название «диаграмма Исикавы».

Г. Тагути распространил идеи математической статистики на статистические методы планирования эксперимента и контроля качества. Г. Тагути впервые связал математической зависимостью экономические затраты и качество, введя понятие функции потерь качества. Его позиция заключается в том, что потери качества имеют место с момента несовпадения действительного (экспериментально определенного) значения наблюдаемого параметра, представляющего собой случайную величину от ее нормированного значения, заданного в технической документации.

Свой научный вклад в развитие статистических методов внесли и советские ученые: В.И. Романовский, Е.Е. Слуцкий, Н.В. Смирнов, Ю.В. Линник и др. В СССР интенсивно разрабатывались статистические методы исследования и контроля качества в массовом производстве, методы планирования эксперимента (Ю.П. Адлер и др.).

В 50-70-х годах прошлого столетия на ряде предприятий СССР активно проводились работы по внедрению систем управления качеством, в которых статистические методы в области приемочного контроля и регулирования технологических процессов занимали важное место в предупреждении дефектов продукции.

Началом системно-комплексного подхода к управлению качеством продукции явилась Саратовская система бездефектного изготовления продукции (БИП), которая была разработана в середине 50-х годов. Качество труда отдельного исполнителя, бригады, цеха оценивалось путем исчисления процента сдачи продукции отделу технического контроля (ОТК) с первого предъявления.

Важнейшей особенностью системы является *перенос центра тяжести контроля на исполнителя* в связи с ужесточением ответственности за брак. Благодаря этому достигалась профилактическая направленность контроля. Такой подход стимулировал соблюдение технологической дисциплины, совершенствование производственного процесса. Недостатком системы являлся узкий подход к управлению качеством, поскольку система охватывала только производственную сферу.

Дальнейшее развитие саратовская система получила на Львовском заводе телеграфной аппаратуры, где была разработана и внедрена «Система бездефектного труда» (СБТ). За рубежом она применялась под названием «ноль дефектов». В рамках этой системы предусматривалась оценка качества труда не только непосредственных изготовителей продукции – рабочих, но и работников, участвовавших в подготовке производства (ИТР, служащих и т.д.). Суть системы заключалась в том, что ошибки в работе всех исполнителей классифицировались и оценивались по заранее разработанной таблице и сумма этих оценок вычиталась из исходного «коэффициента качества».

Следующим шагом на пути совершенствования и развития систем стала система КАНАРСПИ – качество, надежность, ресурс с первых изделий. Основное внимание в этой системе уделялось оценке и стимулированию исследований, направленных на повышение качества разработки проектов новых изделий и технологических процессов. Основная задача системы – выявление

еще на этапе проектирования возможных причин снижения качества и выработка конструкторских и технологических мер, исключая эти причины. Один из основных принципов системы КАНАРСПИ – не допустить изделие с дефектами в серийное производство. Эта система была особенно эффективна в условиях частой смены объектов производства.

Система НОРМ – («Научная организация работ по увеличению моторесурса») предполагала последовательное и систематическое повышение надежности деталей и узлов, а за критерий повышения качества в системе было принято увеличение ресурса работы до первого капитального ремонта. Особенностью системы является то, что она частично охватывает своим влиянием и сферу эксплуатации изделий.

Интегральным результатом развития систем управления качеством явилась комплексная система управления качеством на базе комплексной стандартизации (КС УКП), которая органически впитала все элементы ранее разработанных систем. Это первая система управления качеством, в которой организационно-технической основой управления стали стандарты.

Большая роль в современном состоянии теоретических и прикладных работ в области статистики, применительно к проблеме качества принадлежит школе российского ученого В.А.Лапидуса. Дальнейшее развитие получили работы по теории и практике управления качеством с учетом вариаций и неопределенности, в которых изложен «принцип распределения приоритетов», позволяющий оптимально выстроить отношения поставщика и потребителя с позиции обеспечения качества.

1.4. Основные термины и определения, используемые при применении статистических методов управления и контроля качеством

При реализации методик, присущих статистическим методам управления и контроля качества имеет место переход к абстрактной математико-статистической модели, построение которой требует использования специальных терминов и их трактовки. Рассмотрим ряд наиболее применяемых терминов и дадим их определения.

Признак – это некоторая общая для всех изучаемых объектов, характеристика или свойство, конкретные проявления которого могут меняться от объекта к объекту.

Испытанием называется определенная последовательность процедур, в результате проведения которых осуществляются наблюдение, функциональная проверка или обследование одного или нескольких признаков единицы продукции (процесса), при этом объект испытаний (единица продукции) может испытывать совокупность физических и химических воздействий, а также воздействий связанных с изменением характеристик окружающей среды и условий работы.

Под **классом испытаний** подразумевается совокупность неизменных условий проведения испытаний, осуществление которых приводят к тому или иному исходу. Отсюда, результатом испытаний является **исход**.

Элементарный исход – результат испытания, который не может быть разделен на некоторое количество других исходов.

Пространство элементарных исходов все элементарные исходы, которые могут произойти в результате испытания.

В пространстве элементарных исходов можно выделить подмножества, состоящие из одного или нескольких исходов. В этом случае говорят о случайном событии.

Событие – некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания (рис. 1.3).

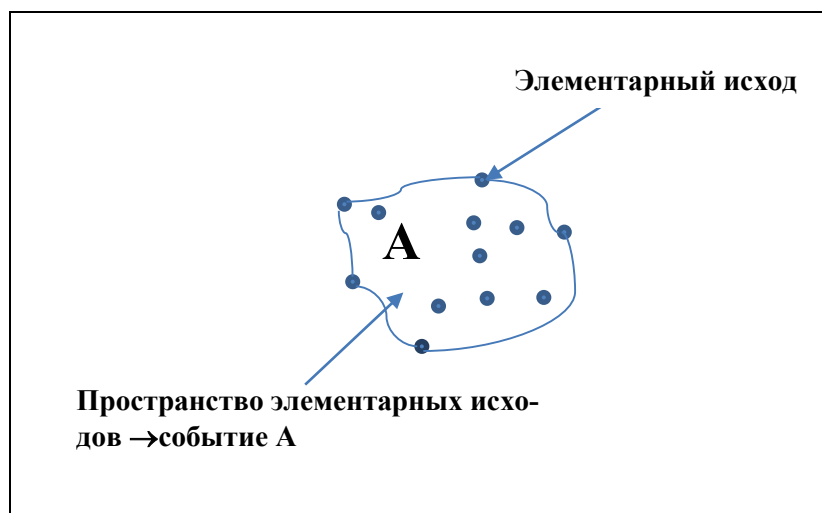


Рис. 1.3. Графическая интерпретация определения термина «событие»

Пример. Событие *A* может объединять все элементарные исходы, позволяющие признать изделие «соответствующим» после его изготовления. К событию *B* – все элементарные исходы, позволяющие отнести изделие к «несоответствующим» («бракованным»).

В этом случае размер каждого изделия, полученный в ходе его изготовления, является элементарным исходом.

События, происходящие при многократном повторении испытаний, называются **массовыми**. Если при каждом испытании неизбежно происходит событие *A*, то такое событие называется **достоверным**. Таким образом, достоверным является событие, наступающее при любом ходе испытания.

Если в условиях данного испытания некоторое событие *B* заведомо не может произойти, то оно называется **невозможным**. Можно сказать, что невозможным является событие, не наступающее ни при одном исходе испытания.

Если же при испытаниях может произойти либо событие *A*, либо *B* (либо *C* и т.д.), то такие события называются **возможными** или **случайными**.

Следовательно, случайным называется такое событие, которое при испытании может наступить, либо не наступить.

Пример. Предположим, что в ящике находится 200 деталей и среди них 3 не соответствуют установленным техническим нормам. Извлечение из

ящика «несоответствующей» (как, собственно, и «соответствующей») детали будет случайным событием, так как оно может наступить или не наступить.

Если в ходе испытаний мы ожидаем появление события A , то все элементарные исходы, образующие событие A , нами будут признаны как благоприятные. Это не значит, что событие A чем-то лучше других, просто оно – ожидаемо.

Равновозможными являются случайные события, для которых есть основания считать, что в ходе проведения наблюдений или испытаний ни одно из них не является более возможным, чем другое.

События A и B называются **несовместными**, если они не могут произойти одновременно. В противном случае, эти события **совместны**.

События A, B, \dots, Z образуют полную группу событий, если они попарно несовместимы, а их сумма является достоверным событием, т.е. в ходе испытаний хотя бы одно из перечисленного ряда случайных событий обязательно произойдет.

Термины «пространство элементарных исходов», «полная группа событий» и «достоверное событие» могут быть отнесены к одному и тому же объекту, т.е. являются синонимами, однако каждый из них применяется в своем контексте.

Графическая интерпретация полной группы событий представлена на рис. 1.4.

Теория вероятности имеет дело не только со случайными событиями, но также и со случайными величинами.

E				
A	B	Z

Рис. 1.4. Графическая интерпретация полной группы событий

Случайной величиной называется величина, которая в результате испытаний может принять то или иное значение в границах определенного интервала. Примером случайной величины может служить действительный размер детали, полученный в результате изготовления, так как он может принять любое численное значение в определенных пределах.

При изготовлении продукции в процессе ее производства на конечный размер оказывают влияние множество различных нерегулярно действующих факторов, в результате чего наблюдается разброс значений показателей качества в пределах определенных границ. Таким образом, значения показателя являются случайными величинами.

Обозначаются случайные величины заглавными буквами латинского алфавита – X, Y, \dots , а их возможные значения – соответствующими малыми буквами x, y, \dots . Выделяют два типа случайных величин: дискретные и непрерывные.

Случайная величина, принимающая конечное число значений или последовательность различных значений называется **дискретной**.

Пример. Количество несоответствующих деталей в партии может быть только целым положительным числом 1, 2, 3 и т.д., но не может быть 1,3; 1,7 и т.п..

Непрерывной случайной величиной называется такая величина, которая в результате испытаний может принимать любые числовые значения из непрерывного ряда их возможных значений в границах определенного интервала.

Пример. Действительные размеры деталей, обработанных на станке, являются случайными величинами непрерывного типа, так как они могут принимать любое численное значение в определенных границах.

Значения признаков качества изделий, полученные в ходе испытаний, представляют собой совокупность первичного статистического материала (данных), подлежащего обработке и последующему анализу.

Данные представляют собой результаты испытаний, накапливаемые с целью последующего анализа.

Однородная совокупность данных называется «**простой статистической совокупностью**» или «**простым статистическим рядом**».

1.5. Типы шкал

Данные, представляющие собой результаты наблюдений, применяемые для оценки свойств объектов, бывают различных типов, в зависимости от типа рассматриваемых переменных (данных).

Различают качественные и количественные данные. Качественные данные – это данные, не имеющие количественной оценки, и, соответственно, их определение не требует инструментальной поддержки.

Количественные данные – это, определяемые с помощью средств измерений, данные, имеющие количественную оценку, выраженную определенным числом.

Наличие качественных (или количественных) данных у объектов позволяет осуществлять их сравнение или оценивание.

Под оценкой свойств объекта подразумевается определение местоположения данного свойства на соответствующей оценочной шкале.

Принято различать следующие виды шкал:

- шкала наименований (номинационная или номинальная шкала);
- шкала порядка (ординальная или ранговая шкала);
- шкала интервалов (интервальная шкала);
- шкала отношений.

Иногда к этим шкалам добавляют еще «абсолютную» шкалу.

Базовой для построения всех видов шкал является «шкала наименований», поскольку без идентификации свойств в дальнейшем невозможно построить шкалу их интенсивности.

Любая шкала наименований может рассматриваться как инструмент классификации однотипных объектов по некоторому основанию (классификационному признаку) и состоять из названий, имен, категорий, символов и т.д. Примером номинальной шкалы служит, часто используемая в машиностроении, шкала, включающая три уровня общности: «изделие годное», «исправимый брак», «неисправимый брак». Шкала наименований допускает, что классифицируемым объектом могут, с целью идентификации, присваиваться числовые значения, однако в данном случае, они играют роль символов.

Например, рассмотренным ранее уровням общности могут быть присвоены числовые символы: «изделие годное – 1», «исправимый брак – 2», «неисправимый брак – 3». Следует иметь в виду, что любые действия с этими числами или их интерпретация являются бессмысленными. С результатами упорядочения с помощью шкал наименований не могут производиться арифметические операции.

Частным случаем шкалы наименований является дихотомическая шкала, которая, предполагает два уровня общности по типу: «да», «нет» («соответствует», «не соответствует»). Особенностью такой модификации шкалы наименований является возможность применения при работе с данными, ранжированными по этой шкале, некоторых арифметических операций. Например, если из 10 изготовленных деталей 9 отнесено к годным, а 1 – к бракованным, то можно говорить о том, что 90% изготовленных деталей являются «годными», а 10% «не годными».

В отличие от шкалы наименований, шкала порядка устанавливает фиксированный порядок расположения объектов в соответствии с уровнем интенсивности рассматриваемого свойства. Шкалы порядка используют при измерениях уровня значимости объектов. Они позволяют не только сравнивать объекты, но и делать выводы об их упорядоченном расположении, однако не могут указывать на величину разницы между ними.

Можно отметить две существенные особенности присущие шкалам порядка:

- не закономерные (сложившиеся случайным образом) интервалы между соседними ступенями шкалы;
- инвариантность объектов к используемым оценочным единицам и к добавлению константы.

Можно привести такие примеры использования шкал порядка в метрологии: ранжированные в порядке убывания классы точности приборов (0, 1 и 2) разряды эталонных средств измерений (1, 2, 3, и т.д.) и др. Использование шкал порядка позволяет говорить о том, что приборы класса точности 0 точнее, чем приборы класса точности 1 и тем более – 2. Однако в данном случае

не известно на сколько именно точнее, так как сравниваются порядки, а не сами значения погрешности прибора.

Шкалы интервалов иногда называют шкалой равных или равномерных интервалов, однако правильнее говорить о шкале закономерных интервалов (они могут быть построены не только равномерно, но и прогрессивно, экспоненциально, логарифмически). Принципиальное отличие от предыдущей шкалы в том, что положение выбранной точки на любой ступени шкалы интервалов жестко определено относительно других точек и соотношения координат точек шкалы поддаются расчету в соответствии с закономерностью построения шкалы.

Недостатком такой шкалы является неопределенность ее начала, которое устанавливают условно.

Шкала отношений строится аналогично шкале интервалов, но имеет фиксированный ноль, что позволяет ей сохранить все свойства интервальной шкалы. Такая шкала обеспечивает осуществление всех математических операций, включая умножение и деление. Шкалы большинства физических величин являются шкалами отношений.

Любое измерение свойства, осуществляемое аппаратными или экспертными методами, опирается на использование той или иной шкалы.

Интервальные и относительные шкалы называют **числовыми**. Для работы с непрерывными данными используются числовые шкалы, в то время как с дискретными данными – номинальные и порядковые (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Соответствие типов шкал типам данных

1.6. Вероятность, частота и частность случайных событий

Чтобы охарактеризовать случайную величину, необходимо знать не только ее возможные значения, но и насколько часто наблюдаются различные значения этой величины. Частоту появления случайной величины лучше всего характеризовать вероятностью ее отдельных значений.

Классическое определение вероятности основывается на модели, в которой все элементарные исходы равновозможны. Только в этом случае вероятность случайного события можно определить как долю благоприятных исходов (образующих событие) к общему числу всех возможных элементарных исходов для данного класса испытаний.

Вероятностью события является отношение числа благоприятных исходов к общему числу всех возможных элементарных исходов для данного класса испытаний.

Иначе говоря вероятность какого либо события выражается действительным числом в интервале от 0 до 1, обозначается символом P и представляет собой отношение числа случаев m , благоприятствующих этому исходу, к числу всех возможных элементарных исходов n для данного класса испытаний, т.е.

$$P(X) = \frac{m}{n}.$$

Пример. В ящике имеется 200 деталей, все детали промаркированы с №1 по №200. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет иметь №27?

Очевидно, что число исходов благоприятствующих данному событию равно 1, а число всех возможных исходов данного класса испытаний равно 200. при этом все возможные исходы равнозначны, несовместимы и независимы друг от друга. Тогда,

$$P(X) = \frac{1}{200}.$$

Вероятность события показывает меру его возможности: чем больше вероятность события, тем событию более возможно (более вероятно, т.е. чаще наблюдается).

Выделим некоторые свойства вероятности случайного события.

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна 1.

Это значит, что событие имеющее вероятность единица, наступит в любом случае.

Доказательство. Так как событие достоверно, то благоприятствующими ему будут все элементарные исходы (т.е. $m = n$). Тогда,

$$P(X) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна 0.

Доказательство. Пусть X – невозможное событие, т.е. оно не происходит ни при каком элементарном исходе (т.е. $m=0$). Тогда,

$$P(X) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

Свойство 3. Если X – случайное событие, то $0 < P(X) < 1$.

Доказательство. Если X – случайное событие, то при некоторых элементарных исходных оно происходит, а при остальных нет. Таким образом, $0 < m < n$.

Разделим это двойное неравенство на $n > 0$. Получаем

$$\frac{0}{n} < \frac{m}{n} < \frac{n}{n},$$

$$0 < \frac{m}{n} < 1.$$

Отсюда получаем

$$0 < P(X) < 1.$$

Свойство 4. Если X и \bar{X} противоположные события, то

$$P(X) = 1 - P(\bar{X}).$$

Доказательство. Если из n элементарных исходов число элементарных исходов, благоприятствующих событию X , равно m , то в других случаях ($m - n$) вместо события X появится событие \bar{X} . Таким образом,

$$P(X) = \frac{m}{n},$$

$$P(\bar{X}) = \frac{n - m}{n},$$

$$P(X) + P(\bar{X}) = \frac{m}{n} + \frac{n - m}{n} = 1.$$

Пользуясь классическим определением понятия вероятность, можно вычислить вероятность какого-либо случайного события теоретически, не прибегая к опыту. Оно обладает рядом несомненных преимуществ: простотой и доступностью. Однако существенным недостатком, обуславливающим его ограниченное применение, является ситуация, при которой обеспечение в ходе испытаний равновозможных, независимых и несовместимых элементарных исходов не представляется возможным.

При изучении массовых явлений какое-либо случайное событие или случайная величина могут появляться несколько раз в процессе испытаний. Пусть при n испытаниях событие A фактически появилось f раз. Число f носит название **частоты появления события A** либо **статистического веса**. **Частота появления события A** – это число событий данного типа или число исходов, попавших в данный класс.

Статистический способ определения вероятности состоит в том, что мы изучаем частоту появления интересующего нас события A в серии испытаний и на этой основе получаем его вероятность.

Отношение частоты события A к общему числу испытаний n носит название **частоты события** или **относительной частоты**:

$$m_x = \frac{f}{n}.$$

Пример. На станке обработано 100 деталей ($n=100$). При измерении деталей оказалось, что 93 из них имеют размеры, лежащие в пределах поля допуска, а размеры остальных выходят за пределы поля допуска. Необходимо определить частоту и частость события A , заключающегося в появлении «годных» деталей в 100 испытаниях, и частоту и частость события B , заключающегося в появлении брака.

Частота события A соответствует количеству годных деталей и равна $f_A=93$.

Тогда частость события A равна:

$$m_A = \frac{93}{100}.$$

Частота события B соответствует количеству бракованных деталей и в нашем примере равна $f_B=7$.

А частость события B соответственно равна:

$$m_B = \frac{7}{100}.$$

При увеличении числа опытов частота все более теряет свой случайный характер, приобретая свойство устойчивости, и приближается, с незначительными колебаниями, к некоторой постоянной величине. Это означает, что для некоторых событий последовательность частот имеет предел, который называется **статистической вероятностью** и формулируется следующим образом.

Вероятность события A – предельная относительная частота появления события A в ходе проведения серии испытаний при условии неограниченного увеличения их числа

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_A}{n}.$$

где f_A - частота события A в n испытаниях;
 n – общее число испытаний.

1.7 Распределение случайных величин

Совокупность значений случайных величин, расположенных, как правило, в возрастающем порядке с указанием их вероятностей для каждого из значений, называется **распределением случайных величин**. По существу **распределение** – это функция, определяющая вероятность того, что случайная величина примет

какое-либо заданное значение или будет принадлежать заданному множеству значений.

Кривая распределения характеризует плотность, с которой распределяются значения случайной величины в пределах заданного интервала. Ее часто называют «плотностью вероятности» или «плотностью распределения».

Различают теоретические и эмпирические распределения случайных величин. В теоретических распределениях оценка возможных значений случайной величины производится при помощи вероятностей, а в эмпирических – при помощи частот или частостей, полученных в результате испытаний.

Следовательно, **эмпирическим распределением случайной величины** называется совокупность ее экспериментальных значений, расположенных в порядке возрастания, с указанием частот или частостей для каждого из значений.

Распределение может быть представлено в табличном, графическом или аналитическом виде.

Простейшей формой представления распределения дискретной случайной величины X является таблица, в которой перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности (табл. 1).

Таблица 1

Распределение дискретной случайной величины

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
m_x	1/40	5/40	25/40	6/40	3/40	$\Sigma m_{xi} = 1$

Графическое представление распределения случайной величины выполняется в виде диаграммы, на которой все возможные значения случайной величины откладывают по оси абсцисс, а по оси ординат – соответствующие им вероятности (рис. 1.6).

Распределения могут иметь самую различную форму, однако все они обладают одним общим свойством. Сумма ординат, представляющая собой сумму вероятностей всех возможных значений случайной дискретной (непрерывной) величины, всегда равна единице. Это основное свойство вытекает из условия, что все возможные значения случайной величины X образуют полную группу несовместимых событий.

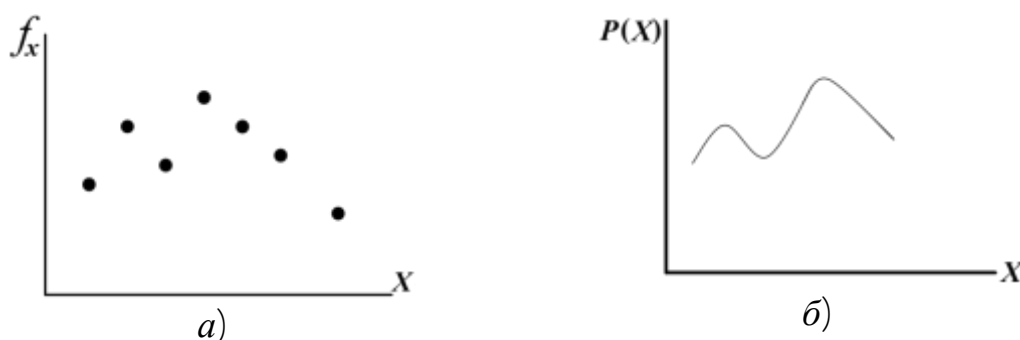


Рис. 1.6. Графическая форма представления результатов

распределения случайной величины:

а) – дискретной, б) - непрерывной

Если речь идет о непрерывной случайной величине, то все ее значения перечислить невозможно, что усложняет представление распределения случайной величины. Поэтому, как правило, ее характеризуют не вероятностями отдельных значений, а вероятностями того, что случайная величина принимает одного из значений из определенного интервала, т.е. вероятностями неравенств вида

$$x_{i-1} \leq X < x_i.$$

Часто за величину интервала принимают его середину, т.е. центральное значение. Если значение случайной величины находится точно на границе двух интервалов, можно считать данное значение принадлежащим, в равной мере, к обоим интервалам. По договоренности его, как правило, принято относить (прибавлять) к значению частоты (f_x) предыдущего интервала.

Число интервалов (m), на которые следует делить весь диапазон колебаний значения случайной величины, не должно быть слишком большим (тогда распределение становится «невыразительным»); а с другой стороны, оно не должно быть слишком малым (при малом числе интервалов распределение имеет «слишком грубое» представление). При этом количество интервалов разбиения выбирают таким образом, чтобы размах колебаний наблюдаемой величины по возможности нацело делился на m . Количество интервалов разбиения также может быть определено по эмпирической формуле Стерджесса:

$$m = 1 + 3,322 \lg n,$$

где m – количество равных интервалов разбиения;

n – объем исследуемой выборки.

Практика показывает, что при достаточно большом числе наблюдений рационально выбирать число интервалов от 7 до 15.

Величина интервала определяется отношением диапазона колебаний случайной величины к количеству принятых интервалов.

$$l = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{m},$$

где l – величина интервала разбиения;

$x_{i \max}$ – наибольшее значение наблюдаемой случайной величины;

$x_{i \min}$ – наименьшее значение наблюдаемой случайной величины.

Для каждого из интервалов разбиения определяют границы интервала, среднее арифметическое \bar{X} , частоту и частость. Среднее арифметическое интервала находят как полусумму наибольшего и наименьшего значений в интервале.

$$\bar{X} = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{2}$$

Табличное распределение непрерывной случайной величины аналогично представлению дискретной случайной величины, однако вместо дискретных значений величины X в таблице указываются интервалы ее значений, расположенные в возрастающем порядке с учетом соответствующих им частот (табл. 2).

Таблица 2

Интервальное распределение непрерывной случайной величины

Порядковый номер интервала	Интервал / значений X	Среднее арифметическое значение x_i	Частота f_{x_i}	Частость m_{x_i}
1	160,031 – 160,033	160,032	3	0,03
2	160,033 – 160,035	160,034	3	0,03
3
8	160,043 – 160,045	160,044	8	0,08
9	160,045 – 160,047	160,046	5	0,05
			$\Sigma f_i = 100$	$\Sigma m_i = 1$

Эмпирическое распределение непрерывной случайной величины графически может быть представлено в виде гистограммы распределения, полигона частот или полигона кумулятивных частот.

Гистограмма распределения представляет собой совокупность соприкасающихся прямоугольников, основания которых соответствуют интервалам разбиения, а площади пропорциональны частотам значений случайной величины, попадающих в данный интервал (рис. 1.7).

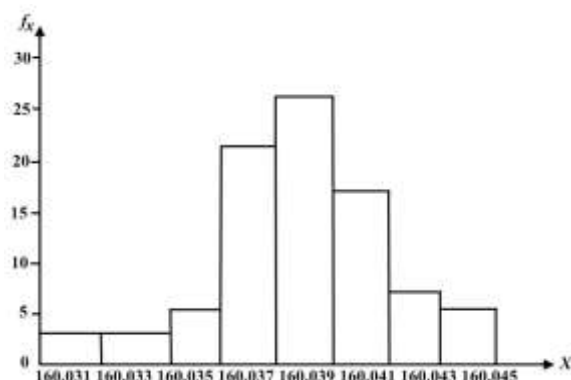


Рис. 1.7. Гистограмма распределения непрерывной случайной величины

Разбивая интервалы на несколько частей и исходя из того, что вся площадь гистограммы остается неизменной, можно получить многоступенчатую гистограмму, которая в пределе (за счет уменьшения величины интервала) перейдет в плавную кривую – кривую распределения.

Полигон частот – это ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых как правило равны средним значениям случайной величины в границах интервалов разбиения, а ординаты – соответствующим частотам (рис. 1.8).

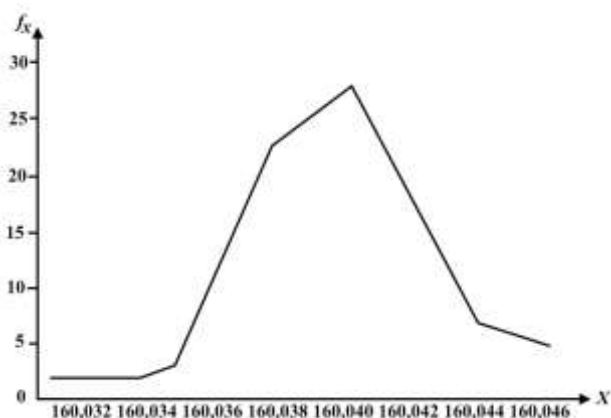


Рис. 1.8. Полигон частот случайной непрерывной величины

Полигон кумулятивных частот – ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых как правило равны средним значениям случайной величины в границах интервалов разбиения, а ординаты – либо кумулятивным частотам, либо кумулятивным частотам (рис. 1.9).

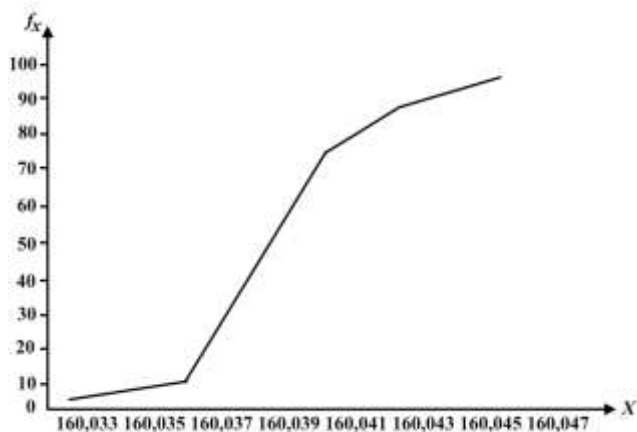


Рис. 1.9. Полигон кумулятивных частот случайной непрерывной величины

При теоретических описаниях случайных величин непрерывного типа используется функция распределения.

Пусть X – случайная величина, а x – какое-либо действительное число (при этом $X < x$). Событию $X < x$ отвечает вероятность $P(X < x)$, которая является функцией $F(x)$, т.е.

$$P(X < x) = F(x),$$

где $F(x)$ – функция распределения вероятностей случайной величины

или интегральная функция распределения.

Пример. Определить интегральную функцию распределения дискретной случайной величины при $X < x_4$ для заданных условий:

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
m_x	2/40	5/40	26/40	4/40	3/40	$\Sigma m_{x_i} = 1$

$$F(X) = P(X < x_4) = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) = 2/40 + 5/40 + 26/40 = 33/40.$$

Представим в табличной форме значения интегральной функции распределения $F(X)$ для каждого текущего значения x_i .

X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$F(X)$	2/40	7/40	33/40	37/40	40/40

График интегральной функции распределения дискретной случайной величины будет иметь вид ступенчатой кривой (рис. 1.10). Ординаты кривой для любого значения X будут представлять сумму вероятностей предшествующих значений.

Вероятность того, что случайная величина при испытаниях окажется в границах двух заданных значений x_1 и x_3 ($x_3 > x_1$) равна приращению интегральной функции на этом участке, т.е. для приведенного выше примера распределения дискретной случайной величины.

$$P(x_1 \leq X \leq x_3) = P(X < x_3) - P(X < x_1) = F(x_3) - F(x_1) = 33/40 - 2/40 = 31/40.$$

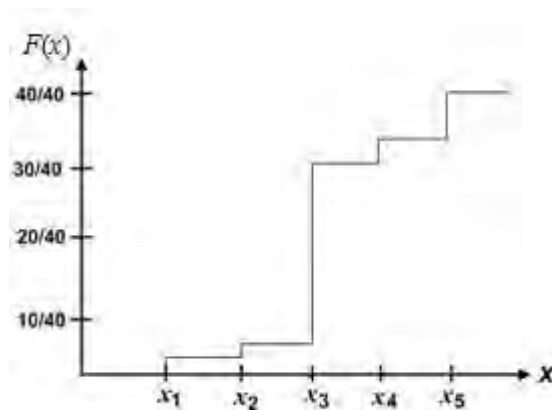


Рис. 1.10. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины

Для непрерывной случайной величины график интегральной функции распределения будет иметь вид монотонно возрастающей кривой (рис. 1.11). На практике с помощью интегральной функции распределения определяют теоретические частоты распределения.

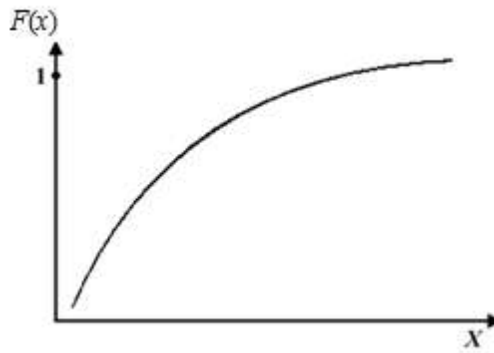


Рис. 1.11 – Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины

Плотностью распределения (дифференциальной функцией распределения) случайной величины называют первую производную от интегральной функции распределения:

$$f(x) = F'(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Для аналитического описания непрерывной случайной величины в ряде случаев используют **функцию интенсивности**, равную отношению дифференциальной функции распределения к обратной интегральной функции распределения:

$$H(x) = \frac{f(x)}{1 - \int_{-\infty}^x f(x)dx}.$$

Зная закон распределения случайной величины, можно определить, где располагаются ее возможные значения и какова вероятность появления ее в том или ином интервале. Однако при решении многих практических задач нет необходимости характеризовать генеральную совокупность в целом. В теории вероятностей для оценки случайной величины используются числовые характеристики ее распределения. Основное их значение – характеризовать наиболее существенные особенности того или иного вида распределения.

Чтобы статистические оценки давали «хорошие» приближения оцениваемых параметров, они должны обладать определенными характеристиками.

Несмещенной называют систематическую оценку X , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру x при любом объеме выборки, т.е. $\mu(X) = x$.

Смещенной называют оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Было бы ошибочным считать, что несмещенная оценка всегда дает хорошее приближение оцениваемого параметра. Действительно, возможные значения X могут быть сильно рассеяны вокруг своего среднего значения, т.е. дисперсия $\sigma^2(X)$ может быть значительной. В этом случае найденная по данным одной выборки оценка, например x_1 , может оказаться весьма удаленной от

среднего значения \bar{x} , а значит, и от самого оцениваемого параметра X . Использование x_1 в качестве приближенного значения X , может привести к существенным ошибкам. Малое значение $\sigma^2(X)$ предопределяет отсутствие существенных ошибок. По этой причине к статистической оценке предъявляется требование эффективности.

Эффективной называют статистическую оценку, которая (при заданном объеме выборки n) имеет наименьшую возможную дисперсию.

При рассмотрении выборок большого объема к статистическим оценкам предъявляется требование состоятельности.

Состоятельной называют статистическую оценку, которая при $n \rightarrow \infty$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру. Например, если дисперсия несмещенной оценки при $n \rightarrow \infty$ стремится к нулю, то такая оценка оказывается и состоятельной.

1.8. Числовые характеристики распределения случайных величин

О каждой случайной величине необходимо, прежде всего, знать ее некоторое среднее значение, около которого группируются возможные значения случайной величины (центр группирования), а также число, характеризующее степень разбросанности этих значений относительно среднего. Числовые характеристики распределения случайных величин называются также статистическими мерами.

Мерой положения называется числовая характеристика положения центра группирования случайной величины. В качестве *мер положения* используют математическое ожидание, среднее арифметическое значение, среднее арифметическое взвешенное, среднее гармоническое, среднее геометрическое, середину размаха, медиану и моду. **Математическим ожиданием** случайной величины X называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений.

Рассмотрим дискретную случайную величину X , имеющую возможные значения $x_1, x_2 \dots x_n$ с вероятностями $P_1, P_2 \dots P_n$. Математическое ожидание дискретной случайной величины X , которое мы обозначим как $\mu(X)$, определяется равенством:

$$\mu(X) = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n = \sum_{i=1}^n x_i P_i,$$

где i – число возможных значений случайной величины X .

Пример. Случайная дискретная величина имеет следующее распределение.

X	$x_1 = 0$	$x_2 = 1$	$x_3 = 2$	$x_4 = 3$	
$P(X)$	0,1	0,2	0,5	0,2	$\sum_{i=0}^4 P(X_i = 1)$

Математическое ожидание $\mu(X)$ случайной дискретной величины равно:

$$\mu(X) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,2 + 1,8.$$

Математическое ожидание $\mu(X)$ непрерывной случайной величины X , имеющей плотность вероятности $f(x)$, рассчитывается как

$$\mu(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx.$$

Для простой статистической совокупности, когда каждое значение параметра x_i встречается только 1 раз, а $f(x) = 1/n$, математическое ожидание равно **среднему арифметическому** случайной величины \bar{X} .

$$\mu(X) = \bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

В случае статистического ряда, когда значению параметра соответствует какая-то частота, среднюю называют **«средней взвешенной»**, а ее расчет производится по формуле:

$$\bar{X} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Пример. В таблице приведен случайный статистический ряд. Необходимо определить среднюю взвешенную представленной совокупности.

X	$x_1 = 2$	$x_2 = 6$	$x_3 = 4$	$x_4 = 8$	$x_5 = 10$
$f(X)$	4	6	2	5	3

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 5 + 10 \cdot 3}{20} = 6,1.$$

Следует иметь в виду, что средняя только в том случае является обобщающей характеристикой, когда она применяется к однородной совокупности наблюдаемых значений параметра.

Для непрерывных случайных величин в качестве x_i принимают середину интервалов, на которые разбивается ряд значений X .

Довольно часто под средним арифметическим подразумевают среднее арифметическое взвешенное значение.

Среднее гармоническое рассчитывают как:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}.$$

Средним геометрическим называют корень n -ой степени из произведения значений случайной величины:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}.$$

Среднее геометрическое используется для анализа динамики явлений и позволяет определить средний коэффициент роста, а индивидуальные значения случайной величины представляют собой относительные показатели динамики процесса.

Серединой размаха называют полусумму (среднее арифметическое) наибольшего и наименьшего значений случайной величины.

$$R_0 = \frac{x_{i \max} + x_{i \min}}{2}.$$

В практике контроля качества продукции применяются и другие характеристики положения, в частности мода и медиана случайной величины.

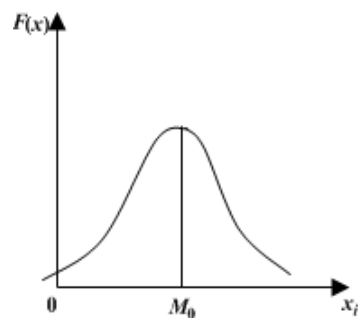
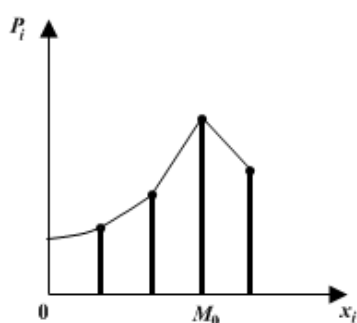
Модой M_0 дискретной случайной величины называется ее наиболее вероятное значение, т.е. значение параметра, которое наиболее часто встречается в данном статистическом ряду. Иными словами, это значение случайной величины, при котором функция распределения вероятностей масс или плотность распределения вероятностей имеет максимум.

Для непрерывной случайной величины мода есть такое ее значение, при котором кривая распределения имеет максимум, т.е. $f_x = (M_0) = \max$ (рис. 1.12).

Мода в дискретном ряду определяется по частотам значений параметра и соответствует значению параметра с наибольшей частотой.

Пример. В дискретном ряду случайных величин 10,025; 10,015; 10,018; 10,015; 10,018; 10,022; 10,019; 10,015; 10,017; модой будет значение 10,015, так как оно встречается наиболее часто – 3 раза.

В случае распределения непрерывной случайной величины представленного гистограммой распределения модальный интервал (т.е. содержащий моду) определяется по наибольшей частоте.



а)

б)

Рис. 1.12. Моды на кривых распределения случайных величин:
а) – дискретной; б) – непрерывной

Если кривая распределения имеет два или несколько максимумов (рис. 1.13), то распределение, в первом случае, называется **двухмодальным** (бимодальным), во втором **многомодальным**.

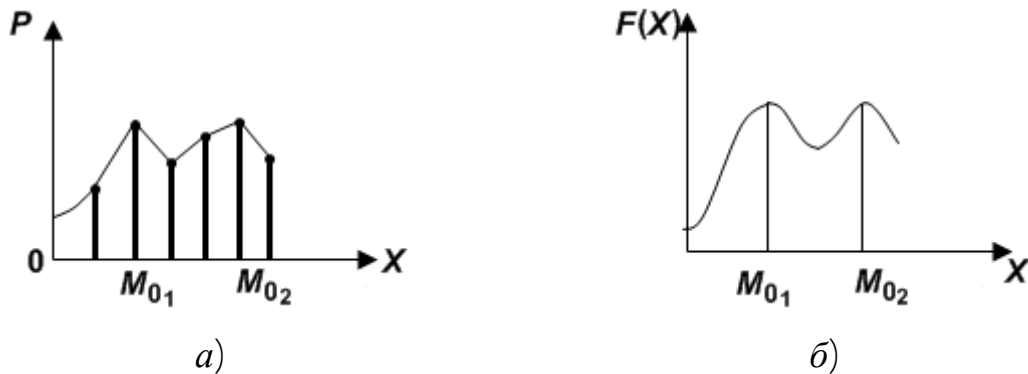


Рис. 1.13. Бимодальное распределение случайных величин:
а) – дискретной; б) – непрерывной

Медианой \tilde{x} случайной величины X называется такое ее значение, относительно которого равновероятно получение большего или меньшего значения случайной величины, т.е. медиана это такое значение случайной величины, которое приходится на середину упорядоченного ряда.

$$P(X < \tilde{x}) = P(X > \tilde{x}).$$

Иными словами, если n значений случайной величины расположить в порядке их возрастания, то значение, находящееся в центре числового ряда называют *медианой* \tilde{x} .

Если упорядоченный ряд имеет нечетное количество значений случайной величины, то медианным будет значение, принадлежащее среднему члену ряда.

$$\tilde{x} = x_{\frac{i+1}{2}},$$

где i – количество значений случайной величины, включенных в числовой ряд.

Если в ряду четное число членов ряда, то медианным значением будет полусумма двух значений «средних» членов ряда.

$$\tilde{x} = (x_{\frac{i}{2}} + x_{\frac{i}{2}+1})/2.$$

Пример. По ходу реализации технологического процесса обработки отобрано 5 деталей имеющих размеры: 32,10; 32,05; 31,98; 32,08; 32,03. Расположим полученные результаты в порядке возрастания: 31,98; 32,03; 32,05; 32,08; 32,10. Так как $n = 5$, то в качестве медианы принимаем размер детали, занимающее $\frac{1}{2}(5 + 1)$ место в упорядоченном ряду, т.е. $\tilde{x} = 32,05$.

Если в процессе обработки отобрано 4 детали с размерами: 32,10; 32,05; 31,98; 32,08 то, медианой будет $\tilde{x} = 32,065$.

$$\tilde{x} = (x_2 + x_3)/2 = (32,05 + 32,08)/2 = 32,065.$$

Геометрическая медиана – это абсцисса точки, в которой площадь, ограниченная кривой распределения, делится пополам (рис. 1.14). Так как вся площадь, ограниченная кривой распределения, равна единице, функция распределения в точке \tilde{x} , будет

$$F(\tilde{x}) = P(X < \tilde{x}) = 0,5.$$

Если распределение одномодальное и симметричное, то все три характеристики положения случайной величины – математическое ожидание, мода и медиана – совпадают, т.е. $\mu = M_0 = \tilde{x}$.

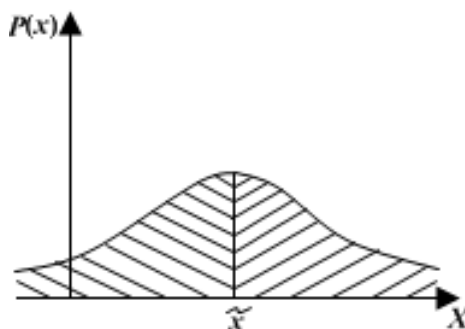


Рис. 1.14 – Положение медианы \tilde{x} на кривой распределения

В случае графического представления распределения непрерывной случайной величины – значение медианы сравнительно легко определяется визуально.

Мерой рассеивания называется числовая характеристика разбросанности случайных значений относительно меры положения.

В качестве мер рассеивания используются **размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации и квантиль.**

Самой простой характеристикой рассеивания является **размах** (R). Размах представляет собой величину неустойчивую, зависящую от множества случайных причин и поэтому ее рекомендуется применять в качестве приближительной оценки рассеивания. Формула для вычисления размаха имеет следующий вид:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Размахом пользуются как мерой рассеивания в эмпирических распределениях при малом числе наблюдений (когда $n \leq 10$).

Дисперсией дискретной случайной величины называется сумма произведений квадратов отклонений случайной величины X от ее математического ожидания на соответствующие вероятности.

$$V(X) = \sum_{i=1}^m (x_i - \mu(X))^2 P(x_i).$$

Дисперсия непрерывной случайной величины, имеющей плотность вероятности $p(X)$, рассчитывается как:

$$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu(X))^2 p(x_i) dX.$$

Эта величина применяется в качестве меры рассеивания теоретического распределения. Для эмпирического распределения используется аналогичная величина σ^2 , которая определяется как сумма произведений квадратов отклонений значений случайной величины x_i от ее среднего арифметического значения \bar{x} на соответствующее частоты.

Тогда дисперсия σ^2 определяется по следующим зависимостям:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i \quad \text{при } n > 25,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i \quad \text{при } n < 25.$$

Размерность σ^2 совпадает с размерностью самой случайной величины X .

Если извлечь квадратный корень из дисперсии, то мы получим выборочное значение среднего квадратического отклонения (s), которое называется также стандартным отклонением.

Среднее квадратическое отклонение невзвешенное и взвешенное имеет соответственно следующий вид (при $n > 25$):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}}, \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}},$$

где f_i – количество значений случайной величины, попавших в i интервал разбиения.

Учитывая, что среднее математическое ожидание случайной величины и среднее квадратичное отклонение представляют собой величины, выраженные в тех же единицах измерения, что и значение параметра, для характеристики стабильности параметра используют коэффициент вариации (V).

Коэффициент вариации по среднему квадратическому отклонению представляет собой отношение среднеквадратического отклонения к значению математического ожидания случайной величины, выраженное в процентах (или в долях единицы):

$$V_s = \frac{s}{\mu(x)} \cdot 100\%.$$

Квантиль Z случайной величины X – такое значение случайной величины, которому соответствует значение интегральной функции распределения, равное Z .

1.9. Законы распределения случайных величин

Эмпирическое распределение случайной величины с той или иной долей допущения может быть отнесено к одному из теоретических законов распределения случайной величины, который принимается в качестве математико-статистической модели. Это позволяет перейти к расчету статистических оценок, с помощью которых можно описать распределение случайной величины, а в дальнейшем использовать их для различных текущих расчетов и расчетов прогнозных показателей.

Дискретные случайные величины, наблюдаемые в инженерной практике, наиболее часто распределяются в соответствии с биномиальным законом (законом Бернулли), законом редких событий (законом Пуассона), законом геометрического распределения, и законом гипергеометрического распределения.

Непрерывные случайные величины, в свою очередь, подпадают под действие закона нормального распределения (закона Гаусса), закона равной вероятности, закона эксцентриситета (закона Релея), закона распределения модуля разности, закона существенно положительных чисел (закона Максвелла).

1.9.1. Закон биномиального распределения

Пусть в таре находится N деталей, из них «бракованных» – A штук, «годных» – B штук. Если последовательно извлекать из тары детали, то в результате каждой такой процедуры произойдет один из двух несовместимых между собой результатов: будет извлечена либо «годная», либо «бракованная» деталь. Вероятность появления события A в каждом испытании равна P ($P = A/N$), а вероятность появления события B равна q ($q = 1 - P = 1 - A/N$). Так как испытания независимы, то вероятность появления или не появления собы-

тия A не зависит от результатов предыдущих испытаний. При таком плане испытаний вероятность появления события A заданное число раз подчиняется закону **биномиального распределения**, который можно сформулировать следующим образом: если вероятность события A постоянна в серии последовательных независимых испытаний и равна P , то вероятность появления этого события (A) заданное число раз (k) в n испытаниях будет равна

$$P(n, k) = c_n^k P^k q^{n-k}.$$

В этой формуле c_n^k – биномиальный коэффициент, который определяется следующим образом:

$$c_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

где $!$ – факториал и выражает произведение натуральных чисел от 1 до n .

***Пример.** В партии деталей имеется брак, доля которого составляет 15%. Производится последовательное извлечение 10 деталей. После каждого извлечения и обследования детали она вновь возвращается в партию, которая затем тщательно перемешивается. Таким образом обеспечивается независимый характер испытаний.*

Какова вероятность того, что при извлечении по такой схеме среди 10 деталей появится одна бракованная ($k = 1$).

Исходя из сформулированных условий, следует, что вероятность извлечения бракованной детали составляет $P = 0,15$, вероятность противоположного события q – извлечение годной детали:

$$q = 1 - P = 1 - 0,15 = 0,85.$$

Число извлеченных деталей (объем выборки) $n = 10$, число бракованных деталей при проведении n -испытаний (в выборке) $k = 1$.

$$P(10,1) = \frac{10!}{1!9!} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^9 = 0,347.$$

Предложенная методика расчета может также быть распространена на случай, когда извлеченные детали не возвращаются обратно в партию. Обязательным условием при этом является достаточно большой объем партии. Например, при исходном объеме партии в 1000 штук, отбор для контроля последовательно нескольких (например, 10) деталей существенно не изменят вероятность последующего извлечения годной или негодной детали, т.е. сохранится независимость от результатов предшествующих испытаний.

Представим (на основании расчетов, проведенных по данным предыдущего примера) распределение вероятности появления в выборке k ($k = 0, 1, 2,$

...) «бракованных» деталей в табличном и графическом виде (табл. 3, рис. 1.15).

Таблица 3

Распределение случайных величин в соответствии с биномиальным законом

k	$P(10,k)$
0	0.197
1	0.347
2	0.276
3	0.130
4	0,039
5	0,011

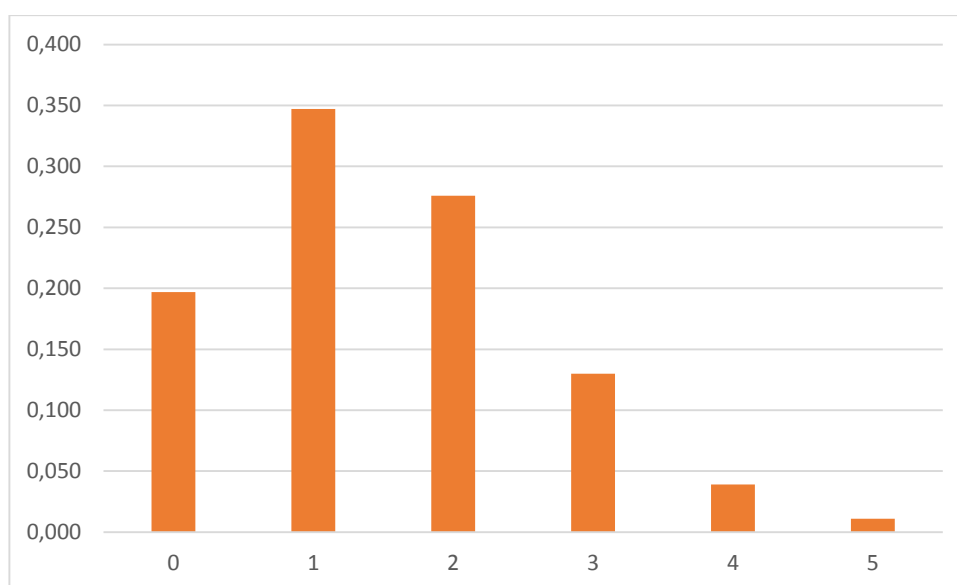


Рис. 1.15. Графическое представление данных, приведенных в табл. 3.

Закон биномиального распределения является двухпараметрическим.

Математическое ожидание числа появлений события A в n независимых испытаниях равно произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании.

$$\mu(A) = n \cdot P,$$

Пример. Определить математическое ожидание числа извлеченных бракованных деталей в выборке из партии в 20 деталей при условии, что в партии имеется брак, доля которого составляет 15 %.

В данном примере $P = 0,15$, $n = 20$. Отсюда

$$\mu(A) = 0,15 \cdot 20 = 3,0.$$

Дисперсия числа появлений события A в n независимых испытаниях равна произведению числа испытаний на вероятности появления и не появления события A в одном испытании:

$$V(A) = n \cdot P \cdot q,$$

Пример. Для условий предыдущего примера ($n = 20$, $P = 0.15$, $q = 1 - 0.15 = 0.85$) определить дисперсию появления бракованных деталей в выборке.

$$V(A) = 20 \cdot 0,15 \cdot 0,85 = 2,55.$$

1.9.2. Закон редких событий (закон Пуассона)

При поточном производстве, например, производстве листовой стали, стальной проволоки, труб, ткани и т.д., в пределах определенной единицы измерения (шт., м, м², м³ и др.) в среднем k раз встречаются дефекты. Если при этом их вероятность P очень мала ($P \leq 0,1$), а число единиц (n) велико, то вероятность того, что событие A (наличие дефекта) наступит k раз в n случаях, будет равна:

$$P(n, k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a},$$

где $a = n \cdot P = \mu(X)$ – математическое ожидание числа k .

Когда при оценке распределения дискретной случайной величины X математическое ожидание $\mu(X)$ и дисперсия $V(X)$ «незначительно» отличаются друг от друга по своим численным значениям, то можно с высокой долей вероятности предполагать, что данное распределение подчиняется закону редких событий.

В машиностроении при проектировании выборочных планов контроля готовой продукции, когда по техническим условиям в принимаемой партии продукции «допускается» некоторый, очень небольшой процент брака ($< 0,1$), расчеты проводятся в соответствии с законом редких событий. Используя закон редких событий, можно определить вероятность того, что в выборке из n единиц продукции будет содержаться: 0, 1, 2, и т.д. «бракованных» изделий, т.е. «предельно допустимое» число (k) раз.

Пример. В партии из 800 деталей имеется 1% брака. Какова вероятность того, что при отборе из партии выборки объемом 60 штук в ней будут находиться 3 дефектных детали.

Здесь $P = 0,01$; $k = 3$ $n = 60$; $n \cdot P = 60 \cdot 0,01 = 0,6$.

$$3(60,3) = \frac{0,6^3}{3!} e^{-0,6} = 0,020.$$

Представим (на основании расчетов, проведенных по данным предыдущего примера) распределение вероятности появления в выборке k ($k = 0, 1, 2, \dots$) «бракованных» деталей в табличном и графическом виде (табл. 4, рис. 1.16).

Таблица 4

Распределение случайных величин в соответствии с законом редких событий

k	$P(60,k)$
0	0,549
1	0,329
2	0,099
3	0,020
4	0,003

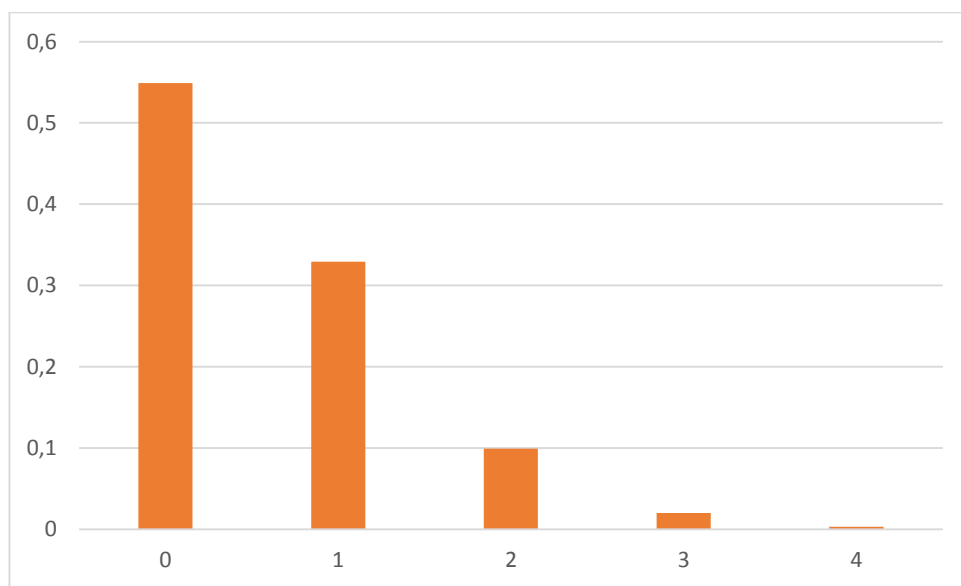


Рис. 1.16. Графическое представление данных, приведенных в табл. 4.

Когда число испытаний n велико, а P мало, то закон биномиального распределения и закон редких событий практически совпадают. Это имеет место тогда, когда $P \leq 0,1$ и $n * P > 4$.

Распределение Пуассона является однопараметрическим, т.е. может быть описано с использованием только одной статистики – математического ожидания $\mu(X)$. Поэтому, когда при оценке распределения дискретной случайной величины \bar{X} и σ^2 «не значительно» отличаются друг от друга по своим численным значениям, то можно с высокой долей вероятности предполагать, что данное распределение подчиняется закону редких событий.

1.9.3. Закон нормального распределения (закон Гаусса)

Закон нормального распределения наиболее часто встречается при решении технических задач в различных областях. Этому закону распределения подчиняются многие непрерывные случайные величины, например, размеры микро и макронеровностей поверхностей, погрешности измерения, колебания физико-механических характеристик материалов и др.

Если количественная характеристика наблюдаемой случайной величины формируется в результате действия нескольких независимых случайных факторов, каждый из которых не имеет доминирующего влияния, то даже в случае неизвестного распределения последних, результирующая величина будет иметь нормальное распределение.

Это положение дает объяснение тому факту, что при обработке деталей на настроенных станках распределения действительных размеров изготовленных деталей будет подчиняться закону нормального распределения, т.к. разброс размеров связан с влиянием большого количества факторов, определяемых состоянием оборудования, приспособления, инструмента, заготовки, квалификацией оператора.

Дифференциальная функция распределения случайной величины, подчиняющейся закону нормального распределения, имеет следующее выражение:

$$\varphi(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2\sigma^2}}.$$

Распределение Гаусса является двухпараметрическим, т.е. может быть описано с использованием только двух статистик – математического ожидания $\mu(X)$ и среднего квадратического отклонения σ .

Графически дифференциальная функция нормального распределения представляется кривой следующего вида (рис. 1.17).

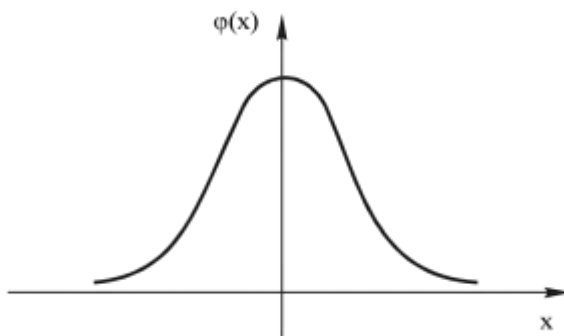


Рис. 1.17. Дифференциальная функция нормального распределения

Таким образом, дифференциальная функция закона нормального распределения представляет собой колоколообразную кривую, симметричную относительно точки $\bar{X} = \mu$. Максимальная ордината кривой в точке \bar{X} равна $1/\sigma\sqrt{2\pi}$. При этом равные по абсолютной величине, но разные по знаку отклонения от

математического ожидания имеют одинаковые значения и равновозможны. Очевидно, меньшие отклонения от μ более вероятны, чем большие. По мере удаления от точки \bar{X} плотность распределения падает и асимптотически приближается к оси абсцисс.

Положение кривой относительно начала координат и ее форма определяются двумя параметрами \bar{X} и σ . С изменением \bar{X} форма кривой не изменяется, но изменяется ее положение относительно начала координат (рис. 1.18 а). С изменением σ положение кривой не изменяется, но изменяется ее форма (рис. 1.18 б). С уменьшением σ кривая становится более вытянутой относительно оси ординат (Y), а ветви ее сближаются.

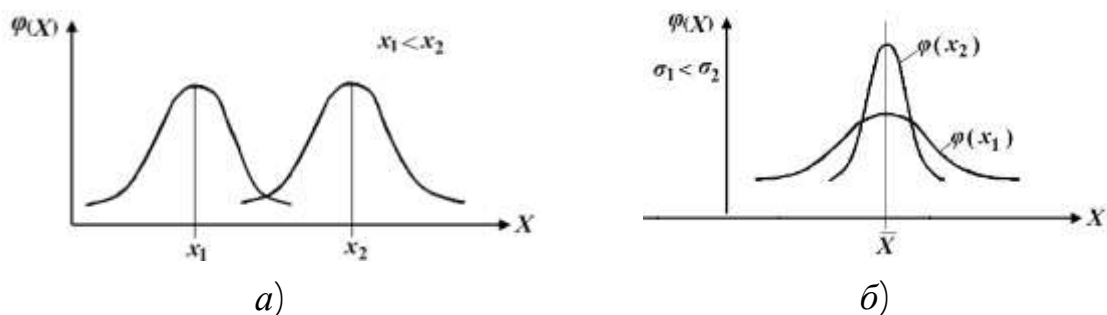


Рис. 1.18. Положение интегральной функции нормального распределения с изменением параметров \bar{X} и σ

Вероятность попадания случайной величины в интервал $6\sigma(\pm 3\sigma)$ равна 0,9973, т.е. лишь 0,27% значений может выйти за указанный предел. Поэтому в инженерной деятельности, как правило, интервал в $\pm 3\sigma$ считается достаточным для ограничения пределов распределения случайной величины. В отдельных обоснованных случаях этот интервал может быть расширен до $\pm 4\sigma$.

Таким образом, область, лежащую в границах $\pm 3\sigma$, называют «статистически допустимой областью» (рис. 1.19), а разность между статистическими границами, составляющую 6σ , – «статистическим допуском».

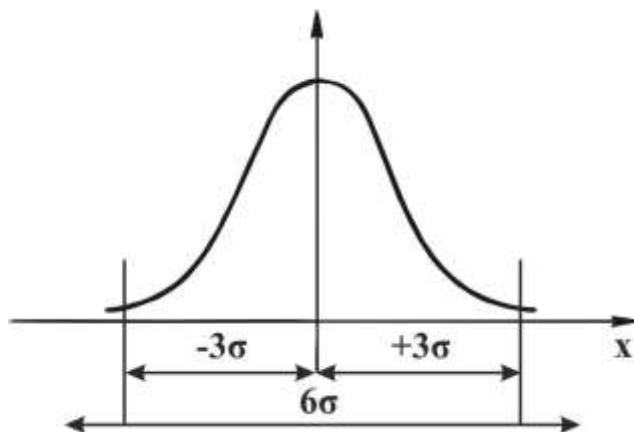


Рис. 1.19. Статистически допустимая область распределения случайной величины

Интегральная функция распределения случайной величины имеет следующее выражение:

$$F(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx.$$

Графически интегральная функция нормального распределения представляется кривой следующего вида (рис. 1.20).

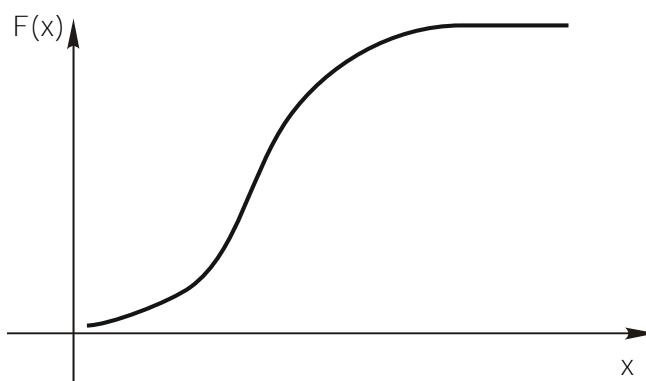


Рис. 1.20. Интегральная функция нормального распределения

1.9.4. Закон равной вероятности (равномерного распределения)

Если количественная характеристика наблюдаемой случайной величины формируется под действием нескольких переменных источников изменчивости, один из которых имеет доминирующее влияние, то распределение наблюдаемой характеристики в партии будет описываться законом равной вероятности.

В этом случае непрерывная случайная величина X при испытаниях принимает все значения в интервале от a до b с одинаковой плотностью вероятности $\varphi(X)$. Распределение случайной величины в соответствии с законом равной вероятности называется равномерным.

Дифференциальная функция распределение плотности вероятности и рассчитывается по формуле:

$$\varphi(X) = \frac{1}{b - a},$$

где a и b — границы интервалов.

Графически дифференциальная функция распределения вероятности представляется в виде прямоугольника с основанием ab и высотой $\varphi(X)$ (рис. 1.21).

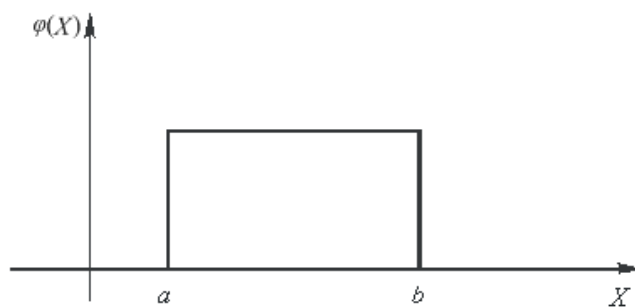


Рис. 1.21. Дифференциальная функция распределения закона равной вероятности

Таким образом, вероятность того, что случайная величина X при испытаниях будет принимать значения в интервале от a до b равна площади под дифференциальной кривой распределения.

Интегральная функция распределения определяется по формуле:

$$F(X) = \frac{1}{2} + \frac{x}{b-a}.$$

Интегральная функция распределения имеет следующее графическое представление (рис. 1.22).

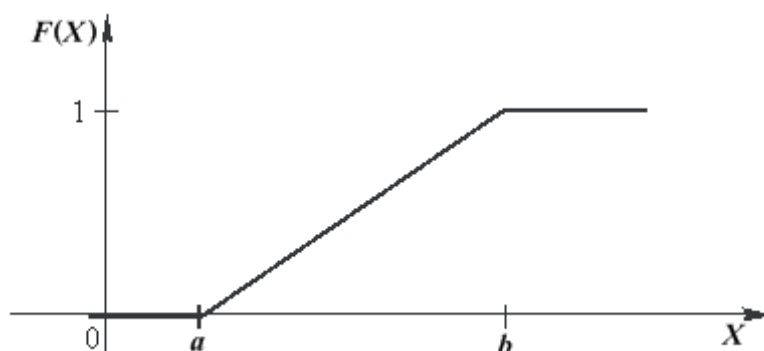


Рис. 1.22. Интегральная функция распределения закона равной вероятности

Закон равной вероятности – закон двухпараметрический, т.е. для его описания необходимо использовать две статистические характеристики: математическое ожидание $\mu(X)$ и среднее квадратическое отклонение σ , которые определяются по следующим формулам:

$$\mu(X) = \frac{b+a}{2}, \quad \sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}.$$

В машиностроении закон может проявляться в случае, когда на размер заготовки оказывает влияние резко доминирующий фактор, например, равно-

мерно изменяющийся во времени износ инструмента. Закон равной вероятности распространяется также на распределение размеров деталей повышенной точности (6-5 качества и выше), при их обработке по методу пробных проходов (т.к. из-за сложности получения размеров высокой точности, вероятность попадания контролируемого параметра в интервалы размеров малой дискретности выравнивается).

1.9.5. Закон распределения эксцентриситета (закон Релея)

Закон распределения эксцентриситета в машиностроении наблюдается при распределении таких существенно положительных величин, как отклонение от соосности осей (рис. 1.23) или биение поверхностей деталей типа тел вращения.

Распределение по закону Релея имеет место тогда, когда случайная величина r представляет собой геометрическую сумму двух случайных величин x и y ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$), являющихся координатами положения эксцентриситета r . Координаты x и y положения эксцентриситета r распределены нормально, а само распределение r соответствует закону Релея (не является нормальным).

Закон распределения Релея однопараметрический и дифференциальная функция его распределения имеет выражение:

$$\varphi(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}},$$

где r – переменная величина эксцентриситета или биения;

Σ – стандартное отклонение значений координат x и y эксцентриситета r при условии, что $\bar{x} = \bar{y} = 0$, а $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$.

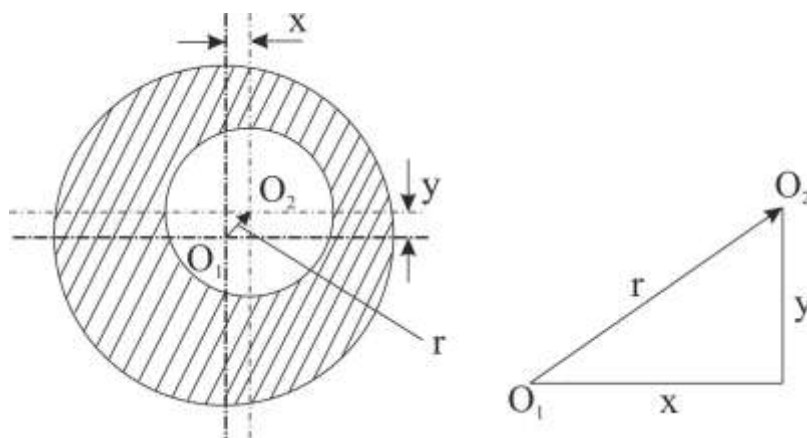


Рис. 1.23. Графическая интерпретация образования эксцентриситета

Графическое изображение дифференциальной функции распределения имеет вид (рис. 1.24).

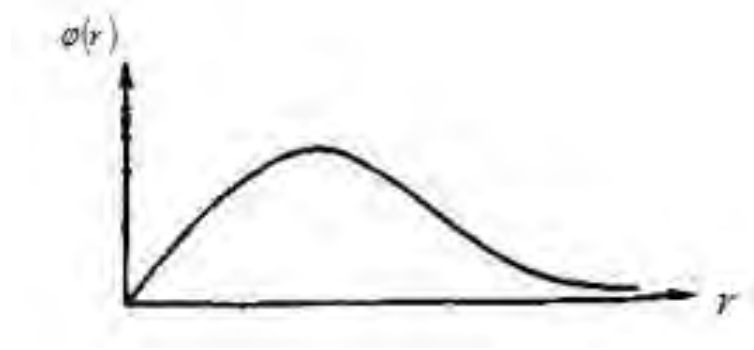


Рис. 1.24. Дифференциальная функция распределения Γ

Для теоретической кривой распределения по закону Релея характерны крутой подъем восходящей ветви и относительно пологий спуск нисходящей ветви, которая асимптотически приближается к оси абсцисс. Вершина кривой смещена от среднего значения переменной величины \bar{r} в сторону начала координат. При $\bar{r} = 0$ начало кривой распределения эксцентриситета совпадает с началом координат (т.е., при $\bar{r} = 0, y = 0$).

Связь между σ_r, \bar{r} и σ выражается следующими зависимостями:

$$r = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad \sigma = \sigma \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}$$

где \bar{r} – среднее арифметическое значение переменной случайной величины Γ ,

σ_r – стандартное отклонение Γ от Γ_0 .

Отсюда:

$$\sigma = \sigma_r / 0,656, \quad \bar{r} = 1,92 \cdot \sigma = 1,257 \cdot \sigma_r.$$

Фактическое поле рассеивания значения переменной величины Γ находится из выражения:

$$\omega = 5,252 \cdot \sigma = 3,44 \cdot \sigma_r.$$

Интегральная функция распределения по закону Релея имеет вид:

$$F(r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}.$$

1.9.6 Закон распределения модуля разности.

Когда две случайные величины X_1 и X_2 каждая в отдельности имеют нормальное распределение с параметрами \bar{x}_1 и \bar{x}_2 ; $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, то модуль разности этих величин $r = |x_1 - x_2|$ имеет распределение, которое подчиняется закону распределения модуля разности. Такое распределение имеют, например, погрешности расположения поверхностей и осей, а также погрешности формы деталей: овальность, конусность и др.

$$\rho = \frac{r}{\sigma_0}, \quad \rho_0 = \frac{\bar{x}_0}{\sigma_0}, \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_0, \quad \bar{X}_0 = |\bar{X}_1 - \bar{X}_2|,$$

Принимая во внимание, что дифференциальную функцию этого распределения можно представить в виде:

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}} \right).$$

Вид кривой распределения $\varphi(\rho)$ зависит от значения ρ_0 . При $\rho_0 = 0$ кривая резко ассиметрична, при $\rho_0 = 3$ она совпадает с кривой нормального распределения (рис. 1.25).

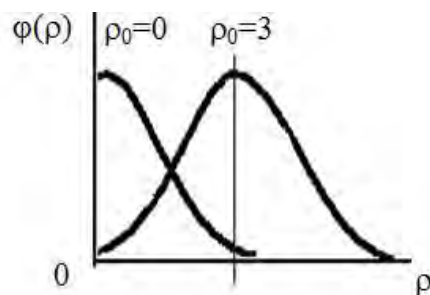


Рис. 1.25. Вид кривых распределения при $\rho_0 = 0$ и $\rho_0 = 3$

Интегральная функция распределения модуля разности F выражается следующим уравнением:

$$F(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\rho} \left(e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}} \right) d\rho.$$

1.10. Проверка статистических гипотез

Основные понятия о статистической гипотезе.

Полученные в экспериментах выборочные данные всегда ограничены и носят случайный характер. Одной из основных задач прикладной статистики

является разработка методов изучения массовых явлений или процессов на основе сравнительно небольшого количества наблюдений или опытов.

К массовым явлениям может быть, например, отнесена группа объектов, объединенных каким-либо общим признаком или свойством качественного или количественного характера. Такая группа объектов образует **статистическую совокупность**. К ней, например, можно отнести партию деталей. Признак, по которому детали объединяются в совокупность, может быть количественным (размер) или качественным («соответствующие», «несоответствующие»). Следовательно, одни и те же объекты могут образовывать несколько совокупностей в зависимости от того, по какому признаку они объединяются в совокупность.

Объекты, образующие совокупность, называются ее **членами**. Общее число членов совокупности составляет ее **объем**. Если совокупность содержит конечное число членов, полученных в результате испытаний, то она называется **эмпирической**.

В прикладной статистике для исследования большой эмпирической совокупности прибегают к выборкам из нее.

Выборкой называется часть членов совокупности, отобранных из нее для получения сведений о всей совокупности. В этом случае совокупность, из которой извлекается выборка, называется **генеральной совокупностью**. Для того, чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем нас признаке генеральной совокупности, необходимо, чтобы члены выборки правильно его представляли, иначе говоря, выборка должна быть репрезентативной (представительной).

Репрезентативной (представительной) выборкой называется выборка, которая правильно отражает пропорции генеральной совокупности.

По способу образования выборки делятся на повторные и бесповторные. **Повторная выборка** образуется путем последовательного извлечения из генеральной совокупности нескольких членов с возвратом каждого из них после соответствующего обследования в генеральную совокупность. При извлечении следующего объекта из совокупности не исключена возможность повторного отбора этого же объекта.

Пример: Из партии в 100 деталей последовательно извлекается 10 деталей в следующем порядке: извлекается и измеряется первая деталь, затем она возвращается в партию, которая тщательно перемешивается. Затем извлекается следующая деталь и т.д. Извлеченные таким способом 10 деталей составляют повторную выборку объемом в 10 штук.

Бесповторная выборка образуется путем извлечения некоторого числа членов генеральной совокупности для необходимого обследования без возврата этих членов в совокупность.

Пример: Если из партии в 1000 штук деталей сразу или последовательно будет извлечено 10 деталей без возвращения их обратно в совокупность, то будет образована бесповторная выборка объемом 10 штук.

Выборки делятся также на преднамеренные и случайные, мгновенные и общие, малые и большие.

Выборка считается **преднамеренной**, если отбор объектов для нее из генеральной совокупности производится с определенной тенденцией, приводящей к повышению или понижению вероятности выявления изучаемого признака качества.

Выборка считается **случайной**, если все объекты генеральной совокупности имеют равную возможность попасть в выборку.

Мгновенной (или текущей) выборкой называется выборка малого объема, взятая из числа единиц потока продукции, изготовленных к моменту отбора в короткий промежуток времени, в течение которого проявление особых причин изменчивости пренебрежимо мало.

Общей называется выборка, состоящая из серии мгновенных выборок, статистические характеристики которой отражают влияние как обычных, так и особых причин изменчивости.

Малой выборкой считается выборка, объем которой меньше 25 членов. Если объем выборки больше 25 членов, то она считается **большой**. В производственных исследованиях, обычно большая выборка состоит из 50-100 и более членов, а малая выборка из 5-10 членов.

Однако, в связи с действием случайных причин, оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании ограниченного количества экспериментальных данных, неизбежно будет иметь некоторую погрешность.

Поэтому подобного рода оценка должна рассматриваться как предположительное, а не как окончательное утверждение. Предположения о свойствах и параметрах случайных величин формулируются в виде статистических гипотез.

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, согласуются ли экспериментальные данные и выдвинутая гипотеза, допустимо ли отнести расхождение между гипотезой и результатом статистического анализа экспериментальных данных за счет случайных причин?

Пример: задача статистического управления процессом состоит в том, чтобы на основании результатов периодического контроля выборок малого объема принимать решение: "процесс налажен" (состояние 1) или "процесс разлажен" (состояние 2). По результатам контроля определяемые статистики неизбежно отличаются одна от другой. Необходимо на основании анализа результатов сделать вывод о «случайной» или «неслучайной» природе этих отличий. Выдвигаются две гипотезы.

Под так называемой **нулевой гипотезой** подразумевают выдвигаемое допущение об отсутствии различия между выборками или их статистическими характеристиками. Ее обозначают H_0 (гипотеза о сходстве) и записывают следующим образом:

$$H_0: \theta = \theta_0$$

(процесс налажен, если параметр θ распределения контролируемого показателя качества X равен θ_0).

Затем на основании результатов контроля единиц продукции из выборки x_1, x_2, \dots, x_n нулевая гипотеза проверяется и в результате проверки либо принимается, либо отбрасывается. В последнем случае считается, что подтверждается **альтернативная гипотеза**.

$$H_1: \theta = \theta_1$$

(процесс разлажен, если параметр θ равен θ_1).

Для проверки гипотез в математической статистике пользуются рядом критериев, которые называют **критериями согласия**. Для того, чтобы принять или забраковать гипотезу при помощи этих критериев, установлены уровни их значимости. **Уровень значимости** (α) представляет собой достаточно малое значение вероятности (определяет пороговое значение) случайного возникновения этой величины или еще более крайних величин, наступление которых можно считать практически невозможным и малозначимым с точки зрения решаемой задачи. Обычно принимают пяти-, двух- или однопроцентный уровень значимости. В технике чаще всего принимают 5% уровень значимости.

Выбирая тот или иной уровень значимости критерия, мы тем самым устанавливаем и область допустимых его значений, которая выражается вероятностью $P = 1 - \alpha$.

Пример. При однопроцентном уровне значимости $P = 0,05$, область допустимых значений выражается вероятностью $P = 1 - 0,05 = 0,95$.

Статистические приемы проверки гипотез не обладают полной определенностью. Если используемый критерий попадает в область допустимых значений, то нельзя сделать вывода о правильности гипотезы, а можно лишь заключить, что полученное значение критерия не противоречит этой гипотезе. Допустимость гипотезы можно признать до тех пор, пока более обстоятельные исследования при увеличенном числе наблюдений с помощью других, более точных, критериев не подтвердят это или не приведут к противоположному заключению.

Таким образом, сохраняется небольшая вероятность (учитывая, что α мало, но не равно нулю), что гипотеза H_0 отвергается, хотя она верна. Такая ошибка называется ошибкой первого рода. Ее вероятность равна α .

Возможна и ошибка второго рода β , которая состоит в том, что гипотеза H_0 принимается, хотя она неверна, а верна альтернативная гипотеза H_1 .

2 ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

В качестве данных для описательной статистики может быть использована «любая» информация, которая отражает результаты испытаний. Описательная статистика предлагает наиболее целесообразные и апробированные приемы, с помощью которых можно не только быстро выделить основное содержание полученной информации, но и представить ее в форме, удобной для дальнейшего ее анализа с минимальной трудоемкостью.

Описание данных обычно является начальным шагом в качественном или количественном анализе данных и, как правило, первым этапом к использованию других статистических процедур.

2.1 Средства и методы описательной статистики

Для удобства использования, информация о наблюдениях должна быть упорядочена в соответствии с принятыми в статистике принципами. Методы статистического описания – это «визуализация» данных, полученных в результате испытаний. В качестве основных средств описания информации, как правило, используются таблицы и диаграммы.

Табличная форма регистрации данных удобна для проведения группировки результатов испытаний.

В зависимости от структуры, все таблицы условно подразделяются на простые и сложные. К **простым** относятся таблицы, применяемые при альтернативной группировке, когда одна группа данных противопоставляется другой. Например, количество брака при изготовлении одинакового количества деталей, допущенного разными рабочими, работающими в течение определенного времени на одном и том же типе оборудования (табл. 5).

Простые таблицы рекомендуется использовать, когда регистрируются численные показатели, относящиеся к одному классу объектов.

Таблица 5

Пример оформления простой таблицы

Исполнитель	Наименование изделия	Время работы				
		10.04	11.04	12.04	13.04	14.04
		Количество бракованных изделий				
Иванов А.	Вал Ø 24 h9	1	-	-	4	2
Петров С.	Вал Ø 24 h9	2	4	-	-	1

Особую форму группировки данных представляют **статистические ряды**, или численные значения показателя, расположенного в определенном порядке.

Например, вариационным рядом распределения называют ряд чисел, показывающий, каким образом числовые значения признака (X) связаны с их частотой (f) в данной выборке (табл. 6):

Таблица 6

Табличное представление вариационного ряда

Признак X	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Частота f	5	7	6	4	9	2

Усложнение таблиц происходит за счет возрастания объема и степени детализации представленной информации. К **сложным таблицам** относятся

многопольные таблицы, в которых данные наблюдений в дальнейшем используются для выяснения причинно-следственных отношений между варьируемыми признаками.

Одной из форм регистрации данных является контрольный листок (КЛ), представляющий собой, как правило, бумажный бланк с заранее внесенными в него исследуемыми параметрами, позволяющий фиксировать, в соответствии с заранее установленными правилами, необходимые текущие данные. Для заполнения таблиц используются как качественные оценки, так и принятые символы или знаки. КЛ позволяют облегчить задачу представления результатов для анализа, корректировки и обработки с целью улучшения процессов.

Необходимо иметь в виду, что существует большой спектр различных КЛ, так как для каждой конкретной цели может быть разработана своя форма КЛ. В качестве примеров можно привести широко распространенные КЛ регистрации распределения измеряемого параметра, КЛ регистрации видов дефектов, КЛ локализации дефектов, КЛ причин дефектов и др.

Несмотря на большое разнообразие КЛ, логика их построения и заполнения остается неизменной. При разработке КЛ необходимо:

- определить данные, исходя из цели разработки, которые будут обобщаться и составлять перечень исследуемых характеристик;
- определить период времени, в течение которого будет проводиться сбор информации, очередность и периодичность отбора данных;
- разработать собственно КЛ, т.е. установленную форму регистрации данных, максимально удобную для заполнения в соответствии с принятыми правилами.

КЛ должен обеспечивать идентификацию и прослеживаемость данных, поэтому, как правило, в нем указывается номер детали, измеряемый параметр, цех, участок, оператор и т.д.

Рассмотрим некоторые типы КЛ в зависимости от назначения информации.

КЛ регистрации данных (регистрации распределения измеряемого параметра), позволяет систематизировать данные, и выявить, например, изменения в размерах детали после проведения ее обработки.

Подготовка КЛ предполагает определение границ интервалов размеров, на которые делится весь диапазон изменения размеров, определение среднего размера в интервале (табл. 7). При определении результата, полученного в ходе реализации технологического процесса, на карту наносится символ, позволяющий отнести результат к тому или иному интервалу.

Анализ таких КЛ позволяет дать, например, предварительную оценку точности и стабильности процессов.

Пример таблицы (сложной) регистрации данных

Но- мер ин- тер- вала	Границы интер- вала	Среднее значение в интервале	Группы результатов	Количество результатов в интервале
1	21,937...21,942	21,9395		8
2	21,942...21,947	21,9445		19
3	21,947...21,952	21,9495		38
4	21,952...21,957	21,9545		59
5	21,957...21,962	21,9595		48
6	21,962...21,967	21,9645		23
7	21,967...21,972	21,9695		5

КЛ регистрации видов дефектов предназначен для отражения факта наличия дефекта. Каждый раз, когда обнаруживается дефект, производится пометка (в виде штриха или иного атрибута) на бланке контрольного листка. На том же бланке в конце установленного временного периода (например, смены) фиксируются итоговые данные по количеству дефектов каждого типа. Последующий анализ результатов позволяет выявить источники дефектности.

КЛ локализации дефектов позволяет оценить качество изделия по оцениваемому параметру с учетом конфигурации и технологий ее изготовления. Например, контроль годности наружной гладкой цилиндрической поверхности вала по форме определяется по результатам шести измерений в трех сечениях 1-1, 2-2, 3-3 по длине детали и в двух взаимно перпендикулярных направлениях А-А и В-В. Схема измерения представлена на рис. 2.1, результаты измерений сведены в контрольный листок дефектов (табл. 8).

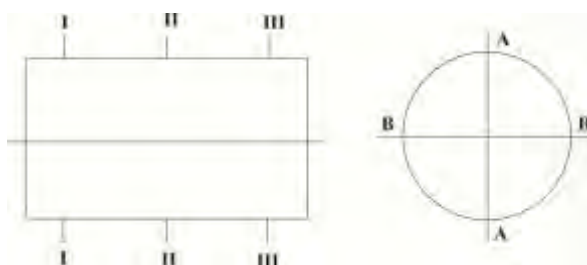


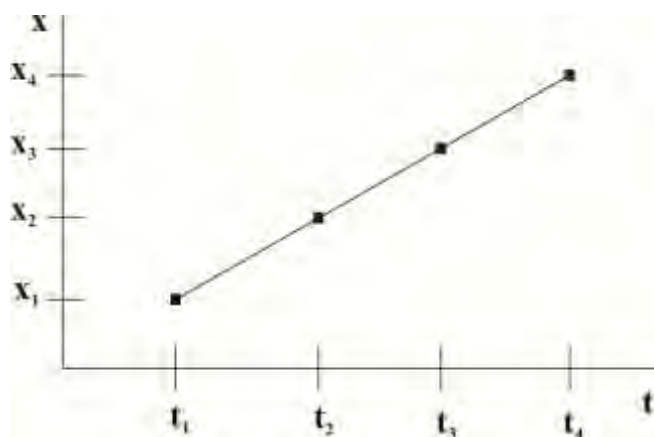
Рис. 2.1. Схема измерений гладкой цилиндрической наружной поверхности вала

Пример выполнения контрольного листка дефектов

Вдоль оси Поперек оси		Сечения		
		1-1	2-2	3-3
Направления	А-А	+	+	-
	В-В	-	-	-

Графическое представление данных наблюдений в виде **диаграмм** является наиболее наглядным и удобным для обобщения и, во многих случаях, без дальнейшего глубокого анализа позволяет сделать необходимые выводы или определить явные причины «необычного» распределения данных. Можно отметить, что графические методы описания весьма чувствительны к необычному поведению данных, которые не просто выявить при количественном анализе.

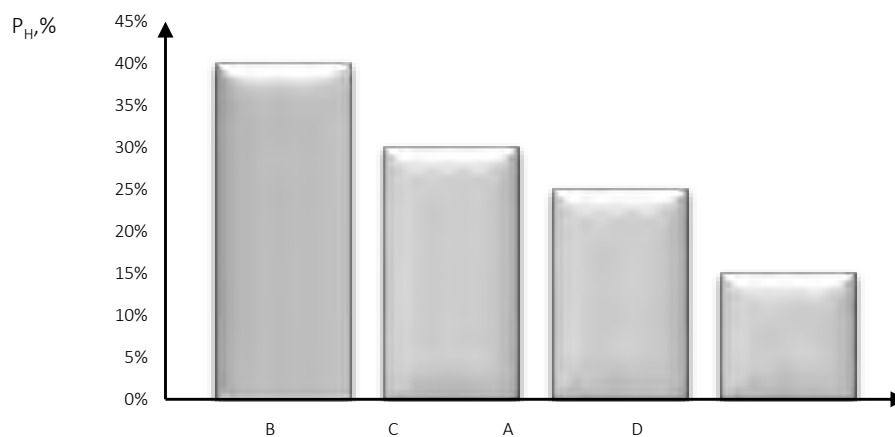
Применение диаграмм на практике позволяет легко оценить состояние процесса на данный момент, а в ряде случаев и спрогнозировать более отдаленный результат по тенденции процесса, которую можно в нем обнаружить. В первую очередь это относится к графикам, которые называются **временными рядами**. Пример временного ряда приведен на рис. 2.2, на котором отражен характер показателя качества во времени. Такой вид регистрации данных широко применяется на производстве для проведения анализа стабильности технологических процессов.



x_i – значение показателя, t – время.

Рис. 2.2. Пример представления временного ряда

Очень удобны для анализа столбчатые диаграмма, которые наглядно характеризуют приоритеты тех или иных факторов при оценке какого-либо события. Так, например, используя данные приведенные на рис. 2.3 по высоте столбиков легко определить главные источники несоответствий (в условиях конкретных испытаний) при оценке точности геометрических параметров деталей.



A – несоответствие размера; *B* – погрешность формы;
C – погрешность расположения; *D* – погрешность шероховатости.

Рис. 2.3. Источники несоответствий

Диаграммы накопленных частот (огивы) представляют собой кривые, для построения которых, по оси абсцисс (X) откладывают либо общее количество, либо процент всех наблюдений, в которых значение некоторой величины не превышает данного значения из интервала возможных результатов. По оси ординат (Y) откладывают накопленные частоты (рис. 2.4). Поскольку частоты не могут принимать отрицательных значений, кривые накопленных частот являются монотонно неубывающими.

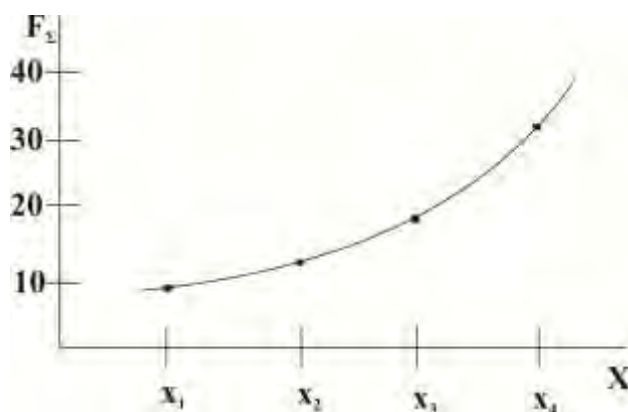
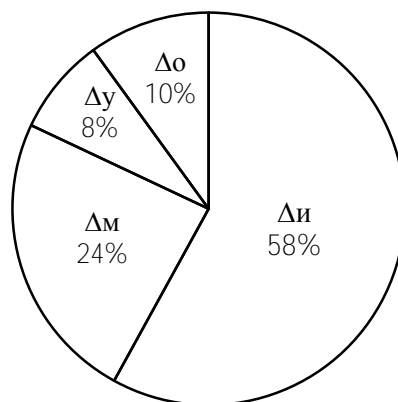


Рис. 2.4. Пример выполнения диаграммы накопленных частот

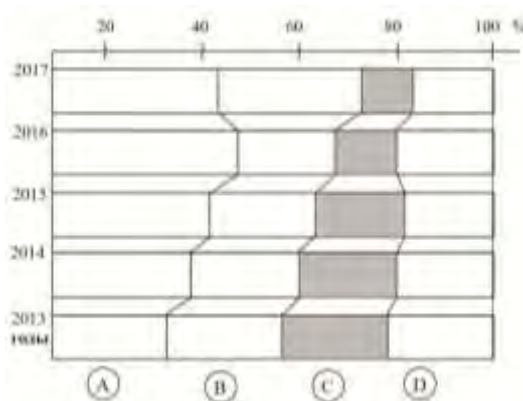
Достаточно часто для отражения результатов наблюдений используются **круговые диаграммы**. Ими выражают соотношение отдельных составляющих какого-либо параметра и всего параметра в целом. Например, на рисунке 2.5 отражена «доля» отдельных составляющих суммарной погрешности измерений по отношению к собственно суммарной погрешности измерений. Такие диаграммы удобно использовать при решении проблемы повышения качества за счет выработки эффективного алгоритма проведения работ и выбора соответствующих методов достижения полученных результатов.



$\Delta_{и}$ – инструментальная составляющая суммарной погрешности измерений ($\Delta\Sigma$);
 $\Delta_{м}$ – методическая составляющая $\Delta\Sigma$; $\Delta_{у}$ – погрешность условий;
 $\Delta_{о}$ – погрешность оператора.

Рис. 2.5. Составляющие суммарной погрешности измерений (пример круговой диаграммы)

Ленточный график применяется, как и круговой, для наглядного представления соотношения составляющих какого-либо параметра, но вместе с тем он одновременно способен отражать изменение этих составляющих во времени (рис. 2.6).



А – инструментальная составляющая суммарной погрешности измерений ($\Delta\Sigma$);
В – погрешность условий; С – методическая составляющая $\Delta\Sigma$;
D – погрешность оператора.

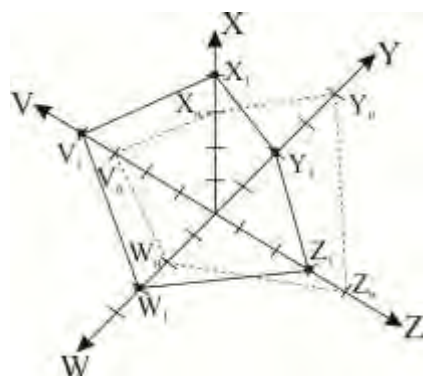
Рис. 2.6. Динамика изменения методической составляющей суммарной погрешности измерения по годам (пример выполнения ленточного графика)

«Радиационная» диаграмма предназначена для отражения баланса между несколькими факторами.

Для построения диаграммы (рис. 2.7) необходимо: из центра круга провести радиусы по числу исследуемых факторов (радиусы напоминают лучи «расходящиеся» при радиационном распаде – отсюда и название диаграммы). На эти радиусы наносятся деления градуировочных шкал и значения результатов наблюдений. Точки, которыми обозначены отложенные значения, соединя-

ются отрезками прямой. На диаграмму наносят также нормированные значения, что позволяет осуществлять наглядное сравнение и оценку полученных данных.

Описательная статистика имеет важное значение в процессах статистического управления качеством не только как база данных наблюдаемым событиям, но и как предварительный этап анализа причин, вызывающих несоответствия и отклонения параметров от их нормированных значений. В конечном счете, именно эти причины приводят к повышению затрат на ее производство.



X, Y, Z, W, V – исследуемые факторы;
 X_1, Y_1, Z_1, W_1, V_1 – текущие результаты наблюдений исследуемых факторов;
 X_n, Y_n, Z_n, W_n, V_n – нормированные значения исследуемых факторов.

Рис. 2.7. Пример построения радиационной диаграммы

3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОЦЕССА

3.1 Формирование априорной информации о качестве процесса

Оценка способности процесса удовлетворять требованиям, установленным в нормативных документах, - типовая задача, имеющая широкий спектр практических применений. В частности, например, она решается в процессе изготовления, ремонта, обслуживания изделий и т.д.

Современные технологические процессы должны обеспечивать высокую однородность качества продукции и характеризоваться низкой долей несоответствующих единиц продукции.

Оценку ожидаемого качества следует проводить на всех этапах проектирования продукции и технологических процессов. Во многих случаях это позволяет избежать конфликта между требованиями конструкторских и технологических документов и возможностями реальных процессов.

Целью системы управления процессом является принятие экономически верных решений относительно действий, связанных с процессом. Это требует баланса между последствиями принятия не вполне оправданных решений (излишнего управления) и непринятия абсолютно необходимых решений (недостаточное управление). Эти риски обусловлены наличием двух типов причин изменчивости процессов: «особых» и «обычных».

Изменчивостью называют неизбежные различия среди индивидуальных значений процесса. Некоторые причины изменчивости процесса порождают кратковременные различия между единицами продукции. Другие причины имеют тенденцию создавать изменения в продукте в течение длительных интервалов времени.

Случайные отклонения являются итогом действия ряда относительно незначительных дестабилизирующих причин, присутствующих при «нормальном» («обычном») ходе технологического процесса. Такие причины изменчивости относят к **обычным**.

К особым причинам изменчивости относят факторы, являющиеся итогом действия значительных дестабилизирующих причин, которые не являются обязательными при реализации процесса, а их появление носит случайный характер. К таким причинам изменчивости, например, можно отнести повышение температуры в зоне резания или износ режущего инструмента. Дальнейшее воздействие на процесс этих источников изменчивости может иметь постоянный или изменяющийся по определенному закону во времени характер. Такие причины изначально могут быть неизвестны, но они должны быть обнаружены и изучены в ходе анализа технологического процесса. Если все особые причины изменчивости процесса не идентифицированы и не устранены, то они будут влиять на ход процесса непредсказуемым образом, что приводит к его дестабилизации во времени.

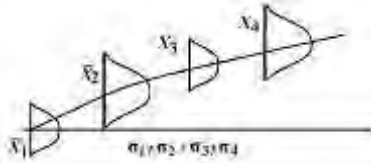
Процесс может быть отнесен к статистически стабильным, если источниками его изменчивости являются только «обычные» причины.

Анализ стабильности сводится к признанию того, что процесс находится в одном из типовых состояний, приведенных в табл. 9.

Таблица 9

Характеристики состояния процесса

Условное обозначение состояния процесса	Графическое представление процесса	Характеристика процесса	Выводы
А		Процесс стабилен как по разбросу, так и по положению центра группирования наблюдаемого параметра	Отсутствие заметных обычных и особых причин изменчивости
Б		Процесс стабилен по разбросу, но нестабилен по положению центра группирования	Отсутствие заметных обычных причин изменчивости и очевидное наличие особых причин изменчивости
В		Процесс не стабилен по разбросу, но стабилен по положению центра группирования	Наличие обычных причин изменчивости и отсутствие особых причин изменчивости

Г		Процесс не стабилен как по разбросу, так и по положению центра группирования	Наличие признаков обычных и особых причин изменчивости
---	---	--	--

Разладка процесса происходит в случайные моменты времени, т.е., по своей природе, является случайным событием. Это предопределяет возможность применения статистического управления процессами с целью предупреждения брака в процессе производства и таким образом создает механизм непосредственного влияния на качество конечного продукта.

Задача статистического управления процессом состоит в том, чтобы на основании результатов периодического контроля единиц продукции из выборки малого объема x_1, x_2, \dots, x_n с помощью определенных статистических критериев (оценки меры положения и меры рассеивания), сформулировать и принять одну из двух конкурирующих (альтернативных) гипотез: «процесс налажен» или «процесс разлажен».

Альтернативные гипотезы при статистическом регулировании случайной величины X формулируются следующим образом:

$$H_0: \mu = \mu_0 \text{ (процесс налажен),}$$

$$H_1: \mu = \mu_1 \text{ (процесс разлажен), -}$$

если разладка связана с изменением математического ожидания μ , и

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \text{ (процесс налажен),}$$

$$H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2 \text{ (процесс разлажен), -}$$

если разладка связана с увеличением дисперсии σ^2 .

При статистическом управлении в качестве количественной оценки меры положения, как правило, используют выборочное среднее арифметическое \bar{X} или выборочную медиану \tilde{X} , а в качестве количественной оценки меры рассеивания – выборочное стандартное отклонение S , выборочную дисперсию S^2 или размах R .

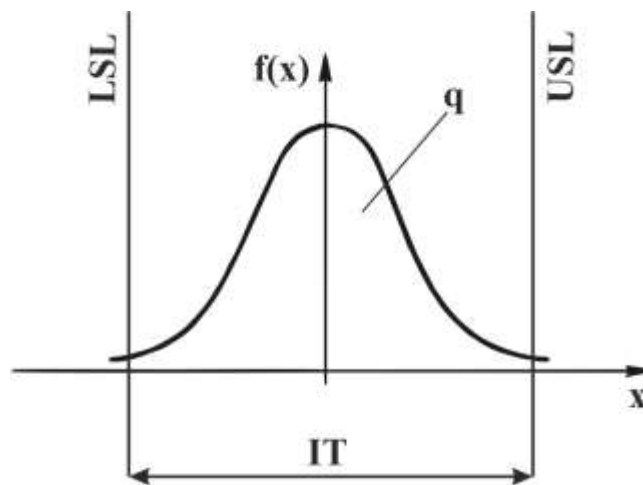
При выборе между средним арифметическим значением и медианой, а также между стандартным отклонением и размахом учитываются следующие соображения. При нормальном законе распределения среднее арифметическое является более эффективной статистикой, чем медиана, что позволяет при равных исходных условиях использовать объем выборки примерно в полтора раза меньший. Точно также стандартное отклонение, при объемах выборки > 10 , является более эффективной статистикой, чем размах. Однако вычисление медианы и размаха проще, чем среднего арифметического и стандартного отклонения, поэтому первым двум статистикам иногда отдают предпочтение.

В случае, когда контролируемым показателем качества является дискретная случайная величина, подчиняющаяся биномиальному закону распределения или закону распределения Пуассона, разладка процесса характеризуется увеличением доли дефектной продукции от значения ρ_0 до значения ρ_1 . В этом случае проверяются гипотезы:

$H_0 : p = p_0$ (процесс налажен)
 $H_1 : p = p_1$ (процесс разлажен).

Оценка вероятностной доли дефектной продукции в результате реализации конкретного технологического процесса осуществляется следующим образом. На первом этапе (стадия предварительного анализа) рассчитываются количественные оценки процесса (как правило, \bar{X} и R) путем контроля определенного количества единиц продукции (выборки) и последующей обработки полученной измерительной информации. Следует иметь в виду, что чем больше число единиц продукции будет проконтролировано, тем более точной будет оценка этих параметров. Продукцию на контроль следует отбирать при «нормальном» ходе производства, предполагающем надлежащее качество сырья, применение необходимого оборудования и инструмента, наличие инженерно-технических кадров соответствующей квалификации.

С целью визуализации результаты проведенных измерений, с учетом установленных требований к контролируемому параметру, можно представить в виде дифференциальной функции распределения (рис. 3.1), ограниченную двумя предельными размерами, соответствующими наименьшему предельному LSL и наибольшему предельному USL.



USL – наибольший предельный размер, LSL – наименьший предельный размер,
 IT – допуск.

Рис. 3.1. Схема для расчета доли годной продукции q

Известно, что вся площадь под кривой дифференциальной функции нормального распределения равна единице. Площадь под кривой между двумя предельными значениями LSL и USL представляют собой ту долю всей совокупности продукции, для которой значения X лежат в пределах поля допуска, т.е. долю годной продукции q .

Эта доля определяется как вероятность того, что случайная величина X примет значение в пределах $USL \dots LSL$:

$$q = P(LSL < X < USL) = F\left(\frac{USL - \bar{X}}{\sigma}\right) - F\left(\frac{LSL - \bar{X}}{\sigma}\right),$$

где $F(x)$ — функция нормального распределения.

Тогда доля дефектной продукции $p = 1 - q$.

Доля годной продукции q зависит от величины допуска, а также среднего значения исследуемого параметра \bar{X} и среднего квадратичного отклонения σ . Допуск задается в технической документации и, в нашем случае, является величиной неизменной, а значит, не может рассматриваться как инструмент управления процессом. В случае отклонения \bar{X} от значения μ_0 (при неизменной σ) будет изменяться доля годной продукции. С изменением значения σ доля годной продукции также будет изменяться (с уменьшением в сторону уменьшения, с увеличением — наоборот).

Таким образом, при заданном допуске для уменьшения доли дефектной продукции p необходимо добиваться, чтобы, во-первых, значение \bar{X} не отклонялось от значения μ_0 , соответствующего середине поля допуска (что характерно для процессов, обладающих высокой стабильностью), во-вторых, чтобы значение σ было минимальным и не увеличивалось по мере осуществления процесса производства. Поддержание X на установленном уровне добиваются путем своевременной подналадки оборудования.

Пример. Положим, при изготовлении вала $\varnothing 36h7$, по результатам контроля выборки $n = 20$, $\bar{x} = 35,988$ мм, $s = 0,007$ мм. Поле допуска ограничено предельными значениями размера: наибольшим предельным $USL = 36,000$ мм и наименьшим предельным $LSL = 35,975$ мм.

Требуется при этих условиях определить вероятную долю дефектной продукции p .

Сначала определим долю годной продукции:

$$q = P(T_H < X < T_B) = F\left(\frac{USL - \bar{X}}{s}\right) - F\left(\frac{LSL - \bar{X}}{s}\right) =$$

$$F\left(\frac{36.000 - 35.988}{0.007}\right) - F\left(\frac{35.975 - 35.988}{0.007}\right) = F(1.71) - F(-1.86) =$$

$$0.4564 = 0.4686 = 0.9250.$$

Таким образом, доля годной продукции $q = 0,9250$, что в процентах составляет 92,5%. Отсюда доля дефектной продукции $p = 1 - q = 0,075$, что в процентах составляет 7,5%.

Предположим, после проведения наладки оборудования удалось уменьшить σ до 0,005 мм. Это позволило довести долю дефектной продукции до 1,3%, т.е. уменьшить ее в 5,8 раз.

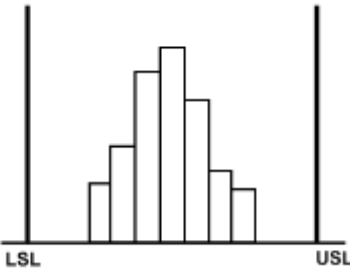
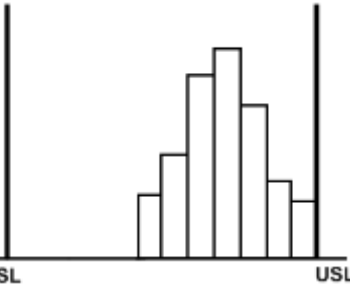
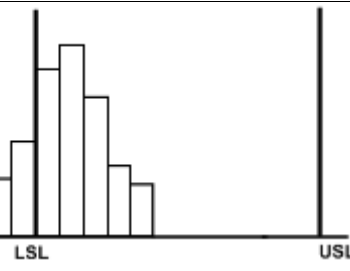
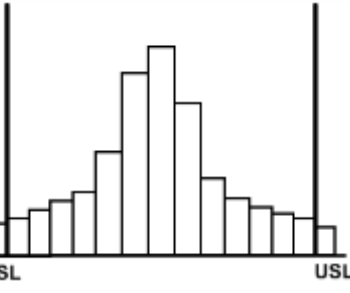
Приведенный пример демонстрирует очевидную связь статистических характеристик с точностью процесса, т.е. его способность обеспечивать близость действительных значений контролируемого параметра X к нормируе-

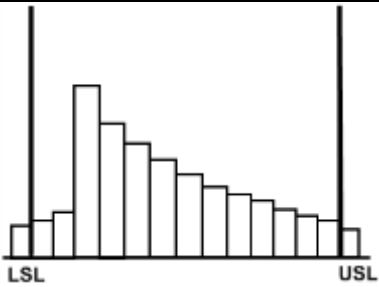
тому значению. Не менее важной характеристикой процесса является его стабильность, заключающаяся в его способности сохранять значения X и σ^2 неизменными.

Анализ формы гистограммы и ее положения относительно границ допуска на контролируемый параметр позволяет оценить состояние процесса и предложить меры по его улучшению (табл. 10).

Таблица 10

Типовые формы гистограмм

№ варианта	Графическое представление Варианты положения гистограммы относительно границ допуска	Описание состояния процесса	Выводы и рекомендуемые меры по улучшению процесса
1.		Гистограмма «симметрична» относительно центра поля допуска и полностью расположена между предельными размерами контролируемого параметра X ($USL - LSL > (X_{max} - X_{min})$)	Процесс находится в управляемом состоянии и может быть продолжен.
2.		Гистограмма смещена в сторону наибольшего предельного размера. Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска. Гистограмма расположена в пределах поля допуска ($USL - LSL > (X_{max} - X_{min})$)	Возможно присутствие особых причин изменчивости. Процесс может быть продолжен при условии подналадки с целью совмещения центра гистограммы с серединой поля допуска.
3.		Гистограмма смещена в сторону наименьшего размера и выходит за ее границу. Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска. Выполняется условие ($USL - LSL > (X_{max} - X_{min})$)	Выход гистограммы за границу поля допуска свидетельствует о наличии особых причин изменчивости, приводящих к появлению дефектных изделий. Процесс может быть продолжен после подналадки, при которой центр гистограммы будет совмещен с серединой поля допуска.
4.		Центр распределения совпадает с серединой поля допуска, но гистограмма выходит за границы поля допуска ($USL - LSL < (X_{max} - X_{min})$)	Выход гистограммы за границы поля допуска с двух сторон свидетельствует о наличии дефектных единиц продукции. Середина поля допуска совпадает с центром гистограммы. Необходимо повысить точность процесса снизив влияние обычных источников изменчивости. После уменьшения s и достижения ($USL - LSL > (X_{max} - X_{min})$)

№ варианта	Графическое представление Варианты положения гистограммы относительно границ допуска	Описание состояния процесса	Выводы и рекомендуемые меры по улучшению процесса
			процесс может быть продолжен.
5.		<p>Центр распределения не совпадает с серединой поля допуска, а гистограмма выходит за границы поля допуска $(USL - LSL) < (X_{max} - X_{min})$</p>	<p>Выход гистограммы за границы поля допуска с двух сторон свидетельствует о наличии дефектных единиц продукции. Середина поля допуска не совпадает с центром гистограммы, что предположительно связано с наличием особых причин изменчивости. Необходимо повысить точность и стабильность процесса, снизив влияние как обычных, так и особых источников изменчивости. После уменьшения s с целью выполнения неравенства $(USL - LSL) > (X_{max} - X_{min})$ и достижения примерного равенства $\bar{x} \approx \mu$, процесс может быть продолжен.</p>

Анализ стабильности процесса с целью выявления наличия особых причин изменчивости может осуществляться путем построения точечных диаграмм процесса с последующей интерпретацией полученных результатов.

Пример. Для проведения исследований формируется исходная информация путем отбора 15 мгновенных выборок (табл. 11).

Таблица 11

Результаты измерений серии мгновенных выборок

№ выборки	Среднее значение размера в выборке \bar{X} , мм	№ выборки	Среднее значение размера в выборке \bar{X} , мм	№ выборки	Среднее значение размера в выборке \bar{X} , мм
1	22,026	6	22,027	11	22,028
2	22,032	7	22,031	12	22,030
3	22,022	8	22,022	13	22,026
4	22,032	9	22,014	14	22,035
5	22,028	10	22,027	15	22,027

Для каждой выборки рассчитываем значение \bar{X} и строим точную диаграмму (рис. 3.2) в координатах: N (номер выборки) и \bar{X} .

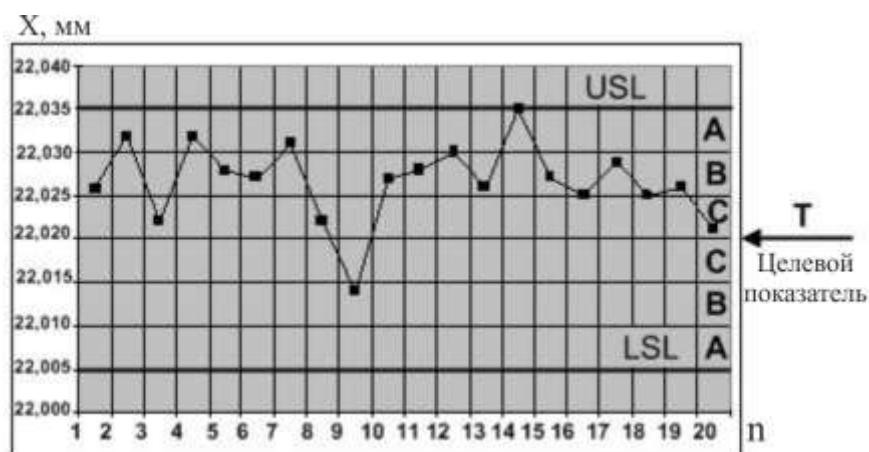


Рис. 3.2. Пример выполнения точечной диаграммы

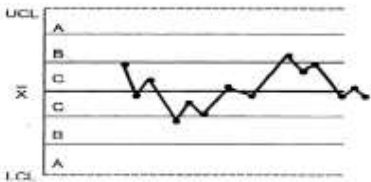
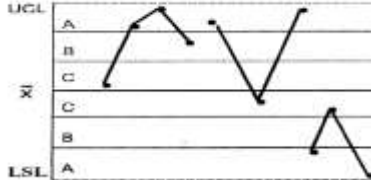
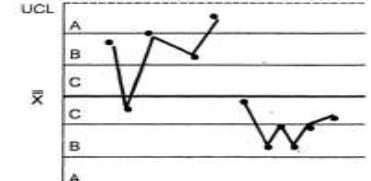
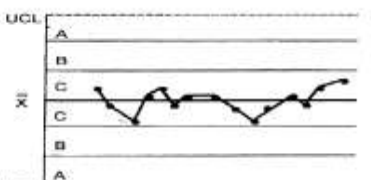
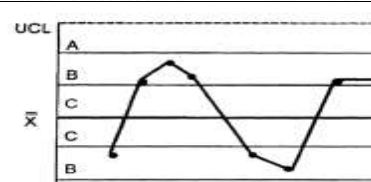
Для интерпретации полученных результатов проанализируем точечную диаграмму, построенную на основе экспериментальных результатов с использованием 8 графических критериев (табл. 12), позволяющих определить возможное наличие особых причин изменчивости. С этой целью на точечную диаграмму в принятом масштабе наносим границы поля допуска (USL и LSL). Поле, заключенное между границами, разбиваем на 6 равных зон, обозначая их символами А, В, С, как показано на рис. 3.2.

Сравнивая поэлементно точечную диаграмму, построенную на основании экспериментальных результатов, с графическими критериями, проводим анализ процесса на наличие особых причин изменчивости.

Таблица 12

Графические критерии наличия особых причин изменчивости

№ критерия	Графическое представление	Описание критерия
1.		Одна точка находится вне зоны А
2.		Девять точек подряд находятся в зоне С или по одну сторону от центральной линии
3.		Шесть подряд возрастающих или убывающих точек

№ критерия	Графическое представление	Описание критерия
4.		Четырнадцать попеременно возрастающих и убывающих точек
5.		Две из трех последовательных точек находятся в зоне А или вне ее
6.		Четыре из пяти последовательных точек находятся в зоне В или вне ее
7.		Пятнадцать последовательных точек находятся в зоне С ниже и выше центральной линии
8.		Восемь последовательных точек находятся по обеим сторонам центральной линии и не одной в зоне С

Проявление любого из случаев, включенных в таблицу 12, является указанием на возможное присутствие особых причин изменчивости, которые должны быть проанализированы и скорректированы. В ходе анализа недостаточно ограничиться только сравнением с графическими критериями, необходимо обращать внимание на любую необычную структуру точек, которая может являться проявлением особых причин изменчивости. Систематическое устранение особых причин изменчивости приводит процесс в состояние статистической стабильности.

На основании результатов оценки стабильности технологического процесса выявляют связи между параметрами технологических операций и качеством продукции, видами и причинами брака и разрабатывают, при необходимости, соответствующие управляющие решения, направленные на его совершенствование.

Одним из универсальных методов оценки ожидаемого качества продукции, применяемым при широком спектре уровней несоответствий, является оценка показателей возможностей процессов.

Применение этих показателей возможно в условиях статистически стабильного состояния процесса в случае, когда индивидуальные значения показателей процесса имеют распределение, близкое к нормальному, и направлены на характеристику фактических и потенциальных возможностей процесса удовлетворять установленным техническим нормам. При этом нормируемые значения показателя качества оцениваются по количественному признаку.

Показатели возможностей используются главным образом при:

- анализе потенциальных возможностей поставщика удовлетворять требования потребителя;
- установлении в контрактах (договорах на поставку) требований к процессам;
- планировании качества разрабатываемой продукции;
- приемке процессов на основе опытных партий;
- аттестации процессов.

Достоверность используемых показателей возможностей процесса зависит от изменчивости результатов измерений, обусловленных применяемой методикой выполнения измерений. При этом суммарная погрешность измерений $\Sigma\Delta$ не должна превышать $\left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{5}\right) T$ (допуска) контролируемого параметра.

Собственная изменчивость процесса (σ_{π} или σ_s) – это часть изменчивости процесса, вызываемая только обычными причинами вариаций (изменчивости) процесса. Эта изменчивость оценивается с помощью отношений:

$$\sigma_{\pi} = \bar{R}/d_2, \sigma_s = \bar{s}/C_4,$$

где \bar{R} – среднее значение размахов;

\bar{s} – среднее значение отклонений отдельных выборок;

d_2, C_4 – стандартные коэффициенты, зависящие от объема выборки n (табл. 13).

Таблица 13

Зависимость коэффициентов d_2 и C_4 от объема выборки n .

n	d_2	C_4	n	d_2	C_4
2	1,128	0,7979	9	2,970	0,9693
3	1,693	0,8862	10	3,078	0,9727
4	2,059	0,9213	11	3,173	0,9754
5	2,326	0,9400	12	3,258	0,9776
6	2,534	0,9515	13	3,336	0,9794
7	2,704	0,9594	14	3,407	0,9810
8	2,847	0,9650	15	3,472	0,9823

Пример. Определить средний размах и среднее значение отклонений отдельных выборок, образующих общую выборку объемом 20 ед. Общая выборка включает 5 мгновенных выборок объемом по 4 ед.

Экспериментальные данные и результаты их обработки сведены в таблицу.

№ выборки	Результат измерения, мм.				\bar{x} , мм.	R , мм.	S , мм.
	x_1	x_2	x_3	x_4			
1	13,998	13,993	14,009	14,004	14,001	0,016	0,0070
2	13,994	13,996	14,006	14,000	13,999	0,012	0,0053
3	14,001	13,993	14,006	14,005	14,001	0,013	0,0059
4	14,005	13,995	14,000	13,999	14,000	0,010	0,0041
5	14,005	13,999	14,000	13,996	14,000	0,009	0,0037
$\bar{\bar{x}}$					14,001		
\bar{R}						0,012	
\bar{S}							0,0052

Полная изменчивость процесса (σ_x) – это изменчивость, вызываемая как обычными, так и особыми причинами. Эта изменчивость оценивается с помощью выборочного стандартного отклонения, использующего все индивидуальные значения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n - 1}},$$

где x_i – результат измерений показателя качества отдельных единиц продукции;

\bar{X} – среднее арифметическое результатов измерений.

Воспроизводимость процесса – интервал варьирования параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса, определяемый как $k \cdot \sigma$, где σ – это собственная изменчивость процесса (обусловленная только обычными причинами изменчивости), оцениваемая как σ_{π} или σ_s , k – коэффициент, обусловленный установленной доверительной вероятностью.

Индекс воспроизводимости C_p устанавливается для оценки качества процесса и определяется как отношение допуска на контролируемый параметр к оценке собственной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{k \cdot \sigma_R},$$

где USL – верхняя граница поля допуска;

LSL – нижняя граница поля допуска.

Расчет статистических показателей возможностей процесса применяется при нормальном распределении показателей качества процесса. Полагая достаточной оценку с вероятностью $P = 0,997$ коэффициент k принимают равным 6 (при $P = 0,950$, $k = 4$; при $P = 0,900$, $k = 3$).

Пригодность процесса – интервал варьирования параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса, определяемый как $k \cdot \sigma$, где σ – полная изменчивость процесса (обусловленная как обычными, так и особыми причинами), оцениваемая выборочным стандартным отклонением σ .

Индекс пригодности P_p устанавливается для оценки качества процесса и определяется как отношение допуска на контролируемый параметр к оценке полной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{k \cdot \sigma_x}.$$

Индекс воспроизводимости процесса с учетом центровки C_{pk} устанавливается для оценки качества процесса с учетом фактического изменения контролируемого параметра качества в ходе реализации статистически стабильного процесса. Индекс определяется путем расчета CPU и CPL, связывая разность между средним процесса и границами поля допуска с половиной оценки собственной изменчивости процесса.

Верхний индекс воспроизводимости CPU равен:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}}{k/2 \cdot \sigma_R}.$$

Нижний индекс воспроизводимости CPL рассчитывается по формуле:

$$CPL = \frac{\bar{X} - LSL}{k/2 \cdot \sigma_R}.$$

В качестве количественной оценки индекса воспроизводимости процесса с учетом центровки C_{pk} принимается меньшее из двух рассчитанных значений CPU и CPL.

По известным значениям C_p и C_{pk} можно определить интервал, в котором находится ожидаемый уровень несоответствий. По значению C_{pk} определяют максимально возможное значение ожидаемого уровня несоответствий, по значению C_p – минимально возможное (табл. 14). Значения C_p и C_{pk} определяются на основе выборочных оценок при ограниченном объеме наблюдений, что может приводить к заметным отличиям рассчитанных значений уровней несоответствий действующих процессов от фактически наблюдаемых. Поэтому рассчитанные значения используют преимущественно для предварительных оценок качества процессов и мониторинга эффективности принимаемых управленческих решений.

Соответствие индексов воспроизводимости C_p и C_{pk} стабильных процессов ожидаемому уровню дефектности продукции

Значение C_p или C_{pk}	Уровень несоответствий продукции		Значение C_p или C_{pk}	Уровень несоответствий продукции	
	процент несоответствующих единиц продукции, %	число несоответствующих единиц на миллион единиц продукции, <i>ppm</i>		процент несоответствующих единиц продукции, %	число несоответствующих единиц на миллион единиц продукции, <i>ppm</i>
0,33	32,2	322 000	1,00	0,27	2700
0,37	26,7	267 000	1,06	0,15	1 500
0,55	9,9	99000	1,10	0,097	970
0,62	6,3	63000	1,14	0,063	630
0,69	3,8	38000	1,18	0,040	400
0,75	2,4	24000	1,22	0,025	250
0,81	1,5	15000	1,26	0,016	160
0,86	0,99	9900	1,30	0,0096	96
0,96	0,40	4000	1,33	0,0066	66

Индекс пригодности процесса с учетом центровки P_{pk} устанавливается для оценки качества процесса с учетом фактического изменения контролируемого параметра качества в ходе реализации процесса, статистическая стабильность которого по разбросу не подтверждена.

Индекс определяется путем расчета из CPU и CPL, связывая разность между средним процесса и границами поля допуска с половиной оценки полной изменчивости процесса:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}}{k/2 \cdot \sigma_s}, \quad CPL = \frac{\bar{X} - LSL}{k/2 \cdot \sigma}$$

В качестве количественной оценки индекса пригодности процесса с учетом центровки P_{pk} принимается меньшее из двух рассчитанных значений CPU и CPL.

Рекомендуется данный индекс (P_{pk}), как и индекс пригодности P_p , использовать в комплексе с индексами C_p и C_{pk} .

Для характеристики процесса также используют коэффициент воспроизводимости процесса, стабильность которого подтверждена CR и коэффициент пригодности процесса, стабильность которого не подтверждена PR:

$$CR = \frac{1}{C_p} = \frac{k \cdot \sigma_R}{USL - LSL}, \quad PR = \frac{1}{P_p} = \frac{k \cdot \sigma_x}{USL - LSL}$$

Если контролируемый параметр имеет однопредельное ограничение (одну границу поля допуска), т.е. нормировано либо наибольшее предельное

значение USL, либо наименьшее предельное значение LSL показателя качества, то для оценки возможности процесса применяются только индексы C_{pk} и P_{pk} .

Управляемым считается статистически стабильный процесс, индекс пригодности которого превышает единицу. В этом случае поле рассеивания показателя качества, отражающее изменчивость процесса, меньше допуска. На рис. 3.3 приведены примеры, графически отражающие ситуацию, когда полная изменчивость процесса больше поля допуска (т.е. индекс пригодности $P_p < 1$) и меньше поля допуска (т.е. индекс пригодности $P_p > 1$).

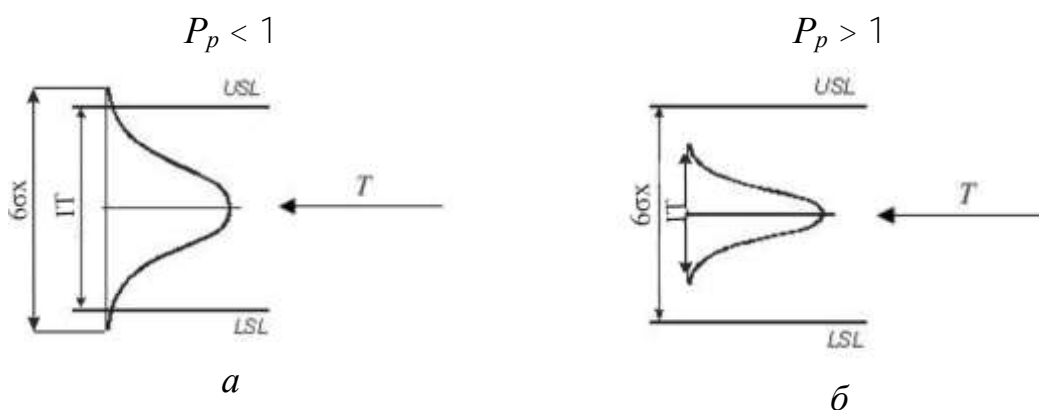


Рис. 3.3. Изменчивость (σ) неуправляемого (а) и управляемого (б) процессов при настройке процесса на целевое значение (T).

Основная цель предварительного анализа процесса состоит в том, чтобы на основании сформированных экспериментальных результатов определить состояние процесса (А, Б, В, Г), а в случае необходимости привести процесс в статистически управляемое состояние.

В ходе предварительного анализа состояния процесса последовательно решаются следующие задачи:

- строится эмпирическое распределение и определяется положение эмпирической функции распределения относительно поля допуска на контролируемый показатель качества;
- проверяется согласие эмпирического распределения с теоретическим;
- определяется вероятная доля брака на исследуемой операции;
- устанавливаются и минимизируются «особые» источники изменчивости, определяющие разладку процесса;
- вычисляются показатели точности и стабильности процесса.

4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ С ПОМОЩЬЮ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

4.1. Виды контрольных карт

Несмотря на стремление удерживать на определенном уровне показатели качества изделий, они подвержены изменениям. Разброс параметров характерен для всех процессов из-за наличия источников изменчивости. Вследствие

этого количественные параметры продукции, полученные даже в ходе «стандартного» течения процесса, непостоянны, что влияет на оценки рассчитываемых статистических показателей процесса, например выборочное среднее, медиану и т.п.

Таким образом, управление процессом может заключаться в контроле и применении инструментов, обеспечивающих ограничение разброса параметров, характеризующих качество процесса.

К применяемым инструментам можно отнести статистическую контрольную карту (КК) – техническое средство статистического управления, позволяющее за счет введения расчетных границ разброса параметров наглядно отразить ход производственного процесса на диаграмме и таким образом выявить изменения, способные повлиять на качество продукции.

КК являются основным инструментом статистического управления и применяются для анализа получаемой по выборкам информации о текущем состоянии процесса и оценки того, находятся или не находятся производственный процесс в статистически управляемом состоянии. При выходе процесса за установленные границы принимается решение об остановке процесса с целью предотвращения изготовления бракованной продукции. В настоящее время КК широко используют в сфере управления непосредственно при осуществлении технологического процесса, как правило, путем проведения операционного контроля на рабочих местах.

Если процесс находится в статистически управляемом состоянии, то можно, с определенной вероятностью, предсказывать его ход до тех пор, пока действующие источники изменчивости (как правило, особые) не выведут его из статистически управляемого состояния. Такой процесс нуждается в определенной корректировке с целью приведения его в статистически управляемое состояние.

Метод контрольных карт представляет собой простой графический метод оценки качества процесса путем сравнения значений отдельных статистических данных, полученных в результате контроля выборок, с контрольными границами. Существует множество типов КК в зависимости природы данных, методики их статистической обработки и алгоритма принятия решений.

Статистическое управление с использованием КК характеризуется простотой их построения и применения, однако предполагает применение КК в статистически управляемых процессах. Можно сказать, что КК служит современным индикатором статистически управляемого процесса и может рассматриваться как часть системы анализа процесса, позволяющая определить момент, когда та или иная причина изменчивости (как правило, без ее идентификации и установления природы) окажет критическое влияние на ход процесса.

Контрольные карты регулирования по количественному и альтернативному признакам. КК могут быть применимы для управления как «количественными», так и «качественными» («альтернативными») параметрами процесса.

Количественные параметры (*данные*) – это результаты наблюдений контролируемого показателя качества единиц продукции в выборке, полученные с помощью средств измерений.

Альтернативные параметры (*данные*) – это результаты наблюдений наличия (или отсутствия) определенного признака или атрибута для каждой рассматриваемой единицы продукции в выборке и подсчета числа единиц, имеющих (или не имеющих) данный признак. Альтернативные данные могут формироваться из числа таких признаков, имеющих в выборке, состоящей из нескольких единиц продукции. В отдельных случаях, в качестве выборки может фигурировать определенная площадь изделия (например, площадь ткани, площадь покрытия и др.), объем и т.д.

В случае использования количественных данных могут быть применены КК двух видов. Первый вид рассматривает меру положения количественных данных, например, выборочное среднее \bar{X} или медиану \tilde{X} в качестве объекта управления (КК положения). Второй вид в качестве объекта управления рассматривает меру разброса (рассеяния) отдельных выборочных данных в выборке (подгруппе), например, размах R или выборочное стандартное отклонение S . КК обоих видов необходимы для эффективного управления процессами при наличии количественных данных.

КК положения применяют в случаях, когда необходимо оценить, произошел ли сдвиг в уровне процесса, в то время как КК разброса используют, чтобы определить наличие изменения значения стандартного отклонения, по существу изменения точности процесса. Вследствие того, что контрольные границы КК положения являются функцией разброса контролируемого параметра, важно удостовериться, что собственный разброс процесса статистически устойчив.

Обычно на КК положения наносят средние, вычисляемые по данным измерений каждой мгновенной выборки объема n . Как правило, распределение средних арифметических значений стремится к нормальному. В результате усреднения реагирования на отдельные, случайные отклонения уменьшаются, т.е. происходит своеобразная «фильтрация» данных, что приводит к «искусственному» увеличению чувствительности КК к обнаружению сигнала об отклонении.

Накопленный опыт применения статистических КК показывает, что наиболее удобным объемом выборки при их применении является объем n от 4 до 5. Однако, исходя например, из экономических соображений, могут быть учтены иные рекомендации, более подходящие для конкретной ситуации.

Контрольные границы. Контрольные границы используют в качестве критерия оценки состояния процесса и, в случае выхода статистики за установленные границы (выхода процесса из статистически управляемого состояния), - принятия соответствующего управляющего решения. В некоторых случаях применяют дополнительные границы, называемые «предупреждающими», тогда первые называют «границами регулирования».

Основой для расчета контрольных границ служит величина, кратная стандартному отклонению статистической характеристики процесса, которую получают по результатам обработки данных включенных в общую выборку. Кратность, т.е. множитель при σ , определяется исходя из принятой вероятности оценки. Если в качестве единицы разброса используют размах выборки (R), то основой для определения контрольных границ служит величина, кратная \bar{R} .

Виды контрольных карт. КК является наглядным графическим средством, отражающим состояние процесса и документом, который может быть использован для принятия обоснованных решений, направленных на улучшение качества продукции.

На контрольной карте отмечают контрольные границы, ограничивающие область варьирования допустимых значений статистики. Выход точки за границу регулирования (и появление ее на самой границе) служит сигналом о разладке процесса.

На основании анализа результатов КК может быть принято, например, решение о корректировке режимов обработки, пересмотре времени от наладки до подналадки оборудования. Результаты анализа КК могут послужить достаточным основанием для замены или модернизации оборудования.

По мере роста чувствительности к разладке процесса КК можно разделить на три группы:

- 1) простые контрольные карты (в специальной литературе их называют картами Шухарта по имени американского ученого, впервые применившего их для управления процессом);
- 2) контрольные карты с предупреждающими границами, являющиеся модификацией простых контрольных карт;
- 3) контрольные карты кумулятивных сумм.

Простые контрольные карты наименее чувствительны к разладке. Это объясняется тем, что статистики, определяющие состояние процесса, рассматриваются независимо друг от друга, т.е. каждый последующий результат выборочного контроля никак не учитывает предыдущую измерительную информацию.

Контрольные карты кумулятивных сумм наиболее чувствительны к разладке процесса. Так как для оценки состояния процесса используются накопленные суммы выборочных статистик, например, кумулятивные суммы выборочных средних или кумулятивные суммы выборочных дисперсий. Таким образом, при построении карты учитывается не только результат контроля текущей выборки, но также используются результаты контроля предыдущих выборок. Решение, принимаемое на основании информации по многим выборкам, является более достоверным, чем решение, основанное на результате обработки лишь одной выборки.

Чувствительность контрольной карты к разладке определяется средней длиной серии (СДС) выборок, которая определяется как среднее число выборок, предшествующих наладке процесса при неизменном распределении вероятностей контролируемого параметра.

Показателем налаженного процесса является максимально возможное значение СДС выборок налаженного процесса (L_0). Чем больше возможное значение L_0 , тем более экономически эффективным является план управления. При разлаженном процессе, наоборот, предпочтительным является минимально возможное значение СДС выборок разлаженного процесса (L_1). Чем меньше значение L_1 при разлаженном процессе, тем выше вероятность обнаружения разладки процесса.

Для простых контрольных карт L_0 и L_1 связаны с α и β следующими зависимостями:

$$L_0 = \frac{1}{\alpha}, \quad L_1 = \frac{1}{1 - \beta},$$

где α - ошибка первого рода (риск излишней наладки);

β - ошибка второго рода (риск незамеченной разладки).

К ошибкам первого рода относят ложное выявление сдвига уровня процесса при его фактическом отсутствии. В результате, налаженный процесс будет принят за разлаженный и необоснованно остановлен для корректировки, когда в этом нет необходимости (графический пример). Результаты этих ошибок — затраты, связанные либо с излишним регулированием, либо с напрасными исследованиями несуществующих проблем;

К ошибкам второго рода относят необнаружение фактически существующего сдвига уровня процесса. Т.е. ошибка второго рода состоит в том, что разлаженный процесс будет принят за налаженный. В результате возникают потери вследствие затрат, вызванных неудовлетворительным состоянием процесса, который не был своевременно остановлен (в результате чего произведено некоторое количество несоответствующих единиц продукции или услуг). При этом отсутствуют возможности установить причины отклонений процесса.

Чем меньше вероятность ошибок первого и второго рода, тем управление процессом чувствительнее к разладке. Однако при заданном объеме выборки уменьшить одновременно α и β невозможно. Если, например, уменьшить α , то β будет возрастать. Единственный способ одновременного уменьшения вероятностей ошибок первого и второго рода состоит в увеличении объема выборок. Если же объем выборок задан, то значения α и β следует выбирать, учитывая тяжесть последствий ошибок для каждой конкретной задачи. Например, если риск незамеченной разладки β повлечет большие потери из-за увеличения доли дефектной продукции, а риск излишней наладки α повлечет существенно меньшие потери от необоснованной остановки процесса, то значение β следует выбирать возможно меньшим, невзирая на увеличение значения α .

Таким образом, для внедрения статистических методов управления процессами, необходимо решить следующие задачи:

– при каком значении выбранной характеристики процесс считается налаженным и при каком значении этой характеристики процесс считается разлаженным;

– как расположить границы регулирования на контрольной карте;

– каков объем выборки.

Значение характеристики, при котором процесс признается налаженным, должно быть оптимальным с точки зрения получения наилучшего показателя качества продукции. Обычно в качестве такого используется значение показателя качества, соответствующее середине поля допуска. Этому значению на контрольной карте соответствует исходная линия (иногда ее называют целевым значением процесса (T) или «голосом процесса»). Значение статистической характеристики, при котором процесс признается разлаженным, определяется исходя из влияния этого значения на долю дефектной продукции. Эта доля дефектной продукции не должна превышать значение допускаемого уровня дефектности, которое устанавливается из экономических соображений. Под допускаемым уровнем дефектности понимается максимальный уровень дефектности, установленный в технических нормативно-правовых актах. Границы регулирования определяют область принятия нулевой гипотезы и вычисляются по соответствующим формулам. При этом можно использовать таблицы планов контроля, входом в которые являются установленные значения СДС выборок для налаженного и разлаженного состояния исследуемого процесса.

Как отмечалось ранее, статистическое управление процессами удобно осуществлять с помощью КК, на которые наносят значения определенной статистической оценки (статистики), полученной по результатам выборочного контроля. Такими статистическими оценками являются: количественные – индивидуальное значение X , минимальное/максимальное значения X_{\min} / X_{\max} , среднее арифметическое \bar{X} , медиана \tilde{X} , стандартное отклонение σ , размах R , скользящий размах MR , и альтернативные – доля несоответствующих единиц продукции p , количество несоответствующих единиц np , количество несоответствий c и количество несоответствий на единицу продукции u .

Контрольная карта строится в двумерной системе координат (рис. 4.1). По горизонтальной оси (ось X) откладываются временные интервалы, между которыми берутся выборки или откладываются номера выборок. По вертикальной оси (ось Y) откладываются соответствующие значения статистических оценок показателей качества, например, длины, массы, твердости и пр.

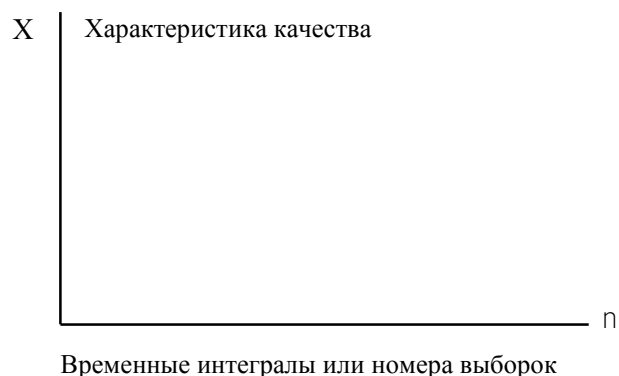


Рис. 4.1. Поле контрольной карты

Точки на оси абсцисс могут наноситься в разном масштабе (например, мкм, мм и др.). Так как отбор выборок производится, как правило, равномерно, по оси абсцисс вместо временных интервалов достаточно часто указывают порядковый номер выборки. Зная временной интервал между отборами выборок, можно по номеру выборки определить продолжительность процесса.

Перед принятием решения о целесообразности применения карт регулирования необходимо провести анализ процесса: оценить его стабильность, точность производственного и контрольного оборудования, идентифицировать причины несоответствий.

КК строятся на базе информации, полученной в результате контроля так называемых «рациональных» подгрупп (выборок), объем которых определяется техническими соображениями, а также выполнением следующего условия: внутри мгновенной выборки вариации могут быть следствием только случайных (обычных) причин изменчивости. В связи с этим мгновенная выборка – это выборка относительно небольшого объема, отобранная из потока продукции за максимально короткое время (на практике – это некоторое количество единиц продукции, отобранных подряд в порядке их изготовления).

Вариации между мгновенными выборками свидетельствуют, как правило, о наличии неслучайных (особых) причин изменчивости, что требует их обязательной идентификации и, по возможности, исключения. Технические соображения включают в себя однородность выборки (неизменность материала, инструмента, параметров окружающей среды и т.д.), возможность формирования выборок с учетом масштабов и технологии производства, а также экономическую целесообразность. Использование мгновенных выборок при сборе данных — одна из важнейших особенностей контрольной карты. Вариации внутри однородных выборок используют для определения краткосрочной стабильности. Изменчивость, наблюдаемая в этих обстоятельствах, должна определяться только обычными причинами. Долгосрочную стабильность обычно оценивают по вариациям между выборками. Несмотря на то, что относительно короткий промежуток времени является критерием формирования мгновенных выборок, основывающимся на ограниченности периода возможного отсутствия существенного влияния особых причин изменчивости,

при определении объема мгновенных выборок могут быть учтены и другие соображения, например такие, как относительная однородность условий изготовления изделий (в том числе изготовление одним оператором). Мгновенная выборка должна быть сформирована в условиях воздействия всех обычных источников случайных вариаций.

На больших отрезках времени могут действовать особые причины изменчивости, в том числе замена источника сырья, переналадка установки или приспособлений, изменение служебной обстановки или смена оператора. Подобные изменения могут и не привести к сдвигу уровня процесса, но они могут вызвать повышенный разброс значений измеряемых характеристик. Основной единицей измерения случайного разброса (измеренного по ряду выборок или известного из прошлой практики) служит стандартное отклонение внутри мгновенной выборки.

Одни и те же правила формирования мгновенной выборки должны быть использованы как при расчете границ регулирования, так и при сборе данных, с целью построения контрольных карт.

При отнесении каждой подгруппы к определенному интервалу времени можно идентифицировать источники особых причин изменчивости, нарушающие ход процесса и, при необходимости, более точно проводить их корректировку. Записи данных контроля и испытаний, представленные в том порядке, в котором проводились наблюдения, дают основание для выбора интервала отбора выборок. Это позволяет в условиях производства постоянно поддерживать систему причинно-следственных связей.

Стандартное отклонение внутри каждой мгновенной выборки принимают за основную единицу измерения разброса для контрольной карты. В случае, если разброс неизвестен заранее, то он должен быть оценен с помощью информации, собранной со значительного ряда мгновенных выборок, т.е. сформирована априорная в виде общей выборки за период времени, соответствующий статистически управляемому состоянию процесса. В противном случае нужно осуществить действия корректирующие процесс и только затем получить необходимые данные.

Необходимо, насколько это возможно, объем подгрупп n поддерживать постоянным, чтобы избежать ошибок в интерпретации полученных данных.

Общих правил для определения частоты отбора выборок и их объемов не существует. Частота может зависеть от стоимости процедур отбора и анализа выборки, а объем подгрупп — от ряда практических соображений. Например, большие подгруппы, берущиеся с меньшей частотой, могут обнаружить малый сдвиг среднего процесса более точно, но малые подгруппы, берущиеся чаще, обнаруживают большие сдвиги быстрее. Часто объем подгруппы — берется из 3...5 единиц, а частота отбора, как правило, постоянна при достижении состояния статистической управляемости.

Период отбора выборок может устанавливаться опытным путем на основании наблюдений за разладкой процесса в предшествующем периоде. При этом следует принимать во внимание организационно-технические условия

протекания процесса. Период отбора выборок можно также определить на основе экономических показателей.

Период отбора выборок может быть определен расчетным путем как частное от деления времени между наладкой и переналадкой (подналадкой) оборудования и значения СДС налаженного процесса (L_0).

4.2. Простые контрольные карты Шухарта

Контрольные карты Шухарта бывают двух основных типов: для количественных и альтернативных данных. При проектировании процедуры управления с помощью КК возможны случаи, когда стандартные значения заданы (т.е. значения установлены в соответствии с некоторыми конкретными требованиями или целями), либо стандартные значения не заданы.

Целью КК с не заданными стандартными значениями является обнаружение отклонений значений параметров (например, \bar{X} , \bar{R} или какой-либо другой статистики), которые обусловлены наличием иных причин изменчивости, кроме предполагаемых обычных. Эти контрольные карты целиком основаны на данных априорной информации, полученной в ходе предварительного исследования процесса, которая принимается в качестве базовой и используется для обнаружения вариаций, обусловленных неслучайными причинами изменчивости.

Целью КК для которых заданы стандартные значения является определение того, отличаются ли наблюдаемые значения \bar{X} , R и т.п. для нескольких выборок (каждая объемом n наблюдений) от соответствующих стандартных значений на величину большую, чем предполагаемая в условиях действия только обычных причин изменчивости. Особенностью карт с заданными стандартными значениями является дополнительное требование, предполагающее определение, на начальном этапе «положения» центра группирования и величины вариации процесса. Установленные значения могут базироваться на имеющейся конструкторской и технологической документации, а также на установленных экономических показателях.

Применяются следующие типы контрольных карт для количественных и качественных признаков (табл. 15).

Таблица 15

Типы контрольных карт

Контрольные карты для количественных данных	Контрольные карты для альтернативных данных
карты среднего (\bar{X}) и или выборочных	карта долей несоответствующих единиц продукции (p)
карта индивидуальных значений (\bar{X})	карта числа несоответствующих единиц (np)
карта медиан (Me) и размахов (R)	карта числа несоответствий (c) или
карты размахов (R)	карта числа несоответствий, приходящихся на единицу продукции (u)
карты стандартных отклонений (s)	
карты скользящих размахов (\bar{R})	

Построение контрольных карт для количественных данных. Контрольные карты для количественных данных имеют более широкое распространение по следующим причинам:

а) большинство процессов и их продукция на выходе имеют характеристики, которые могут быть оценены инструментально, так что возможность применения таких карт потенциально широка;

б) количественная оценка более информативна, чем простое утверждение «да – нет»;

в) получаемые в ходе измерений характеристики процесса не зависят от норм регламентирующих допустимые значения наблюдаемых характеристик; это позволяет получать независимую картину состояния процесса; после этого характеристики процесса можно сравнивать с установленными требованиями;

г) объемы выборок для количественных данных почти всегда меньше и при этом намного эффективнее; это позволяет в некоторых случаях снизить общую стоимость контроля и уменьшить временной разрыв между обнаружением разладки процесса и корректирующими воздействиями.

Количественные характеристики, как правило, являются непрерывными случайными величинами и распределяются в соответствии с законом нормального распределения. Предполагается, что нормальное распределение распространяется и на вариации значений случайной величины внутри выборок. Отклонения от этого предположения влияют на риски, связанные с выработкой управляющих решений на основании данных КК. Табулированные коэффициенты для вычисления контрольных границ рассчитаны в предположении нормального распределения исследуемых параметров процесса. Поскольку контрольные границы используются только как эмпирические критерии при принятии решений, допустимо пренебрегать малыми отклонениями от нормальности.

Назначением любых КК является контроль изменения параметров плотности распределения (\bar{X} – центра группирования и σ – стандартного отклонения). Поэтому в случае применения КК для количественных данных, используя одни и те же мгновенные выборки, принято одновременное ведение пары контрольных карт: для управления: статистикой, определяющей меру положения наблюдаемого параметра и статистикой определяющей меру ее рассеивания.

Карты средних (\bar{X}) и размахов (R) или выборочных стандартных отклонений (s). Главным вопросом при построении контрольных карт регулирования является расчет границ регулирования, который осуществляется в соответствии с зависимостями, приведенными в табл. 16.

Зависимости для расчета контрольных границ

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения не заданы	
	Центральная линия	верхняя граница регулирования (UCL_X) и нижняя граница регулирования (LCL_X)	Центральная линия	верхняя граница регулирования (UCL_X) и нижняя граница регулирования (LCL_X)
\bar{X}	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$ или $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	X_0 или μ	$X_0 \pm A\sigma_0$
R	\bar{R}	$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$	R_0 или $d_2 \sigma_0$	$D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$
s	\bar{s}	$B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}$	s_0 или $C_4 \sigma_0$	$B_5 \sigma_0, B_6 \sigma_0$

Примечание – $A, A_2, A_3, d_2, D_1...D_4, B_3...B_6, C_4$ – коэффициенты, зависящие от объема выборки и закона распределения показателя качества процесса;
 $\bar{\bar{X}}$ – среднее арифметическое значение общей выборки, рассчитанное как $1/m$ суммы средних арифметических m мгновенных выборок, полученных на стадии предварительного анализа процесса;
 \bar{R} – среднее арифметическое размахов, рассчитанное как $1/m$ суммы размахов m мгновенных выборок, полученных на стадии предварительного анализа процесса;
 X_0 – заданные стандартные значения среднего арифметического значения;
 μ_0 – заданные стандартные значения математического ожидания;
 s_0 или σ_0 – заданные стандартные значения стандартного отклонения.

В табл. 17 приведены значения коэффициентов для вычисления контрольных границ в зависимости от числа изделий в выборке ($n \leq 10$).

Коэффициенты для вычисления линий контрольных карт

Число наблюдений в подгруппе n	Коэффициенты для вычисления контрольных границ												Коэффициенты для вычисления центральной линии			
	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	D_1	D_2	D_3	D_4	C_4	$1/C_4$	d_1	$1/d_1$	
2	2,121	1,880	2,659	0,000	3,267	0,000	2,606	0,000	3,686	0,000	3,267	0,7979	1,2533	1,128	0,8865	
3	1,732	1,023	1,954	0,000	2,568	0,000	2,276	0,000	4,358	0,000	2,574	0,8886	1,1284	1,693	0,5907	
4	1,500	0,729	1,628	0,000	2,266	0,000	2,088	0,000	4,696	0,000	2,282	0,9213	1,0854	2,059	0,4857	
5	1,342	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	1,964	0,000	4,918	0,000	2,114	0,9400	1,0638	2,326	0,4299	
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	0,000	5,078	0,000	2,004	0,9515	1,0510	2,534	0,3946	
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,204	5,204	0,076	1,924	0,9594	1,0423	2,704	0,3698	
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,306	0,136	1,864	0,9650	1,0363	2,847	0,3512	
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,393	0,184	1,816	0,9693	1,0317	2,970	0,3367	
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,687	5,469	0,223	1,777	0,9727	1,0281	3,078	0,3249	

Пример. Определить границы регулирования и построить совмещенную контрольную карту средних и размахов для проведения статистического управления процессом обработки вала $\varnothing 38f10$ с использованием КК.

На начальном этапе получим необходимую априорную информацию путем обработки результатов контроля искомого параметра в сформированной общей выборке из числа изготовленных, в ходе реализации технологического процесса, деталей.

С целью формирования общей выборки в ходе реализации технологического процесса отбирается ряд (в нашем случае 20 по 5 единиц продукции в каждой) мгновенных выборок.

Результаты контроля мгновенных выборок и статистические параметры общей выборки представлены в табличной форме.

№ выборки	$X_{1, мм}$	$X_{2, мм}$	$X_{3, мм}$	$X_{4, мм}$	$X_{5, мм}$	$\bar{X}_i, мм$	$R_i, мм$
1	37,979	37,994	37,969	38,002	37,980	37,985	0,033
2	37,983	37,974	37,965	37,992	37,940	37,970	0,052
3	37,963	37,985	37,971	37,967	37,959	37,969	0,026
4	37,978	37,976	37,987	37,994	37,972	37,981	0,022
5	37,981	37,999	37,999	38,013	37,952	37,989	0,061
6	37,967	37,955	37,988	37,934	37,972	37,963	0,054
7	37,979	37,973	37,988	37,968	37,981	37,978	0,020
8	37,977	37,974	37,975	37,985	37,975	37,977	0,011
9	37,959	37,970	37,956	37,968	37,965	37,964	0,014
10	37,979	38,017	37,971	37,987	37,951	37,981	0,066
11	37,947	38,004	37,946	37,981	37,961	37,968	0,058
12	37,993	37,963	37,966	37,991	37,961	37,975	0,032
13	37,960	37,950	37,993	37,966	37,989	37,972	0,043
14	37,968	37,972	37,984	37,992	37,995	37,982	0,027
15	37,989	37,936	37,956	37,977	37,968	37,965	0,053
16	37,982	37,979	37,988	37,993	37,991	37,987	0,014
17	37,986	37,966	37,995	37,981	37,979	37,981	0,029
18	37,977	38,009	37,956	37,982	37,971	37,979	0,053
19	37,966	37,973	37,966	37,992	37,949	37,969	0,043
20	38,001	38,006	37,959	38,010	37,951	37,985	0,059

Для каждой выборки определим среднее арифметическое и размах. Полученные результаты внесем в таблицу. После чего определим статистики общей выборки – средний размах \bar{R} и среднее общей выборки $\bar{\bar{X}}$.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i = 37,974 \text{ мм}, \quad \bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i = 0,046 \text{ мм}.$$

Определим границы регулирования

Для нахождения верхней и нижней границ регулирования карты средних \bar{X} используем следующие зависимости, приведенные в табл. 18.

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R}, \quad LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R}.$$

Для нашего случая

$$\begin{aligned}UCL_{\bar{X}} &= 37,974 + 0,577 \cdot 0,046 = 38,000 \text{ мм}, \\LCL_{\bar{X}} &= 37,974 - 0,577 \cdot 0,046 = 37,947 \text{ мм}.\end{aligned}$$

где $UCL_{\bar{X}}$ – верхняя граница регулирования, мм;

$LCL_{\bar{X}}$ – нижняя граница регулирования, мм;

A_2 – коэффициент, зависящий от объема выборки, в нашем случае ($n = 5$) $A_2 = 0,577$.

Для нахождения верхней (UCL) и нижней (LCL) границ регулирования карты размахов R , используются следующие зависимости:

$$UCL_{\bar{R}} = D_4 \cdot \bar{R} = 0,114 \cdot 0,046 = 0,097 \text{ мм}, \quad LCL_{\bar{R}} = D_3 \cdot \bar{R}.$$

где D_4 – коэффициент, зависящий от объема выборки, в нашем случае $D_4 = 2,114$.

Так как D_3 для выборки $n = 5$ равна 0, нижняя граница регулирования совпадает с нулевой линией (осью абсцисс).

Контрольные карты индивидуальных значений (\bar{X}) и скользящих размахов (R). В некоторых случаях для управления процессами невозможно по техническим причинам либо нерационально с экономической точки зрения формировать выборки из нескольких изделий. Время или стоимость столь велики, что проведение повторных испытаний не целесообразно. Это наблюдается, когда измерения связаны с производством относительно небольшого количества дорогостоящих изделий или имеет место разрушающий контроль изделий при испытаниях. В этих условиях приходится прибегать к управлению процессом на основе индивидуальных значений.

Скользящий размах – это абсолютное значение разности результатов измерений в последовательных парах, т. е. разности результатов первого и второго измерений, затем второго и третьего и т. д. На основе скользящих размахов вычисляют средний скользящий размах \bar{R} , который используют для построения границ регулирования контрольных карт. Также по результатам контроля изделий на предварительном этапе, которые объединяются в общую выборку, вычисляют общее среднее $\bar{\bar{X}}$.

В табл. 19 приведены формулы расчета контрольных границ карт индивидуальных значений и скользящих размахов.

Очевидно, карты индивидуальных значений не оценивают повторяемость процесса от изделия к изделию, и в этом смысле они уступают простым \bar{X} - и R -картам с малыми объемами выборочных подгрупп (от 2 до 4).

Формулы для расчета контрольных границ карт индивидуальных значений

Статистика	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы	
	Центральная линия	верхняя граница регулирования ($UCL_{\bar{X}}$) и нижняя граница регулирования ($LCL_{\bar{X}}$)	Центральная линия	верхняя граница регулирования ($UCL_{\bar{X}}$) и нижняя граница регулирования ($LCL_{\bar{X}}$)
Индивидуальное значение X	\bar{X}	$\bar{X} \pm E_2 \bar{R}$	X_0 или μ	$X_0 \pm 3\sigma_0$
Скользящий размах R	\bar{R}	$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$	R_0 или $d_2 \sigma_0$	$D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$

Примечание – Заданы стандартные значения X_0 и R_0 или μ и σ_0 ;
 \bar{R} обозначает среднее скользящего размаха из двух наблюдений ($n = 2$)
Значения коэффициентов d_2, D_1, \dots, D_4 и косвенно $E_2 = 3/d_2$ при $n = 2$

Контрольные карты медиан (Me). Карты медиан – альтернатива \bar{X} -картам. Использование карты медиан позволяет принимать необходимые управленческие решения в соответствии с теми же правилами, которые используются при трактовке других контрольных карт (например \bar{X} -карт). Некоторым преимуществом Me КК является простота в применении. Это может облегчить их внедрение в производство.

Расчет границ регулирования осуществляется следующим образом:

$$\bar{Me} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Me_i,$$

где Me_i – медиана каждой / мгновенной выборки.

Тогда

$$UCL_{\bar{Me}} = \bar{Me} + A_4 \cdot \bar{R}, \quad LCL_{\bar{Me}} = \bar{Me} - A_4 \cdot \bar{R}.$$

Карту медиан строят таким же образом, как и \bar{X} - и R -карты. Коэффициент A_4 приведен в табл. 20.

Таблица 20

Значения коэффициента A_4

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_4	1,88	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

Следует отметить, что карта медиан более медленно реагирует на выход процесса из состояния статистической управляемости, чем \bar{X} -карта.

Анализируя рассмотренные выше КК необходимо отметить, что все они эквивалентны по цели применения, но имеют разные характеристики.

Наиболее эффективным для управления мерой положения является использование КК средних (\bar{X}), но для ее применения необходимо вычислять среднее арифметическое значение для каждой извлекаемой мгновенной выборки, что при определенной организации производства может привести к увеличению трудоемкости изготовления продукции.

Карта медиан (Me-карта) уступает по эффективности карте средних арифметических при том же объеме выборок, так как медиана имеет больший разброс, чем среднее арифметическое. Но медиана не требует вычислений, а разброс здесь иногда может быть компенсирован увеличением объема выборок.

КК индивидуальных значений уступает по эффективности КК медиан, так как индивидуальные значения имеют больший разброс, чем среднее арифметическое и медиана. Эта КК при своей простоте может быть рекомендована к применению в технически и экономически обоснованных случаях, связанных со спецификой методики контроля и стоимостью единицы продукции.

4.3. Контрольные карты для альтернативных данных

Для отдельных характеристик изделия в ходе управления производственным процессом для оценки, регистрации и анализа данных достаточно определить, лежат ли они в пределах установленных границ (т.е. являются «годными») или же выходят в ту или иную сторону за эти пределы (т.е. являются «дефектными»), без определения их количественной оценки. Таким образом, управление сводится к альтернативной, имеющей только два значения, оценке наблюдаемого параметра (годный/негодный, соответствует/не соответствует, присутствует/отсутствует). В соответствии с этой оценкой принимается то или иное решение.

Альтернативные данные по сравнению с количественными могут быть получены относительно быстро, со значительно меньшими затратами. Для их сбора, как правило, не требуется специалисты высокой квалификации.

При построении контрольных карт, использующих альтернативный признак для оценки, вводится понятие «**дефекта**» продукции.

Для целей статистического управления процессами достаточно классифицировать дефекты на:

- малозначительные;
- значительные;
- критические.

Малозначительный дефект – дефект, в результате которого изделие теряет некоторую рыночную привлекательность, но сохраняет все исходные технические характеристики.

Значительный дефект – дефект, при котором изделие может использоваться по назначению, однако, оно меняет свои технические характеристики.

Критический дефект – дефект, при котором эксплуатация изделия невозможна и недопустима.

При построении карт регулирования по альтернативному признаку устанавливается нормированное значение характеристики качества объекта контроля, которое позволяет разделить объекты на «соответствующие» и «несоответствующие».

Статистическими оценками, используемыми при построении альтернативных контрольных карт, являются: количество несоответствующих единиц продукции (np), доля несоответствующих единиц продукции (p), число несоответствий (c) и число несоответствий на единицу продукции (u).

Исходя из этого, КК управления по альтернативному признаку делятся на четыре вида:

- 1) p -карты для долей несоответствующих единиц (из выборок не обязательно равного объема);
- 2) np -карты для количества несоответствующих единиц (как правило, для выборок одинакового объема);
- 3) c -карты для количества несоответствий (как правило, для выборок равного объема);
- 4) u -карты для количества несоответствий на единицу (для выборок не обязательно равного объема).

Альтернативные характеристики ведут себя как дискретные случайные величины. Следует отметить, что p - и np -карты строятся в предположении, что распределение случайной величины подчиняется биномиальному закону распределения, а c - и u -карты – закону распределения Пуассона. Для целей статистического управления процессами достаточно использования одной контрольной карты, построенной на основе альтернативных данных.

Порядок построения КК регулирования по альтернативным данным аналогичен методике разработки ранее рассмотренных карт. В основе их построения лежит расчет границ регулирования.

Рекомендуемое число выборок может колебаться в пределах 20-25, однако их количество диктуется конкретными технологическими условиями. Короткие интервалы времени отбора могут позволить ускорить реакцию на возможные изменения процесса, однако, с другой стороны, такой подход может нарушить требования формирования больших объемов выборок.

Если объемы выборок одинаковы, то контрольные границы представляют собой горизонтальные прямые. Если объемы различены, то границы рассчитывают отдельно для каждого объема выборок. При этом, чем меньше объем выборки, тем уже эти границы и наоборот. Если объем выборок меняется несущественно, то расчет контрольных границ можно проводить используя средний объем выборки (\bar{n}). Колебания в объемах выборок могут считаться несущественными, если они не превышают 10-15 % от принятого среднего объема выборки.

Для случаев, когда объемы выборок меняется существенно (более 25 %) вместо значений p наносят нормированные значения Z , которые в зависимости

от того, установлены или не установлены стандартные значения p_0 , рассчитываются по следующим зависимостям:

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \text{ или } z = \frac{p - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}}$$

При этом центральная линия и контрольные границы остаются постоянными независимо от объема выборок.

P -карты для доли несоответствующих единиц продукции. Объем выборок для построения карт, основанных на альтернативном признаке, примерно в 1,5 раза больше по сравнению с, решающими аналогичные задачи, картами, построенными по количественному признаку. В связи с тем, что доля несоответствующих единиц продукции является относительным показателем, характеризующим качество продукции, объемы выборки могут колебаться при осуществлении процесса регулирования с помощью КК.

Для каждой выборки должна быть определена доля несоответствующих единиц продукции p .

$$p = \frac{z}{n}$$

где Z – число найденных несоответствующих единиц продукции в выборке;
 n – число единиц продукции в выборке.

Затем определяется средняя доля несоответствующих единиц продукции в выборке

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_m}{m},$$

где $p_1 \dots p_m$ – доля несоответствующих единиц продукции в выборках от 1 до m ;
 m – количество выборок.

Для нахождения границ регулирования используются следующие формулы:

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}}, \quad LCL_p = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{\bar{n}}},$$

где UCL_p – верхняя граница регулирования;

LCL_p – нижняя граница регулирования;

\bar{n} – усредненный объем выборки ($\bar{n} = \sum_{i=1}^k n/m$).

КК позволяют провести анализ управляемости процесса, целью которого является выявление, при их наличии, признаков, свидетельствующих об изменении параметров процесса (т.е. выходе его из статистически управляемого состояния) и принятия соответствующих управляющих решений для восстановления исходного состояния.

К признакам, указывающим на наличие особых причин изменчивости, следует отнести:

- выход статистики за одну из контрольных границ;
- очевидное неслучайное поведение точек, в том числе тренды, циклы, необычный разброс даже в случае, когда все точки находятся внутри контрольных границ;
- расположение 7 точек подряд по одну сторону от среднего значения;
- расположение 7 точек подряд в устойчиво возрастающем (когда значения равны, или последующее больше предыдущего) или устойчиво убывающем порядке;
- нахождение менее 2/3 контрольных точек в пределах средней трети (внутренней зоне) полосы между контрольными границами и, соответственно, более 1/3 точек во внешних зонах между контрольными границами.

Следует иметь в виду, что, когда число несоответствующих единиц продукции в выборке достаточно велико (9 или больше), распределение значений p близко к нормальному. В этом случае может использоваться анализ трендов, применяемых для оценки наличия особых причин изменчивости характеристик, распределенных по нормальному закону.

Контрольная карта количества несоответствующих единиц продукции (np -карта) применяется для контроля и регулирования процессов на основании выборок по результатам оценки действительного числа несоответствующих единиц продукции.

Карты « p » и « np » пригодны для применения в одних и тех же ситуациях, однако np -карте отдается предпочтение в случаях, если:

- для последующего анализа и принятия управляющего решения в первую очередь необходимо знать действительное число несоответствий;
- размер выборки заведомо остается большим и постоянным в течение всего периода регулирования.

Для нахождения границ регулирования используются следующие зависимости:

$$UCL_{np} = \bar{np} + 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})}, \quad LCL_{np} = \bar{np} - 3\sqrt{\bar{np}(1 - \bar{p})},$$

где UCL_{np} – верхняя контрольная граница;

LCL_{np} – нижняя контрольная граница;

\bar{np} – среднее количество несоответствующих единиц для периода изучения m выборок на стадии предварительного анализа процесса, рассчитываемое как:

$$\overline{np} = \frac{\sum_{i=1}^m z_i}{m},$$

где z_i – количество дефектов в i выборке.

Изменение объема выборок до 15 % считается допустимым. Увеличение колебаний в объемах выборок свыше указанной нормы требует пересчета контрольных границ.

Контрольная карта числа несоответствий (с-карта) применяется для оценки числа несоответствий (числа дефектов) в контролируемой выборке. Карта требует постоянного объема выборки (выборка может состоять из некоторого количества единиц продукции, либо, например, соответствовать определенной длине, площади или объему материала). КК применима, главным образом в случаях, когда несоответствия, возникающие из-за присутствующих нескольких потенциальных источников, могут быть обнаружены в одной контролируемой единице продукции (Например, в одной литой заготовке могут одновременно наблюдаться сколы, трещины и др.).

Для нахождения контрольных границ при построении с-карты используются следующие зависимости:

$$UCL_c = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}, \quad LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}},$$

где UCL_c – верхняя граница регулирования;

LCL_c – нижняя граница регулирования;

\bar{c} – среднее количество несоответствий для периода изучения m выборок в ходе предварительного анализа процесса, рассчитываемое как:

$$\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i}{m}.$$

Контрольная карта количества несоответствий на единицу продукции (U-карта) применяется для контроля и регулирования процессов на основании выборок по результатам оценки доли дефектов путем деления числа обнаруженных несоответствий на число проверенных изделий.

«U»-карта применяется как для выборок постоянного объема, так и выборок переменного объема, поскольку в качестве статистики, на основании которой осуществляется управление, используется относительный показатель.

Для каждой выборки должна быть определена доля обнаруженных несоответствий на число единиц продукции в выборке u .

$$u_i = \frac{c_i}{n_i},$$

где c_i – число найденных несоответствий в i выборке.

Среднее число несоответствий на единицу продукции

$$\bar{u} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_m}{m}$$

Для нахождения границ регулирования используются следующие зависимости:

$$UCL_u = \bar{u} + 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}, \quad LCL_u = \bar{u} - 3 \sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}$$

где UCL_u – верхняя контрольная граница;

LCL_u – нижняя контрольная граница;

\bar{n} – усредненный объем выборки ($\bar{n} = \sum_{i=1}^k n/m$);

\bar{u} – среднее количество несоответствий на единицу продукции для периода изучения m выборок предварительного анализа.

4.4. Приемочные контрольные карты

Одной из задач статистического управления процессами, является осуществление, в ходе его реализации подналадки с целью корректировки и «приведения к оптимальному значению». Такие действия обусловлены возникновением дополнительного источника изменчивости процесса. В большинстве случаев сдвиги уровня процесса ожидаемы и их можно оценить. Источниками такой изменчивости являются, как правило, известные причины, предотвращение которых либо невозможно по техническим причинам, либо нецелесообразно исходя из экономических соображений. Как правило, сдвиги в процессе появляются через нерегулярные, продолжительные интервалы времени, а источники их проявления нельзя отнести к обычным (случайным) составляющим изменчивости.

Существует два основных подхода к стратегии управления в случае наличия факторов, вызывающих изменчивость в положении уровня процесса.

Одним из возможных является подход, реализация которого направлена на то, что вся изменчивость, выражающаяся в отклонениях от целевого значения, должна быть минимизирована. Такой подход предполагает создание, как правило, технологических приемов, позволяющих повысить способность поддержания процесса в более узких границах варьирования (изменчивости), тем самым создавая дополнительные предпосылки для совершенствования качества процесса или продукции.

Другой подход базируется на утверждении, что при обеспечении варьирования параметра управления в рамках установленных границ, неэкономично вводить излишнее управление процессом. Он, как правило, является результатом предположения, что контроль за счет выбраковки дефектной продукции при правильной организации статистического управления в «состоянии» обеспечить заданное качество продукции или процесса.

В основу приемочной контрольной карты положена контрольная карта Шухарта. Процедура ее применения предусматривает возможность смещения статистических показателей процесса в направлении контрольных границ, положение которых зависит от соотношения величины допуска на параметр управления к величине присущей процессу изменчивости.

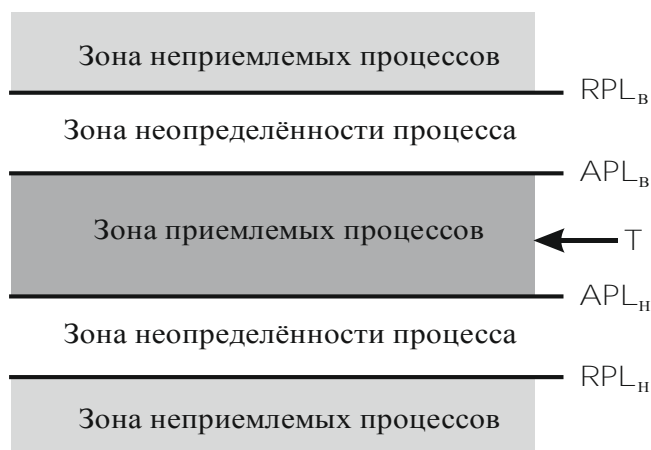
Задача состоит в определении такого предельного состояния процесса, обусловленного определяемого смещением статистических показателей от целевого значения, при котором он заведомо давал бы «недопустимый» процент дефектных изделий, т.е. имел бы «избыточный» сдвиг уровня процесса.

В ходе реализации процедуры статистического управления осуществляется отбор мгновенных выборок и расчет статистик, в качестве которых выступает среднее значение результата в выборке. При последовательном, по мере изготовления продукции, нанесении средних значений на приемочную карту, имеет место постоянное изменение их положения на поле карты, которое условно можно разделить на пять зон (рис. 4.2).

Попадание статистики, полученной по результатом обработки выборки в центральную зону (зону приемлемых процессов, находящуюся в границах $APL_B - APL_H$) свидетельствует о приемлемости продукции.

Любой процесс, статистические показатели которого находятся в приемлемой зоне, имеет такой уровень качества, при котором его принимают с вероятностью $(1 - \alpha)$. Поскольку α - риск отклонения удовлетворительного процесса незначителен, он, как правило, признается соответствующим (т.е. «принимается»). Чем ближе статистика в процессе управления к целевому значению T и, соответственно дальше от APL , тем меньше риск отклонения такого процесса.

В тоже время попадание статистики в одну из внешних зон (зону неприемлемых процессов: $\leq RPL_B$ и $\geq RPL_H$) свидетельствует о том, что процесс находится в неприемлемом состоянии, при котором возможен выпуск дефектной продукции в «недопустимых» объемах.



T — целевое значение; APL — приемлемый уровень процесса;
 RPL — неприемлемый уровень процесса.

Рис. 4.2. Зоны поля карты приемочного контроля

Задача сводится к определению такого уровня процесса (RPL), достижение которого будет свидетельствовать о его неприемлемости. Такой процесс будет «почти всегда» отклонен. Вероятность его отклонения $(1 - \beta)$, где β – риск приемки неудовлетворительного процесса. Любой процесс, находящийся дальше от целевого значения T (а точнее за внешними границами: $\leq RPL_B$ и $\geq RPL_H$) будут иметь вероятность приемки меньше, чем β .

Зоны, находящиеся между границами APL и RPL называются зонами неопределенности. Увеличение объемов выборки позволяет сузить эти зоны и наоборот.

Для построения приемочной контрольной карты необходимо иметь следующие исходные данные:

- а) приемлемый уровень процесса (APL), связанный с α - риском;
- б) неприемлемый уровень процесса (RPL), связанный с β - риском;
- в) критерий принятия решения или приемочные контрольные границы ACL, которые располагаются обычно между RPL и APL.
- г) объем выборки n .

Установление параметров процесса. Параметрами процесса может быть любая пара из 4-х определяющих элементов:

- приемлемого уровня процесса APL с риском α ;
- неприемлемого уровня процесса RPL с риском β ;
- приемочной контрольной границы ACL;
- объема выборки n .

Кроме того, должны быть известны истинное или оцененное среднее квадратическое отклонение σ_W внутри выборки, стандартные отклонения доли несоответствующих единиц продукции в выборке σ_p , число несоответствий в выборке σ_c :

$$\hat{\sigma}_W = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ или } \sigma_W = \frac{\bar{s}}{c_4}, \quad \hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p(p-1)}{n}} \text{ или } \sigma_c = \sqrt{c},$$

где σ_W – оцененное среднее квадратическое отклонение параметра качества в выборке;

\bar{R} – среднее значение размахов подгрупп;

d_2 и c_4 – коэффициенты, зависящие от объема выборки;

\bar{s} – среднее квадратическое отклонение параметра качества во всех выборках;

$\hat{\sigma}_p$ – среднее квадратическое отклонение для доли несоответствующих единиц продукции в выборке;

σ_c – среднее квадратическое отклонение для числа несоответствий в выборке;
 n – объем выборки.

Применяются следующие варианты определения параметров процесса (табл. 21).

Таблица 21

Варианты нормирования и условия применения

№ варианта	Нормируемые параметры	Расчетные параметры	Условия применения
1	– приемлемый уровень процесса APL с риском α ; – неприемлемый уровень процесса RPL с риском β ; (как правило $\alpha = 0,05$)	– объем выборки n ; – приемочная контрольная – граница ACL.	а) определение приемлемых процессов на основе: – экономических или практических соображений, которые допускают малые дискретные сдвиги уровня процесса; – допустимого уровня качества, определяемого процентом изделий, выходящих за пределы поля допуска; б) определение неприемлемых процессов, исходя из практических соображений, дающих необоснованно большие сдвиги уровня процесса или большой процент изделий, выходящих за пределы поля допуска.
2	– приемлемый уровень процесса APL с риском α ; – объем выборки n .	– неприемлемый уровень процесса RPL с риском β ; (как правило $\alpha = 0,05$); – приемочная контрольная граница ACL.	определение приемлемых процессов при ограничении допускаемого объема выборки n .
3	– неприемлемый уровень процесса RPL с риском β ; – объем выборки n .	– приемлемый уровень процесса APL с риском α ; – приемочная контрольная граница ACL.	определение неприемлемых процессов, по аналогии с вариантом 1, при ограничении объема выборки n .
4	– приемочная контрольная граница ACL. – объем выборки n .	– приемлемый уровень процесса APL с риском α ; – неприемлемый уровень процесса RPL с риском β .	при интерпретации значений контрольной карты, выявлении наиболее эффективных уровней приемлемых и неприемлемых процессов.

Остальные сочетания пар определяющих элементов, как правило, не применяются.

4.5. Контрольные карты с предупреждающими границами

При статистическом управлении процессами по количественному признаку (в случае, когда управление осуществляется с использованием контрольных карт для средних значений) возможно применение карт с предупреждающими границами, которые являются модификацией простых контрольных карт Шухарта.

Контрольные карты (КК) для средних значений с предупреждающими границами отличаются более высокой чувствительностью к сдвигам уровня процесса.

Для рассматриваемых КК уровень процесса является объектом управления. Поэтому сигналом к корректирующим действиям является не появление несоответствующих единиц продукции в выборке, а недопустимое изменение уровня процесса, например выход X за специально установленные границы (μ_1 или μ_{-1}) для ограничения недопустимого изменения уровня процесса.

Применение КК возможно при наличии следующих исходных данных:

- требований к качеству продукции (т.е. нормированию поля допуска контролируемого параметра и недопустимого значения возможной доли несоответствующих единиц продукции);

- требований к качеству процесса μ_0, μ_1 и (или) μ_{-1} ;

Требования к качеству продукции устанавливаются в технических условиях и (или) в контракте, требования к качеству процесса – в технологической документации.

Применение КК требует выполнения следующих условий.

1. При двустороннем критерии целевой уровень процесса μ_0 соответствует значению центра поля допуска на контролируемый параметр, установленного в нормативной документации.

2. Стандартное отклонение σ контролируемого параметра должно быть постоянным и приемлемым.

3. Значения μ_1 и μ_{-1} выбирают таким образом, чтобы нормировать предельные сдвиги уровня процесса ($\Delta = \mu_1 - \mu_0$ или $\Delta = \mu_0 - \mu_{-1}$), которые должны быть быстро идентифицированы как недопустимые. Эти значения определяют через нормированное значение доли несоответствующих единиц продукции.

Для статистического управления процессом изначально должны быть заданы допуск на контролируемый параметр и недопустимое значение возможной доли несоответствующих единиц продукции. Эти требования к качеству продукции переводят в требования к качеству процесса через установление недопустимых сдвигов уровня процесса.

4. В случае двустороннего критерия ($\mu_1 > \mu_0$ и $\mu_{-1} < \mu_0$) интерес представляют оба направления возможных отклонений уровня процесса от μ_0 . Если процесс вышел из статистически управляемого состояния в любом направлении, то он должен быть скорректирован.

Значение δ , которое характеризует приведенное значение математического ожидания (уровня процесса) для процесса, вышедшего из статистически управляемого состояния, рассчитывается с использованием μ_0 , σ , μ_1 и (или) μ_{-1} следующим образом:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} = \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}.$$

Когда величина σ постоянна, процесс может выйти из статистически управляемого состояния под влиянием неслучайных причин.

Статистическое управление процессом осуществляют с использованием контрольных карт, которые в отличие от простых КК имеют две дополнительные предупреждающие (внутренние) границы.

Контрольная карта для среднего с предупреждающими границами имеет целевую (центральную) линию процесса μ_0 , соответствующую центру поля допуска контролируемого параметра. Предупреждающие границы (внутренние верхняя и нижняя границы регулирования), при двухстороннем регулировании, определяются значениями $\mu_0 \pm B_2\sigma/\sqrt{n}$, а границы регулирования (внешние верхняя и нижняя границы) – значениями $\mu_0 \pm B_1\sigma/\sqrt{n}$, (где n – объем выборки, а B_1 и B_2 , – коэффициенты, определяющие положение границ регулирования и предупреждающих границ на КК.).

В случае, когда контролируемый параметр имеет двухстороннее нормирование на КК, выделяется пять зон качества (рис. 4.3).

A_+		$\mu_0 + B_1\sigma/\sqrt{n}$	Верхняя граница регулирования
W_+		$\mu_0 + B_2\sigma/\sqrt{n}$	Верхняя предупреждающая граница
T		μ_0	Центральная линия
		$\mu_0 - B_2\sigma/\sqrt{n}$	Нижняя предупреждающая граница
W_-			
A_-		$\mu_0 - B_1\sigma/\sqrt{n}$	Нижняя граница регулирования

Рис. 4.3. Зоны качества для статистического управления процессом с двусторонним нормированием

а) зону T (целевую): выборочное среднее арифметическое находится между верхней и нижней предупреждающими границами;

б) зоны W_+ и W_- (предупреждающие): выборочное среднее арифметическое находится соответственно между верхней предупреждающей границей и верхней границей регулирования или между нижней предупреждающей границей и нижней границей регулирования;

в) зоны A_+ и A_- (критические): выборочное среднее арифметическое находится соответственно выше верхней или ниже нижней границ регулирования.

В случае, когда контрольный параметр имеет одностороннее нормирование (например, нормируется наибольший предельный размер), на КК выделяют три зоны качества (рис. 4.4).

Выборочное среднее арифметическое наносят на контрольную карту с предупреждающими границами, у которой по оси абсцисс откладывается время выборки или ее порядковый номер, а по оси ординат выборочное среднее арифметическое значение \bar{x}_i .

A_+	$\mu_0 + B_1\sigma / \sqrt{n}$	Верхняя граница регулирования
W_+	$\mu_0 + B_2\sigma / \sqrt{n}$	Верхняя предупреждающая граница
T	μ_0	

Рис. 4.4. Зоны качества для КК при статистическом управлении параметра с односторонним нормированием

При выборе плана статистического управления процессом с использованием КК с предупреждающими границами необходимо установить:

- объем выборки n ;
- период отбора выборок t ;
- коэффициент K , определяющий предельное количество последовательных точек, соответствующих значениям выборочных средних арифметических, находящихся в зонах W_+ или W_- , достижение которого свидетельствует о необходимости остановки процесса для последующего принятия управляющего решения (корректировки процесса);
- коэффициенты B_1 и B_2 , определяющие границы регулирования;
- среднюю длину серии выборок (ARL) налаженного процесса L_0 и среднюю длину серии выборок (ARL) разлаженного процесса L_1 .

Исходными величинами для выбора плана статистического управления процессом являются значения μ_0 , σ , μ_1 и (или) μ_{-1} , L_0 и L_1 .

Эффективность процедуры статистического управления процессом может быть оценена через средние длины серий выборок. Средняя длина серии выборок (ARL) налаженного процесса L_0 – это среднее число выборок, которые будут извлечены до получения сигнала о неуправляемом состоянии процесса, при неизменном уровне процесса. По существу это количество выборок, отобранных в ходе статистического управления процессом от времени его наладки до времени переналадки (или подналадки). Значения ARL табулированы. При этом ARL имеет максимальное значение, когда уровень процесса совпадает с целевым уровнем μ_0 , когда уровень процесса отклоняется от целевого, значение ARL резко уменьшается.

При совпадении уровня процесса с целевым уровнем μ_0 обеспечивается низкая вероятность возникновения ложных сигналов о выходе процесса из статистически управляемого состояния. При уровне процесса со значениями μ_1

или μ_{-1} средняя длина серий выборок обозначается L_1 и должна принимать малое значение. Это позволяет быстро обнаружить неудовлетворительное состояние процесса. Поэтому параметры контрольной карты должны быть рассчитаны для условия $L_0 / L_1 \rightarrow \max$.

Если хотя бы одна точка соответствующая выборочному среднему арифметическому значению \bar{x} попала в верхнюю критическую зону A_+ или в нижнюю критическую зону A_- , то это является свидетельством о выходе процесса из статистически управляемого состояния. При получении такого сигнала должно быть принято решение об остановке процесса для определения причин потери управляемости процесса и выработке рекомендаций по его наладке.

Если установленное количество последовательных точек K попадает в одну из предупреждающих зон – верхнюю W_+ или нижнюю W_- , то это служит сигналом о выходе процесса из-под контроля и необходимости его корректировки.

Таким образом, КК с предупреждающими границами позволяют фиксировать даже самые небольшие сдвиги уровня процесса на основе дополнительной информации, получаемой от точек, попавших в предупреждающую зону. При этом сохраняется возможность выявления значительных сдвигов в уровне процесса, когда выборочные средние арифметические выходят за пределы границ регулирования. По сравнению с контрольными картами Шухарта предлагаемые КК более чувствительны к незначительным и медленно формирующимся источникам изменчивости процессов.

4.6. Контрольные карты кумулятивных сумм

Существуют несколько методик построения КК кумулятивных сумм (ку-сум-карт). Эти карты отличаются от простых контрольных карт тем, что вместо выборочных статистик (например, $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_m$) с целью статистического управления используются кумулятивные суммы этих величин Z_m .

Таким образом, отличительной особенностью метода кумулятивных сумм является тот факт, что решение относительно налаженности процесса принимается с учетом информации, полученной в результате обработки данных текущей и предыдущих выборок. Такая схема использования выборочных результатов контроля обеспечивает значительное уменьшение средней длины серии выборок разлаженного процесса L_1 . А это значит, что разладка процесса будет обнаружена значительно быстрее, чем при обычной схеме использования выборочных статистик, которые представляют собой независимые результаты контроля.

Для рассматриваемых КК, так же как и для КК с предупреждающими границами объектом управления является уровень процесса. Поэтому сигналом к корректирующим действиям является недопустимое изменение уровня процесса, например выход статистики за специально установленные для уровня процесса границы μ_1 или μ_{-1} . Значения μ_1 и μ_{-1} выбирают таким образом, чтобы нормировать предельные сдвиги уровня процесса ($\Delta = \mu_1 - \mu_0$ или $\Delta = \mu_0 - \mu_{-1}$).

Кусум-карта (рис. 4.5) имеет целевую (центральную) линию процесса, соответствующую положению центра поля допуска контролируемого параметра μ_0 и предупреждающие внутренние (верхнюю и нижнюю) границы регулирования (при двухстороннем регулировании).

Положение границ регулирования на контрольной карте кумулятивных сумм определяется величинами регулировочных интервалов h_+ , h_- ; кроме того, на такой КК имеются предупреждающие границы, положение которых определяется величинами предупредительных интервалов k_+ , k_- .

Для выявления разладки процесса используется регулировочный интервал h . Пересечение графиком кумулятивных сумм границы регулирования, проведенной на расстоянии h от исходной линии, служит основанием для принятия решения о разладке процесса. Значение h устанавливается из условия обеспечения максимального значения средней длины серии налаженного процесса L_0 и минимального значения средней длины серии разлаженного процесса L_1 .



Рис. 4.5. Поле контрольной карты кумулятивных сумм

Определение средней длины серии выборок для метода кумулятивных сумм представляет собой сложную задачу, которая сводится к решению интегральных уравнений и связана с трудоемкими вычислениями. Для упрощения данной задачи используют табличные данные значений $\delta\sqrt{n}$ и $h\sqrt{n}/\sigma$, необходимые для построения контрольных границ кусум-карты.

Значение δ , которое характеризует приведенное значение математического ожидания (уровня процесса) для процесса, вышедшего из статистически управляемого состояния, рассчитывается с использованием μ_0 , σ , μ_1 и (или) μ_{-1} следующим образом:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} = \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}.$$

При заданных значениях L_0 и L_1 находят числовое значение $\delta\sqrt{n}$. Подставив в найденное выражение полученные значения δ определяем требуемый объем выборки.

При известных значениях n и σ определяем величину регулировочного интервала h из выражения $h\sqrt{n}/\sigma$, (значение которого находят по таблицам в зависимости от L_0 и L_1), а затем – положение границ регулирования R_+ и (или) R_- :

$$R_+ = \mu_0 + h, \quad R_- = \mu_0 - h.$$

Предупреждающие границы K_+ и (или) K_- определяются по формулам:

$$K_+ = \mu_0 + \frac{\delta\sigma}{2} = \frac{\mu_0 + \mu_1}{2}, \quad K_- = \mu_0 + \frac{\delta\sigma}{2} = \frac{\mu_0 + \mu_{-1}}{2}.$$

По известным значениям R и K строится контрольная карта на которой на оси абсцисс отмечаются порядковые номера выборок, а по оси ординат значения кумулятивных сумм Z_m .

Статистическое управление процессами с применением контрольной карты кумулятивных сумм выборочного среднего заключается в следующем:

– через определенные интервалы времени отбирают выборки заданного объема в n единиц и вычисляют средние значения $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \dots \bar{x}_i$;

– вычисление кумулятивных сумм начинается с первого значения \bar{x}_1 , которое больше, чем K_+ или меньше, чем K_- . Этой выборке приписывается номер $m = 1$, затем вычисляют кумулятивные суммы:

$$Z_m = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) - mk \text{ или } Z_m = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) + mk,$$

где m – порядковый номер выборки входящий в кумулятивную сумму;

x_i – статистическая оценка;

$(x_i - \bar{x})$ – разность между статистической оценкой и средней процесса;

$\sum(x_i - \bar{x})$ – кумулятивная разность между статистическими оценками и средней процесса в пределах составления кумулятивной суммы;

mk – произведение номера выборки в пределах составления кумулятивной суммы на величину регулировочного интервала. Если статистическая оценка больше среднего процесса, то mk берут со знаком плюс (+), если статистическая оценка меньше среднего процесса, то mk берут со знаком минус (-). Знак у произведения mk одинаков в пределах составления кумулятивной суммы;

Z_m – кумулятивная сумма.

Вычисление кумулятивных сумм прекращается, как только возникает одно из следующих условий:

– Z_m меняет знак (процесс считается налаженным). При этом образование кумулятивных сумм возобновляется как только x_i окажется больше чем K_+ или меньше чем K_- ;

– при $Z_m > h$ или $Z_m < h$ процесс считается разлаженным. После его наладки образование кумулятивных сумм осуществляется по изложенным правилам.

После завершения составления кумулятивной суммы при начале составления следующей кумулятивной суммы номер выборки m принимается равным единице.

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

5.1. Термины и определения

В отличие от статистических методов управления процессами, где по результатам контроля выборки принимается решение о состоянии процесса (процесс налажен или процесс разлажен) задачей статистического приемочного контроля является обеспечение достоверной оценки качества продукции, предъявляемой на контроль, и однозначность признания результатов оценки качества продукции поставщиком и потребителем.

Качество продукции определяется ее изготовителем. В некоторых случаях основное внимание уделяется разбраковке продукции на «соответствующие» и «несоответствующие» после ее изготовления. Такой подход требует сплошного контроля продукции и, как правило, приводит к дополнительным экономическим затратам.

Выборочный контроль может и должен приводить к снижению объема работы по контролю и снижению затрат.

Так как при статистическом приемочном контроле решение принять или отклонить партию продукции реализуется по результатам контроля выборки, которая формируется случайным образом, то всегда имеется некоторая вероятность принять ошибочное решение (как в «интересах» поставщика, так и потребителя), т.е. имеет место «риск поставщика» и «риск потребителя».

Под **риском поставщика** понимается вероятность, для данного плана выборочного контроля, отклонения партии продукции, обладающей приемлемым уровнем качества.

В большинстве планов выборочного контроля предполагается, что риск поставщика α составляет не более 5 %. Таким образом, при проектировании планов выборочного контроля, принимают $\alpha = 0,05$.

Риск потребителя β – это вероятность, для данного плана выборочного контроля, приемки партии продукции, обладающей предельным уровнем качества.

При проектировании планов выборочного контроля, риск потребителя обычно принимают равным 0,10.

При установленных величинах рисков вероятные издержки поставщика и потребителя примерно равны.

Приемочный контроль основан на результатах контроля **единицы продукции**, под которой понимается изделие, определенное количество материала, услуга, действие или процесс, организация или человек либо некоторая их комбинация.

Под **штучной продукцией** понимается продукция, количество которой измеряется в штуках (экземплярах), под **нештучной** – продукция, количество которой измеряется в единицах массы, объема, длины и т.д.

Например, если за единицу продукции принять 50 г какого-либо химического вещества, то партия в 100 кг может рассматриваться, как партия в

2000 единиц и для контроля может быть представлена выборка в 5-10 единиц, то есть 250-500 г.

Если качество продукции определяют количеством несоответствий на единицу площади, то за единицу продукции принимают единицу площади (например, м²).

С учетом специфики производства к единице продукции можно отнести, например, плавку доменной печи.

С учетом обеспечения эксплуатации за единицу продукции можно принять, например, блок электронных элементов, для правильного функционирования которого необходима согласованность электрических характеристик входящих в него элементов.

С учетом возможностей транспортировки за единицу продукции можно взять транспортную тару, например, контейнер, цистерну и т.п.

Если единицы продукции предъявляют для приемки не поштучно, а группами, то каждую такую группу единиц продукции называют **партией**.

Под **производственной партией** понимается определенное количество некоторой товарной продукции или услуг, произведенное в одно время и при условиях, которые можно считать однородными. Следует иметь в виду, что замена используемого материала, инструмента или перерыв в процессе производства может привести к нарушению «однородности» условий.

Под **контролируемой партией** понимается определенное число единиц продукции, материала или услуг, собранных вместе и представленных для испытаний. Контролируемая партия может состоять из нескольких производственных партий или частей производственных партий. Однако каждая партия должна включать единицы продукции, произведенные в аналогичных условиях в установленный период времени (без, необоснованных технологически, перерывов производства).

Если контролируют партии, сформированные из изделий, изготовленных на двух или более технологических позициях, то наличие большого числа несоответствий при производстве изделий на одной из них может привести к отклонению всей партии продукции. С другой стороны, продукция граничного качества, может быть нивелирована за счет производства, на других технологических позициях, продукции отличного качества.

Каждая партия характеризуется **объемом** – числом единиц продукции в партии. При установлении объема партии (как и других параметров плана контроля) необходимо учитывать специфику производственного процесса. В ряде случаев допустимо указывать верхние и нижние границы объема партии.

С точки зрения выборочного контроля предпочтительны крупные партии, позволяющие взять большую выборку, при этом достигается более четкое разграничение качества продукции. Доля проверяемых единиц продукции для больших партий меньше, чем для малых партий с аналогичным планом приемочного контроля. Однако не следует переоценивать тактику партий большого объема, так как они формируются, как правило, за счет объединения малых партий. Такой подход требует обеспечение высокой однородности свойств продукции в малых партиях.

Среди партий выделяют пробные, особые и отдельные партии. **Пробная партия** – это небольшая партия продукции, получаемая в обычном производственном процессе до первой партии серийного производства с целью накопления необходимой априорной информации и производственного опыта. **Особая партия** – это партия продукции, произведенная при особых условиях (например, с использованием более качественных материалов, инструментов и др.), но являющаяся составной частью текущей последовательности изготавливаемых партий продукции. **Отдельная партия** – это партия продукции, которая не является составляющей частью текущей последовательности изготавливаемых (или проверяемых) партий продукции.

Кроме партий продукции различают понятия поставки и заказа. **Поставка** – это количество некоторой товарной продукции или услуг, представленное в одно время и сопровождаемое одним комплектом документов. Поставка может состоять из нескольких контролируемых партий или их частей. **Заказ** – это некоторое количество продукции, материала или услуги, заказанное в одно время у одного изготовителя. Заказ может состоять из одной или нескольких поставок.

Поскольку поставляемые и приобретаемые партии продукции состоят из признанных годными на предприятии изготовителе контролируемых партий, то потребитель может принимать их одним из следующих способов:

- без контроля;
- путем выборочного контроля по плану, согласованному с поставщиком;
- путем сплошного контроля по правилам и процедурам, согласованным с заказчиком или регламентированным стандартами на соответствующую продукцию.

Результаты выборочного контроля отдельных партий, осуществляемого по одному и тому же плану выборочного контроля, у поставщика и потребителя могут расходиться. Эти расхождения могут быть вызваны, например, погрешностью измерительных средств, влиянием внешних факторов и др. Однако в среднем за определенный период времени (например, за месяц, квартал) результаты выборочного контроля должны быть практически одинаковы. Такой конечный результат возможен при условии однородности показателей качества у контролируемой партии продукции.

Под однородностью продукции понимается свойство продукции, характеризующее ограничение ее изменчивости определенными и допустимыми границами каждого ее параметра. Показателем изменчивости, например, является дисперсия контролируемого параметра.

При формировании контролируемой партии следует иметь в виду:

- продукция, составляющая данную партию, должна быть однородной; из нее, по возможности, необходимо исключать продукцию, изготовленную из различных партий сырья, материалов или в различных производственных условиях;

– не следует устанавливать объем партии, при изготовлении которой будут иметь место плановые наладки технологического процесса (оборудования) или запуск в производство новой партии сырья и материалов;

– следует учитывать характер продукции и условия ее производства (например, время выработки, условия изготовления – прерывный или непрерывный процесс, условиях хранения и т.д.), а также метод контроля, применяемый при приемке.

Контролируемые партии продукции могут предъявляться на контроль в виде одиночных партий или последовательности партий.

При предъявлении одиночных партий решение о приемке или отклонении партии контролер должен принимать по результатам контроля только одной партии. При предъявлении последовательности партий продукции решение о приемке или браковке партии необходимо принимать по результатам контроля с учетом результатов контроля предшествующих партий. В данном случае последовательность выборок рассматривается как выборка большого объема из одной и той же генеральной совокупности. Контроль одиночных партий следует назначать в тех случаях, когда нет оснований утверждать, что несколько партий образуют одну совокупность единиц однородной продукции.

При контроле у поставщика контроль последовательности партий назначается в случае, когда контролируемые партии продукции формируются из потока продукции.

При контроле у потребителя контроль последовательности партий назначается, когда продукция от одного и того же исполнителя поставляется по определенному, заранее установленному временному графику через небольшие интервалы времени.

При формировании выборки случайность и равновозможность «попадания» в нее любой единицы продукции в значительной мере условна, и практика применения генераторов случайных чисел там, где это возможно, оправдана.

Методы отбора единиц продукции в выборку во многом зависят от способа представления продукции на контроль. Продукция может предъявляться на контроль одним из следующих способов: «ряд», «россыпь», «в упаковке» и «поток».

При предъявлении способом «ряд» изделия должны быть упорядочены, пронумерованы и расположены таким образом, чтобы каждую единицу продукции, отмеченную произвольным номером, можно было легко отыскать и достать. Кроме того, единицы продукции должны поступать на контроль в виде однородных партий.

При представлении продукции россыпью единицы продукции неупорядоченны, их трудно нумеровать, практически невозможно отыскать и достать определенную единицу продукции. Для такого способа представления продукции обычным является формирование больших партий.

При предъявлении способом «в упаковке» выборку осуществляют по ступеням, начиная со случайного отбора первичных упаковок и последовательно переходя к случайным отборам более мелких упаковочных единиц. Условный

номер единицы продукции состоит из нескольких разрядов, последовательно включая порядковые номера каждой упаковочной единицы от более крупной к более мелкой. Как правило, отыскать и достать единицу продукции, при таком способе ее представления, возможно лишь при нарушении упаковки.

При предъявлении продукции способом «поток» единицы продукции отбираются из непрерывного потока одновременно с выпуском продукции, не смотря на, как правило, большой объем производства, поступающие на контроль единицы продукции, упорядочены, их легко отыскать и достать через определенное количество единиц продукции.

5.2. Виды статистических методов приемочного контроля

Статистические методы приемочного контроля могут осуществляться по количественному, качественному и альтернативному признакам.

Статистический приемочный контроль по количественному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого определяют значения контролируемого параметра, а последующее решение о «соответствии» контролируемой совокупности или процесса принимают в зависимости от сравнения его с контрольным нормативом.

Статистический приемочный контроль по качественному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную единицу относят к определенной группе, а последующее решение о «соответствии» контролируемой совокупности или процесса принимают в зависимости от соотношения количества ее единиц, оказавшихся в различных группах.

Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку – это контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную единицу продукции относят к категории «соответствующих» или «несоответствующих», а последующее решение о контролируемой совокупности или процессе принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке несоответствующих единиц продукции или числа несоответствий, приходящихся на определенное число единиц продукции, с контрольным нормативом.

Контроль качества по количественному признаку требует меньшего объема выборки по сравнению с контролем качества по альтернативному признаку при тех же рисках принятия ошибочных решений, и при этом дает больше информации о качестве продукции.

Основным преимуществом приемочного контроля по качественному признаку является то, что он позволяет по результатам контроля партии продукции не только разделить единицы продукции на соответствующие или несоответствующие, но и разнести их по категориям, сортам, классам, группам качества и т.д.

Преимущество контроля по альтернативному признаку в большей робастности (независимости от формы распределения) и простоте применения. По этим причинам могут быть оправданы большие объемы выборок и повышен-

ные затраты, связанные с последним методом. Оценивание по альтернативному признаку более оперативно и требует меньшей квалификации, чем при количественной оценке показателя качества продукции.

Статистический контроль качества продукции по альтернативному признаку нашел широкое применение в промышленности, так как прост, не требует высококвалифицированных специалистов, сложных измерительных средств, больших материальных затрат, большого числа записей и вычислений. Кроме того, этот метод контроля сразу позволяет разделить единицы продукции в выборке на соответствующие и несоответствующие.

Под **приемочным числом A_c** , при реализации плана выборочного контроля по альтернативному признаку, понимается контрольный норматив, равный наибольшему числу несоответствий или несоответствующих единиц в выборке, при котором допускается приемка партии.

Под **браковочным числом R_e** , при реализации плана выборочного контроля по альтернативному признаку, понимается контрольный норматив, равный наименьшему числу несоответствий или несоответствующих единиц в выборке, при котором партия должна быть отклонена.

Под «соответствующей» продукцией понимается продукция, удовлетворяющая всем установленным требованиям. Под «несоответствующей» единицей продукции понимается единица продукции (изделие), имеющая хотя бы один **недостаток**, т.е. отклонение действительного уровня или состояния признака качества от намеченного уровня или состояния вне всякой связи с соответствием требованиям технических условий или потребительским свойствам продукции или услуги.

В статистическом приемочном контроле среди недостатков различают несоответствия и дефекты. Если **несоответствие** понимается как невыполнение установленного требования, то **дефект** – это невыполнение предполагаемого потребительского требования. В некоторых ситуациях установленные требования совпадают с потребительскими требованиями. В других ситуациях они могут не совпадать, отличаясь большей или меньшей «жесткостью», при этом точная связь между ними может быть не в полной мере известна или понятна. Термин «дефект» применим, когда признак качества продукции, процесса или услуги оценивают с точки зрения использования в отличие от соответствия техническим условиям.

Несоответствия, как правило, классифицируют по степени важности. Число классов и отнесение к классам должны соответствовать требованиям к качеству для конкретных ситуаций. По ряду причин достаточно разделить несоответствия на две группы, в частности, значительные несоответствия класса *A*, как наиболее важные, и класса *B* – менее значительные. В некоторых случаях следует ввести дополнительные классы или классы подразделить на более мелкие группы.

5.3. Уровни качества

Партии продукции, поступающие на контроль, могут иметь некоторую долю несоответствующих единиц продукции. Решение о годности партии принимается при условии, что обнаруженное число дефектных изделий в выборке не превышает приемочного числа. Если же число дефектных изделий превышает приемочное число, осуществляют сплошную разбраковку партии, причем дефектные изделия, обнаруженные выборочной проверкой или в процессе сплошной разбраковки, заменяют годными.

Доля несоответствующих единиц продукции определяет уровень качества, под которым понимается любой относительный показатель качества, получаемый сравнением наблюдаемых значений с установленными требованиями. Уровень качества может быть выражен как процентная доля несоответствующих единиц продукции (отношение количества несоответствующих единиц продукции к общему количеству единиц продукции) или как количество несоответствий на 100 единиц продукции (отношение количества несоответствий к общему количеству единиц продукции).

При выборочном контроле невозможно установить фактический уровень качества в контролируемой партии продукции, а можно получить лишь его оценку. Точность этой оценки зависит от того, насколько будет обоснован план контроля. В качестве такой оценки при контроле по количественному признаку используется предельное значение контролируемого параметра в выборке, а при контроле по альтернативному признаку – уровень качества.

Под **приемлемым уровнем качества AQL** при анализе последовательности партий понимается средний уровень качества, который для целей приемки продукции является удовлетворительным.

Приемлемому уровню качества для определенного плана контроля соответствует высокая вероятность приемки при условии, что уровень несоответствий в контролируемой партии не превышает заданное значение AQL. Предпочтительнее не иметь несоответствующих единиц продукции, чем иметь какой бы то ни было процент несоответствий, и чем он меньше по сравнению с AQL, тем лучше. Снижение процента несоответствующих единиц увеличивает вероятность приемки каждой партии.

Значения AQL согласовывается между поставщиком и потребителем, и оговаривается в контракте. Во многих случаях AQL – это компромиссный уровень качества между предпочтительным качеством для потребителя и тем, который изготовитель может себе позволить.

Выбор оптимального значения AQL является одной из важнейших задач при использовании статистического приемочного контроля. Вопрос понижения или повышения AQL должен быть экономически обоснован. Выбор необоснованно малого значения AQL приведет к тому, что поставщик будет нести убытки от выбраковки значительной доли соответствующей продукции, а установление необоснованно большого значения AQL вынудит потребителя принимать партии продукции, содержащие большое количество несоответствующих единиц продукции.

Приемлемый уровень качества служит основой для определения контрольных нормативов в случае контроля последовательности партий.

Значение AQL определяет степень «строгости» выборочного контроля.

При установлении значения приемлемого уровня качества на продукцию, которая контролируется по нескольким показателям качества, приемлемый уровень качества определяется двумя способами:

– устанавливается AQL отдельных показателей качества, а затем по продукции в целом;

– устанавливается AQL для продукции в целом, а затем для отдельных показателей качества.

Значения AQL не более 10 устанавливают как для процента несоответствующих единиц продукции, так и для числа несоответствий на 100 единиц продукции. Значения AQL более 10 устанавливают только для числа несоответствий на 100 единиц продукции.

Рекомендуется использовать предпочтительные значения AQL (26 значений от 0,010 до 1000).

При выборочном контроле на основе AQL контролируемые партии, взятые из процесса с качеством, равным или лучшим, чем AQL, будут в большинстве случаев приняты.

В непрерывной серии партий для выборочного контроля AQL является уровнем качества, соответствующим пределу среднего уровня удовлетворительного процесса.

При назначении AQL необходимо учитывать, что он является показателем качества, характеризующим уровень производства. Это значит, что в случае если процесс разработан и управляется надлежащим образом, то продукция производится с меньшим по сравнению с AQL процентом несоответствующих единиц. При этом снижаются совокупные затраты на ее производство и контроль.

Устанавливая AQL необходимо учитывать область применения производимой продукции, а также последствия от ее возможных отказов. Если при большом количестве изделий отказ можно легко устранить путем замены несоответствующей единицы продукции, то допустим достаточно «мягкий уровень» AQL. Если отказ приведет к повреждению дорогостоящей или «ответственной» части оборудования, что потенциально создаст угрозу для его эксплуатации, тогда необходимо устанавливать более жесткие требования к AQL.

Среднее процесса – это средний уровень качества, поставляемой на контроль, серии партий продукции (при этом партии продукции, повторно представленные на контроль, в расчет среднего процесса не включаются). Среднее процесса является характеристикой производства и не зависит от результатов проводимого контроля.

Оценка среднего процесса не является обязательной характеристикой того или иного плана контроля, однако как поставщики так и потребители заинтересованы не только в «сиюминутной», но и в долгосрочной оценке качества производства. Рекомендуется вести протоколы данных, фиксирующих

среднее процесса с целью создания необходимой информационной базы, которая является эффективной основой обоснованного выбора стратегии при корректировке плана выборочного контроля.

В некоторых случаях допустимо исключать из общего расчета аномальные результаты, однако к этой возможности следует прибегать с большой осторожностью. Это можно с уверенностью делать тогда, когда аномальные результаты являются следствием влияния особых причин изменчивости, которые уже выявлены и устранены. В протоколах допускается приводить данные, включающие и не включающие аномальные результаты, чтобы показать наличие и последствия влияния этих несоответствий.

Предельное качество LQ – уровень качества, при котором для целей выборочного контроля вероятность приемки отдельной партии продукции мала. Предельное качество фактически соответствует нежелательному качеству. LQ выражается процентом несоответствующих единиц или числом несоответствий на 100 единиц продукции. Для гарантированной приемки партий продукции доля несоответствующих единиц должна быть значительно меньше установленного LQ (как правило, менее четверти LQ).

Среднее выходное качество АОQ – ожидаемый средний уровень качества продукции после ее контроля при данном (конкретном) значении входного уровня качества.

В некоторых случаях, отклоненную после первого предъявления на контроль партию продукции, проверяют сплошным контролем с изъятием из нее несоответствующих единиц продукции (в отдельных случаях возможна замена несоответствующих единиц продукции на соответствующие). Затем партию предъявляют на повторный контроль. Это процедура называется контролем с разбраковыванием.

Если после проведения контрольной операции партия принимается с первого предъявления, то выходное качество практически соответствует входному. При отклонении партии с первого предъявления производится сплошной контроль каждой единицы продукции. В этом случае после контроля все изделия соответствуют техническим условиям, а выходное качество может меняться от партии к партии, улучшаясь в зависимости от количества выбракованных единиц продукции.

Если не установлено иного, среднее выходное качество вычисляют по всем принятым, после первого предъявления на контроль, партиям продукции, а также всем непринятым, с первого предъявления, партиям, прошедшим последующий сплошной контроль и замену всех несоответствующих единиц продукции соответствующими. Для ориентировочного расчета АОQ используют приближение:

$$AOQ = QBC \times P(A),$$

где АОQ – среднее выходное качество;

QBC - качество процесса перед контролем;

P(A) - вероятность приемки.

Предел среднего выходного качества AOQL – максимальное значение среднего выходного качества среди всех возможных значений уровня качества изготовленной продукции (для заданного плана выборочного контроля) при условии устранения несоответствий во всех непринятых, с первого предъявления, партиях продукции.

Средний выходной уровень дефектности AOO, при его графической интерпретации (рис. 5.1) представляет собой площадь прямоугольника, который вписан в кривую OX. При изменении входного уровня дефектности p от нуля (p_0) до больших значений p_i ($p < p_i$) площадь прямоугольника под кривой изменяется, от минимального значения при p_0 через свое максимальное значение (при p_L) до возврата к минимальному при p_i .

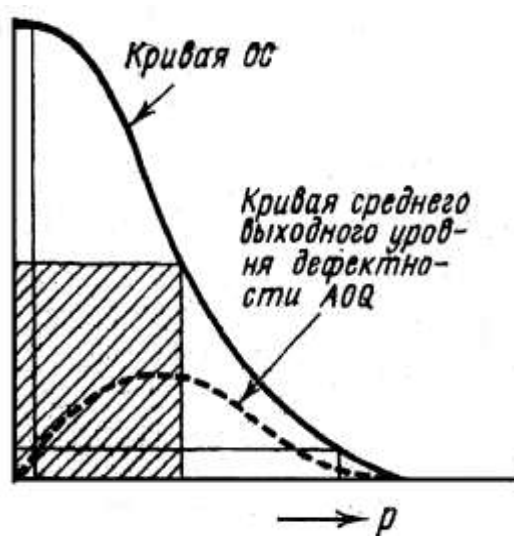


Рис. 5.1. Графическая интерпретация изменения среднего выходного уровня дефектности AOO

Значение p_L , соответствующее максимальному значению среднего выходного уровня дефектности (рис. 5.2), принимается за предел среднего выходного уровня дефектности (AOQL).



Рис. 5.2. Предел среднего выходного уровня качества AOQL при заданном плане контроля

Понятие среднего выходного качества (AOQ) и его предела (AOQL) оправданы только при большом числе последовательных партий, представленных в ходе реализации определенного плана выборочного контроля.

Партия будет принята, если число несоответствующих единиц продукции в выборке меньше или равно приемочному числу. Если число несоответствующих единиц превышает или равно браковочному, партия не будет принята. При среднем уровне процесса, близком к AQL, большая часть партий будет принята.

5.4. Оперативная характеристика плана выборочного контроля

При применении планов выборочного контроля партии продукции принимаются или бракуются с некоторой вероятностью, меньшей единицы. Вероятность принятия контролируемой партии зависит от доли несоответствующих единиц продукции в этой партии. Если в партии нет несоответствующих единиц продукции, то и в выборке их не может быть, и такая партия во всех случаях будет приниматься с вероятностью, равной 1. По мере увеличения доли несоответствующих единиц продукции в партии вероятность приемки партии уменьшается. Если же вся партия будет состоять из несоответствующих единиц продукции, то такая партия во всех случаях будет браковаться с вероятностью, равной 1.

Функция, задающая вероятность приемки контролируемой партии продукции в зависимости от входного уровня качества, называется оперативной характеристикой (рис. 5.3).

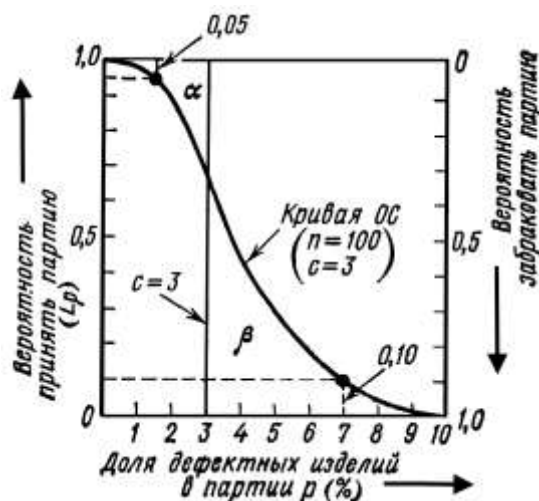


Рис. 5.3. Оперативная характеристика плана выборочного контроля

Кривая оперативной характеристики показывает математические ожидания процента принятых партий продукции. Эти величины являются средними значениями, которые соответствуют фактическим значениям лишь при большом количестве рассматриваемых партий продукции.

Когда из партии, содержащей определенную долю дефектных изделий, извлекают выборки установленного объема, то при подсчете числа дефектных изделий возможно изменение этого числа вместе с каждой выборкой. Такие колебания, характерные для выборочных оценок, могут привести к ошибочному отнесению партии продукции к «годным» или «бракованным».

Риском поставщика называют вероятность ошибки, при которой годную партию изделий могут в результате колебаний выборочной оценки признать несоответствующей установленным контрольным нормативам. Процент появления ошибочных оценок для годных партий называется риском поставщика и обозначается α , причем при планировании выборочного контроля за норму обычно принимается $\alpha = 5\%$.

Риском потребителя называют вероятность ошибки, при которой негодную партию изделий могут в результате колебаний выборочной оценки ошибочно признать годной. Эту вероятность (риск потребителя) обозначают через β . Эту норму при выборе плана приемочного контроля обычно принимают равной 10% .

Вероятность принятия партии продукции зависит от объема выборки, контрольного норматива и уровня качества в партии.

С увеличением объема выборки (при неизменных двух других исходных данных) вероятность принятия партии продукции с уровнем дефектности большим установленного – уменьшается. Если увеличить объем выборки и приблизить его к объему партии, что имеет место при сплошном контроле, то кривая оперативной характеристики вырождается в прямую (рис. 5.4).

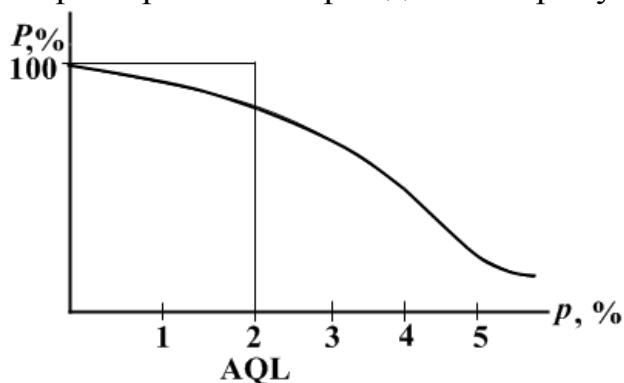


Рис. 5.4. Изменение оперативной характеристики при переходе от выборочного к сплошному контролю

При постоянном объеме выборки по мере увеличения приемочного числа контроль будет ослабевать, а по мере уменьшения приемочного числа контроль будет становиться все более жестким. При этом положение кривой оперативной характеристики будет изменяться (рис. 5.5).

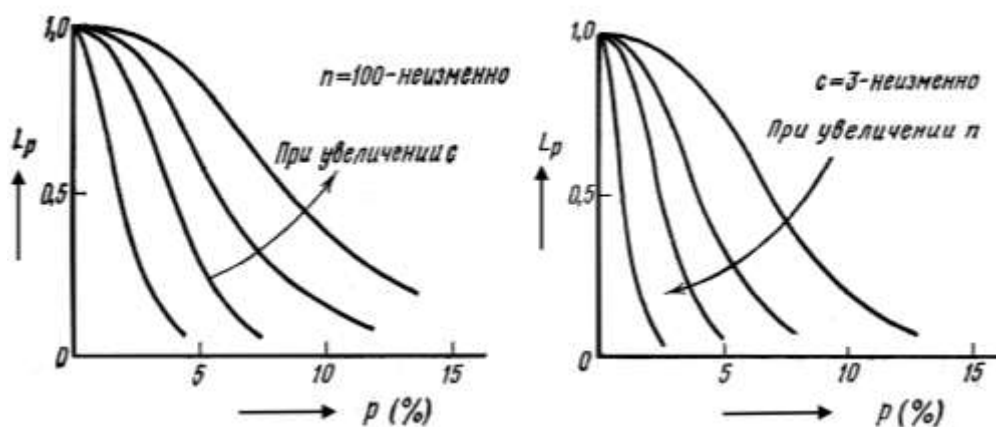


Рис. 5.5. Изменение положения оперативной характеристики с изменением параметров контроля

Для поставщика увеличение объема выборки невыгодно, так как увеличивается его риск забраковать хорошую партию продукции; для потребителя наоборот, выгодно, так как уменьшается его риск принять бракованную продукцию. С ослаблением требований к жесткости контрольного норматива (также при неизменных исходных данных) вероятность принятия партии продукции увеличивается, что выгодно для поставщика и невыгодно для потребителя.

Для одновременного удовлетворения требований поставщика и потребителя необходим компромисс. В качестве такого компромисса должен быть установлен приемлемый уровень качества, согласованный между поставщиком и потребителем.

5.5. Уровень контроля

Уровень контроля определяет зависимость между объемом партии и объемом выборки. При большом объеме партии объем выборки, при том же уровне контроля больше объема выборки, чем для небольшой партии. В то же время, пропорциональность между объемом выборки и объемом партии нарушается: из большой партии выборка составляет меньшую долю, чем из меньшей.

Информация о качестве процесса, полученная по результатам проверки выборок, является интегральным показателем и зависит от абсолютного объема выборок: чем больше объем выборки, тем более «правильное» решение будет принято. Следует так же иметь ввиду, что при больших объемах партий принять правильное решение «более важно» с точки зрения возможных экономических потерь. Поэтому в основу рационального нормирования объемов выборок положены следующие соображения:

а) продукция обладающая «соответствующими» показателями качества, имеет больше шансов быть принятой по мере увеличения объемов партий, в то время как продукция, имеющая «несоответствующие» показатели качества, при этих же условиях приемки получает большую вероятность отклонения;

б) для большой партии продукции контроль выборки большого объема экономически менее критичен, чем для малой партии;

в) правильный случайный отбор выборки более затруднителен в случае, когда объем выборки составляет малую долю объема партии.

Выбор уровня контроля определяется экономическими соображениями и может быть сделан на основе сопоставления оперативных характеристик нескольких планов контроля с различными уровнями контроля.

Выделяют семь стандартизованных уровней контроля: три общих (ослабленный – I, нормальный – II, усиленный – III) и четыре специальных (S-1, S-2, S-3 и S-4). При планировании приемочного контроля используют общие I или II уровни контроля. Если в нормативных документах специально не оговорен уровень контроля, то принимается нормальный (II) уровень контроля. Уровень контроля III (усиленный) вводится, как временная мера при ухудшении показателя качества продукции при приемке, на период устранения источников несоответствия.

Уровень контроля определяет объем выборки в зависимости от объема партии. При равных объемах партии уровню I соответствует объем выборки, который несколько меньше половины объема выборки на уровне контроля II. В то же время уровню контроля III соответствует объем выборки, в полтора раза превышающий объем выборки уровня II.

Переход с одного уровня контроля на другой может осуществляться либо путем изменения контрольных нормативов, либо путем изменения объемов выборки при неизменном объеме партии продукции.

Специальные уровни контроля разработаны для ситуаций, когда объемы партии велики и требуют, в соответствии с общим подходом, больших объемов выборок, что в ряде случаев экономически не выгодно, либо технически не возможно. Поэтому, при использовании специальных уровней контроля, объемы выборок при одних и тех же объемах партий продукции существенно меньше. При этом возникает дополнительный риск в оценке качества продукции, что требует тщательной проверки последствий принятия неправильного решения и применения специальных уровней контроля исключительно в тех случаях, где это действительно необходимо.

В зависимости от результатов приемки контролируемых партий продукции появляется возможность в корректировке планов контроля.

При ухудшении результатов приемки партии рекомендуется провести корректировку плана в сторону ужесточения требований (т.е. перейти на более «жесткий» уровень контроля, например со II на III), что защищает потребителя от приемки им партий продукции, не соответствующих установленным требованиям. При улучшении результатов приемки партий на оборот может быть рекомендована корректировка плана в сторону ослабления требований, что позволяет потребителю снизить затраты на контроль при соответствующем, стабильном качестве продукции, поставляемой поставщиком.

При нормальном контроле партии «переключают» (переводят) на усиленный контроль в том случае, если две из пяти или менее последовательных партий не прошли приемку с первого предъявления.

При усиленном контроле партии «переключают» на нормальный контроль в том случае, если пять последовательных партий были приняты с первого предъявления.

При нормальном контроле переключение на ослабленный контроль производят, если выполнены все следующие условия:

- 10 последних партий (или более) были предъявлены на нормальный контроль и приняты с первого предъявления;

- общее число несоответствующих единиц продукции (или несоответствий) в выборках из 10 последних партий (или из другого, специально оговоренного в нормативных документах числа) не превышает предельный норматив. При использовании двух- и многоступенчатых планов должны быть учтены несоответствия, обнаруженные во всех выборках;

- производство находится в установившемся режиме, а ослабленный контроль уполномоченная сторона рассматривает как предпочтительный.

При ослабленном контроле партии переключают на нормальный контроль при выполнении одного из следующих условий:

- партия не прошла приемку;

- партия признана неприемлемой по процедурам ослабленного контроля;

- изменились условия установившегося режима производства или производство было приостановлено;

- возникли иные условия, оправдывающие возвращение на нормальный контроль.

5.6. Планы контроля

Под планом контроля понимается совокупность требований и правил, которые следует соблюдать при контроле партии продукции с учетом объема контролируемой партии, уровня и вида контроля, контрольных нормативов и т.д.

Контрольные нормативы могут быть представлены приемочными и браковочными числами при контроле продукции по альтернативному признаку или предельными значениями контролируемого параметра при контроле по количественному признаку.

В зависимости от числа отбираемых на контроль выборок различают одноступенчатые, двухступенчатые, многоступенчатые и последовательные планы контроля.

Одноступенчатый план контроля характеризуется тем, что решение относительно приемки партии продукции принимают по результатам контроля только одной выборки.

Этот план применяется в следующих случаях:

- при относительно невысокой стоимости контроля и его продолжительности, соизмеримой со временем жизненного цикла продукции;

- когда продукция приобретает впервые и нет твердой уверенности в ее качестве.

Одноступенчатый план контроля характеризуется большим объемом выборки.

Процедура реализации одноступенчатого плана контроля по альтернативному признаку заключается в следующем. Из партии продукции объемом N извлекается выборка объемом n , в которой определяется количество несоответствующих единиц z . Если количество несоответствующих единиц z меньше, либо равно приемочному числу A_c , партия принимается; если количество несоответствующих единиц z больше, либо равно браковочному числу R_e , партия отклоняется.

Схема одноступенчатого плана контроля представлена на рисунке 5.6.

В рамках любого плана контроля, в том числе и одноступенчатого, процедура может быть прекращена в тот момент, когда установлено, что объем полученной информации достаточен для принятия решения о приемке или отклонении партии продукции, т.е. процедура выполняется в «усеченном» формате.

Усеченный контроль в сравнении с исходным планом выборочного контроля имеет такую же оперативную характеристику, риск поставщика и потребителя, предел среднего входного уровня дефектности, но средний объем выборки значительно меньший.

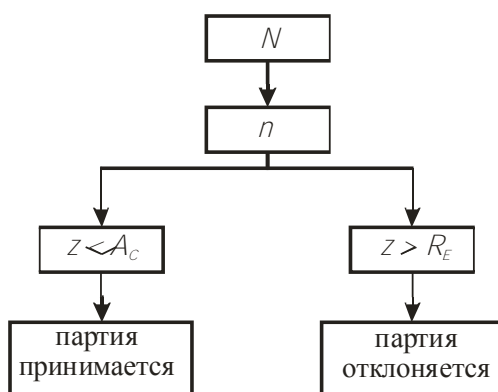


Рис. 5.6. Схема одноступенчатого плана статистического приемочного контроля

Одноступенчатый план выборочного контроля с объемом выборки n , приемочным числом A_c и браковочным числом $R_e = A_c + 1$ может быть усечен на этапе, когда при контроле выборки продукции выявляется $n - A_c$ годных единиц продукции (тогда партия принимается), либо R_e дефектных единиц продукции (тогда партия бракуется).

Двухступенчатый план контроля применяется в случае, когда потребитель имеет достаточно полное представление о качестве продукции, а время контроля существенно меньше времени жизненного цикла продукции, что позволяет, при необходимости последовательно провести повторный контроль.

При двухступенчатом контроле решение относительно приемки партии продукции принимают по результатам контроля не более двух выборок, причем необходимость отбора второй выборки зависит от результатов контроля первой.

Процедура реализации двухступенчатого плана контроля по альтернативному признаку (рис 5.7) заключается в следующем. Из партии продукции объемом N извлекается выборка объемом n_1 , в которой определяется количество несоответствующих единиц Z_1 . Если количество несоответствующих единиц продукции Z_1 меньше, либо равно приемочному числу на первой ступени контроля A_{C1} , партия принимается; если количество несоответствующих единиц Z_1 больше, либо равно браковочному числу на первой ступени контроля R_{E1} , партия отклоняется. Если количество несоответствующих единиц Z_1 находится в пределах между приемочным числом первой ступени контроля A_{C1} и браковочным числом первой ступени R_{E1} , переходят на следующую ступень контроля. С этой целью из партии продукции извлекается новая выборка объемом n_2 , в которой определяется количество несоответствующих единиц Z_2 . Если сумма количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля $(Z_1 + Z_2)$ меньше, либо равна приемочному числу второй ступени контроля A_{C2} , партия принимается; если сумма количества несоответствующих единиц на первой и второй ступенях контроля $(Z_1 + Z_2)$ больше либо равна браковочному числу второй ступени R_{E2} , партия отклоняется.

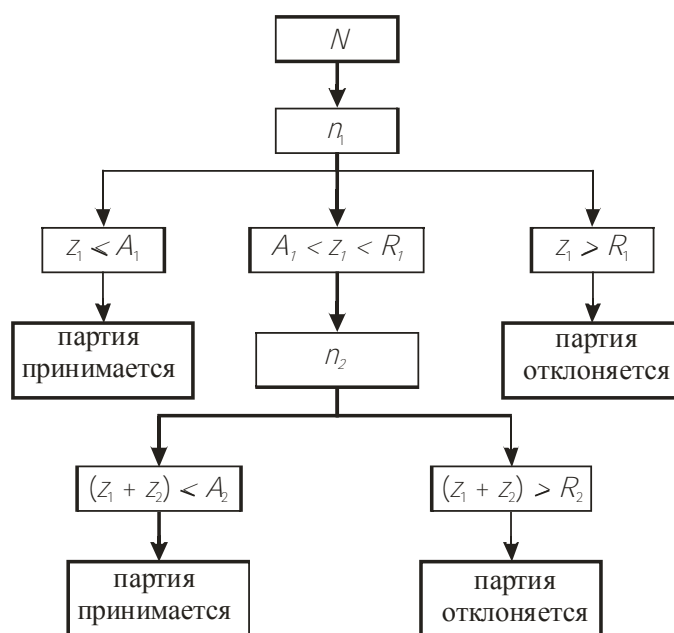


Рис. 5.7. Схема двухступенчатого статистического приемочного контроля

При двухступенчатом плане выборочного контроля с объемами выборок n_1 , n_2 , приемочными числами A_{c1} ; A_{c2} и браковочными числами R_{e1} ; R_{e2} приемка или отбраковка продукции может быть проведена по результатам усеченного контроля.

На первой ступени контроля можно сразу принять решение о принятии или отбраковке продукции в случае, если количество годных единиц продукции будет соответствовать значению $n_1 - A_{c1}$ (партия принимается) либо будет выявлено R_{e1} дефектных единиц продукции (партия бракуется).

На второй ступени контроля если суммарное число годных единиц продукции в обеих выборках будет равно $n_1 + n_2 - A_{c2}$, то процесс может быть усечен, а партия продукции принимается. Если суммарное число дефектных единиц продукции в ходе контроля достигнет значения R_{e2} , то партия бракуется.

Многоступенчатый план контроля характеризуется тем, что решение относительно приемки партии продукции принимается по результатам контроля нескольких выборок, максимальное число которых установлено заранее, причем необходимость отбора последующей выборки зависит от результатов контроля предыдущих выборок.

Этот план контроля следует применять в случаях:

- когда время, необходимое для отбора и контроля единиц продукции, является небольшим, а стоимость испытаний – большой;
- когда применяются разрушающие методы контроля.

Схема многоступенчатого статистического приемочного контроля напоминает схему двухступенчатого статистического приемочного контроля. На каждой ступени контроля из партии продукции объемом N извлекается выборка объемом n , в которой определяется количество несоответствующих единиц Z . Если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля меньше, либо равна приемочному числу данной ступени контроля, партия принимается; если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля больше, либо равна браковочному числу данной ступени, партия отклоняется. Если сумма количества несоответствующих единиц на всех ступенях контроля находится в пределах между приемочным числом данной ступени контроля и браковочным числом данной ступени, переходят на следующую ступень контроля. Рекомендуется использовать, при проектировании плана многоступенчатого контроля по альтернативному признаку, не более семи ступеней контроля.

Многоступенчатый план выборочного контроля с объемом выборок от n_1 до n_j , приемочными числами $A_{c1} \dots A_{cj}$, браковочными числами $R_{e1} \dots R_{ej}$ можно заменить соответствующим усеченным планом.

Как только суммарное число годных единиц продукции достигает $\sum_{i=1}^j n_j - A_{cj}$, партия принимается, и бракуется, если суммарное число дефектных единиц продукции будет равным R_{ej} .

Рекомендации по выбору планов контроля. Если приемочное число одноступенчатого плана выборочного контроля превышает 0, то можно подобрать двух-, многоступенчатый и последовательный планы выборочного контроля с оперативными характеристиками, близкими к оперативной характеристике этого плана одноступенчатого контроля. Поэтому, за исключением одноступенчатого плана выборочного контроля с приемочным числом $A_c = 0$,

не имеет смысла выбор плана контроля осуществлять по оперативной характеристике.

Можно рекомендовать следующие критерии для выбора того или иного плана выборочного контроля:

- простота работы с планом;
- изменчивость объема выборок при реализации плана контроля;
- сложность формирования выборок;
- продолжительность контроля.

Самый простой для описания и организации – одноступенчатый план выборочного контроля. Для двухступенчатого плана необходимо больше усилий в организации и проведении из-за необходимости контроля второй выборки. Еще более сложными принято считать многоступенчатые и последовательные планы контроля.

При одноступенчатом контроле объем выборки имеет фиксированное значение и продолжительность контроля известна заранее. При других типах планов контроля число проверяемых изделий может меняться в зависимости от результатов предыдущих выборок. В целях сравнения удобно вычисление среднего объема выборки, необходимого на всей протяженности контроля продукции с различным средним качеством.

Наибольшее число изделий для проверки перед принятием решения имеет одноступенчатый план контроля. Наибольшее снижение этого объема при двух-, многоступенчатом и последовательном контроле достигается в случае безусловно хорошего или безусловно плохого качества продукции. В этом случае может быть получена определенная экономия финансовых затрат.

Неопределенность, связанная с неизвестным входным качеством продукции, усложняет подготовку необходимых средств для организации контроля. В некоторых случаях несложно извлечь вторую выборку, и формирование двух выборок не является большой проблемой. В других случаях формирование выборки является существенной частью процедуры приемочного контроля, например при формировании «повторных» выборок. Иногда в таких случаях предпочтителен одноступенчатый контроль.

Если проверка продолжительна, и ее можно проводить в отношении нескольких выборочных единиц одновременно, предпочтение отдается одноступенчатому плану контроля, т.к. в случае неопределенного результата по окончании проверки первой выборки и необходимости проведения контроля второй и последующих выборок намного увеличивается затрачиваемое на контроль время.

5.7 Последовательный план контроля

Последовательный план приемочного контроля применяется преимущественно в случаях, когда контролируется дорогостоящая продукция или контроль носит разрушающий характер. План последовательного контроля может применяться в отношении показателей качества, оцениваемых либо по количественному, либо по альтернативному признакам.

При использовании последовательного плана выборочного контроля по альтернативному признаку единицы в выборку отбирают случайным образом и подвергают контролю последовательно одну за другой. Кумулятивные результаты контроля накапливаются и представляют собой число несоответствующих единиц продукции (или число несоответствий).

После проверки очередной единицы кумулятивные результаты контроля используют для того, чтобы оценить, является ли вся полученная ранее информация достаточной для принятия решения о партии на данной стадии контроля, в противном случае контроль продолжается.

Если на данной стадии контроля кумулятивные результаты контроля таковы, что риск принятия партии неудовлетворительного уровня качества (риск потребителя) достаточно низок, то партию рассматривают как приемлемую и выборочный контроль этой партии заканчивается.

Если кумулятивные результаты контроля таковы, что риск отклонения партии удовлетворительного уровня качества (риск потребителя) достаточно низок, то партию следует рассматривать как неприемлемую, и контроль этой партии должен быть закончен.

Во избежание возможности продолжения контроля в течение неопределенного периода времени без достижения решения, предусмотрено правило усечения контроля, которое предполагает принятие однозначного решения о результате контроля при достижении кумулятивного объема выборки заранее заданного значения.

Применение последовательных планов выборочного контроля, так же как двухступенчатых и многоступенчатых планов, приводит к меньшим средним объемам выборки (средний объем выборки – это среднее арифметическое значений объемов различных выборок, которые могут быть подвергнуты контролю в соответствии с заданным выборочным планом при данном уровне качества партии или процесса) по сравнению с одноступенчатыми планами, имеющими такие же оперативные характеристики. При этом средняя экономия для последовательных выборочных планов даже превышает среднюю экономию при двухступенчатых или многоступенчатых планах.

Для партий удовлетворительного качества экономия объемов контроля при последовательных планах может достигать или превышать 50 % по отношению к одноступенчатым планам. С другой стороны, реальное количество контролируемых единиц продукции при двухступенчатых, многоступенчатых или последовательных планах контроля может, для отдельных партий, превышать значение объема выборки для соответствующего одноступенчатого плана.

При реализации планов последовательного выборочного контроля, предполагается, что выборки, взятые из партии, являются «возвратными», то есть каждая выбранная единица продукции возвращается в партию перед тем, как будет отобрана следующая. Если выборочный контроль проводят на больших партиях продукции, когда кумулятивный объем выборки не превышает 1/10 от

объема партии N , то допускается формировать безвозвратные выборки. Эта рекомендация может быть использована даже в тех случаях, когда кумулятивный объем выборки достигает $1/7$ от значения N .

Критерии приемки или отклонения партии, которые проверяют на каждом шаге контроля, определяются параметрами h_A , h_R и g .

Значения этих параметров, соответствующие значениям риска изготовителя $\alpha = 0,05$ и риска потребителя $\beta = 0,10$ табулированы.

Методика применения последовательных планов контроля предполагает два способа его реализации: численный и графический.

Численный метод является наиболее точным и исключает спорные моменты при принятии решений о приемке или отклонении партий.

Графический метод в виде карты, которую нужно заранее разработать, наиболее удобен при проверке серий партий. Однако он является менее точным, что определяется ограничениями в точности нанесения графических символов. С другой стороны, этот метод имеет преимущества, связанные с наглядностью представления возрастающей информации о качестве партий в процессе контроля очередных выборочных единиц.

Численный метод реализуется следующим образом. Для каждого значения кумулятивного объема выборки n_{cum} , которое не превышает усеченное значение объема выборки, приемочное число A рассчитывают по формуле:

$$A = g \cdot n_{cum} - h_A.$$

Округление проводят в сторону ближайшего меньшего целого числа. Браковочное число R определяют по формуле:

$$R = g \cdot n_{cum} + h_R.$$

Его значение округляют в сторону ближайшего большего целого числа.

Приемочное число A_t , соответствующее усеченному объему выборки, определяют как:

$$A_t = g \cdot n_t.$$

Округление проводят в сторону ближайшего меньшего целого. Соответствующее браковочное число R_t вычисляют как:

$$R_t = A_t + 1.$$

Если полученное в ходе расчетов значение A отрицательно, это значит, что данное значение кумулятивного объема выборки не достаточно (мало) для принятия решения о приемке партии и требуется увеличить кумулятивный объем выборки.

Наименьшее значение кумулятивного объема выборки, позволяющее осуществить приемку партии, определяется округлением значения величины h_A/g в сторону ближайшего большего целого числа.

Наименьшее значение кумулятивного объема выборки, позволяющее принять решение об отклонении партии, определяется округлением значения величины $h_R/(1 - g)$ в сторону ближайшего большего целого числа.

В процессе проверки каждой единицы результаты контроля записывают следующим образом: 0 - для соответствующих единиц, 1 - для несоответствующих. Кумулятивный результат контроля D определяют как число несоответствующих единиц, обнаруженных в процессе проверок всех выборочных единиц.

Если кумулятивный результат контроля D окажется меньше или равен соответствующему приемочному числу A , то партия должна быть принята.

Если кумулятивный результат контроля D превышает или равен соответствующему браковочному числу R , то партия отклоняется.

Если не выполняются предыдущие два правила, то необходимо провести контроль дополнительной выборочной единицы.

Если кумулятивный объем выборки достиг усеченного значения n_t , то правила приемки должны применяться для усеченных значений приемочного числа A_t и браковочного числа R_t .

При использовании графического метода строят график (рис. 5.8), на котором по горизонтальной оси откладывают кумулятивный объем выборки, а по вертикальной - кумулятивные результаты контроля. Значения A и R наносят на график в виде двух прямых линий с одинаковым наклоном равным g . Нижняя линия, пересекающая точку минус h_A на вертикальной оси, определяется как приемочная линия; а верхняя, проходящая через точку плюс h_R , - как браковочная линия.

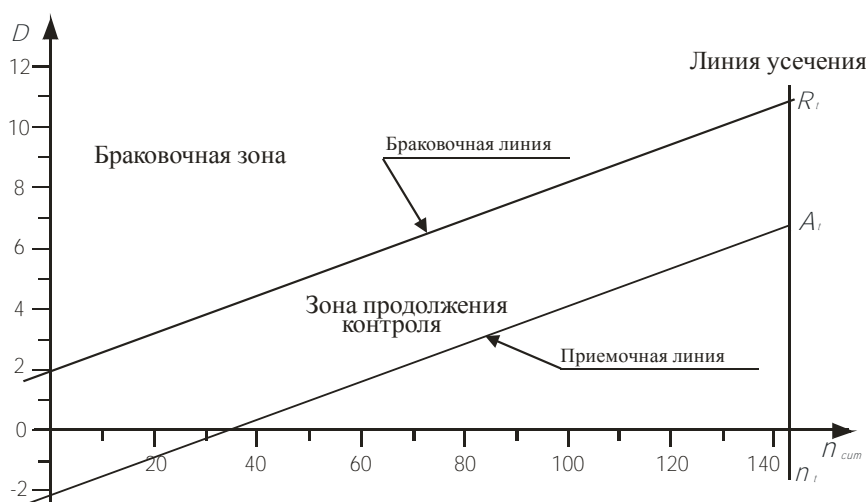


Рис. 5.8. Форма карты последовательного приемочного контроля

На график наносят вертикальную линию, соответствующую n_t - линии усечения кумулятивного объема выборки.

Эти линии определяют следующие зоны на карте:

браковочная зона - зона выше (включительно) браковочной линии вместе с той частью линии усечения, которая расположена выше (включительно) точки (n_t, R_t) .

Приемочная зона – зона ниже (включительно) приемочной линии вместе с той частью линии усечения, которая расположена ниже (включительно) точки (n_t, A_t) .

Зона продолжения контроля – полоса между приемочной и браковочной линиями, слева от линии усечения.

В процессе проверки необходимо последовательно наносить точки (в координатах $n_{cum}; D$) на приемочную карту, и если очередная точка попала в приемочную зону, то партия должна рассматриваться как приемлемая; если точка попала в браковочную зону, то партия должна рассматриваться как неприемлемая; если точка попала в зону продолжения контроля, то необходимо проверить дополнительную единицу продукции.

Последовательные точки на карте можно соединить ломаной линией, чтобы показать тренд кумулятивных результатов контроля.

Если точка расположена близко к приемочной или браковочной линии, то для принятия решения может быть дополнительно использован численный метод.

Последовательные планы выборочного контроля по количественному признаку могут быть использованы только тогда, когда есть уверенность в том, что измеряемые величины распределены по нормальному закону, и есть обоснованное подтверждение того, что стандартное отклонение процесса постоянно и равно σ .

Если контроль осуществляется над партиями продукции, поступающими непрерывными сериями в течение длительного срока, то гипотеза о нормальности распределения может быть подтверждена результатами, предварительно полученными с использованием одноступенчатого плана. Стабильность стандартного отклонения может быть выявлена по контрольным картам, определяющим изменчивость процесса.

Критерий приемки или отклонения партии, который проверяют на каждом шаге контроля, определяется параметрами h_A , h_R и g .

Если известен объем выборки n_0 одноступенчатого плана выборочного контроля, соответствующего рассматриваемому последовательному плану по количественному признаку, то усеченное значение кумулятивного объема выборки определяется как $n_t = 1,5 n_0$. Округление проводится в сторону ближайшего целого числа. Если объем выборки соответствующего одноступенчатого плана выборочного контроля неизвестен, то усеченное значение кумулятивного объема выборки определяется с использованием риска поставщика и риска потребителя.

Для каждого значения кумулятивного объема выборки n_{cum} , которое еще не достигло установленного усеченного значения объема выборки, соответствующее приемочное число A определяют по формуле:

$$A = g\sigma n_{cum} + h_A\sigma,$$

браковочное число R – по формуле:

$$R = g\sigma n_{cum} + h_R\sigma.$$

Приемочное число A_t , соответствующее усеченному объему выборки, определяют по формуле:

$$A_t = g\sigma n_t.$$

Приемочное и браковочное числа должны быть выражены числом с точностью на один десятичный знак больше, чем остальные контрольные результаты.

При графическом способе реализации последовательного плана контроля продукции по количественному признаку на карте определяется поле, где по оси абсцисс откладывается кумулятивный объем выборки, а по оси ординат – запас по качеству. На координатное поле наносится две наклонные прямые (под углом $g\sigma$), определяющие приемочную и браковочную зоны.

На линии кумулятивного объема выборки откладывают также вертикальную линию, проходящую через точку n_t – линию усечения.

Эти линии определяют три зоны на карте (рис. 5.9):

- приемочная зона – это зона, расположенная выше приемочной линии;
- браковочная зона – это зона ниже браковочной линии;
- зона продолжения контроля – полоса между приемочной и браковочной линиями, находящаяся левее линии усечения.

В процессе контроля каждой единицы продукции вычисляют запас по качеству y - величину, получаемую на основе измеренного значения показателя качества для одного изделия. В случае задания нижнего предела поля допуска и в случае задания границ двустороннего допуска запас по качеству получают в результате вычитания численного значения нижнего предела из измеренного значения величины. В случае задания верхнего предела запас по качеству получают в результате вычитания измеренного значения величины из численного значения верхнего предела поля допуска. Кумулятивный запас по качеству - величина, получаемая в результате суммирования запасов по качеству, вычисляемых от начала проведения последовательного выборочного контроля до последней проверенной единицы включительно.

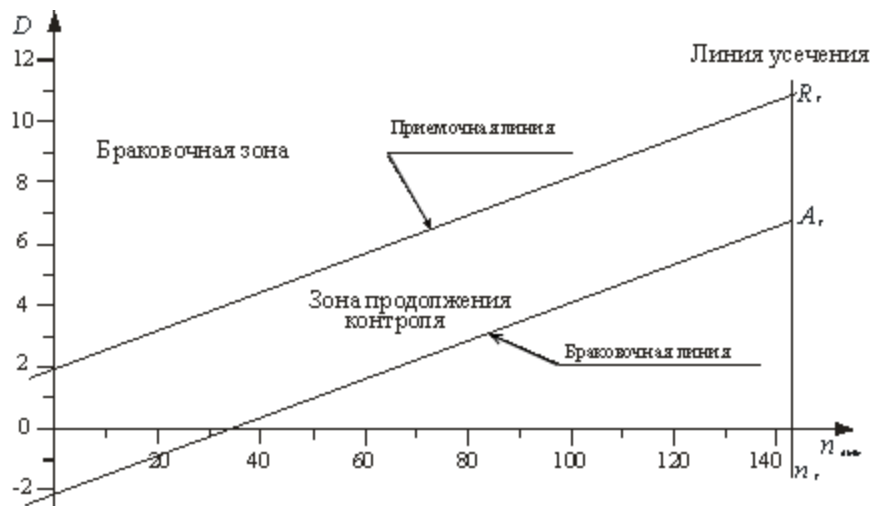


Рис. 5.9. Форма карты последовательного приемочного контроля (при контроле по количественному признаку)

Данные общего запаса по качеству Y получают в результате суммирования запасов по качеству Y , найденных, как указано выше, по мере проверки выборки, сделанной из партии.

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

Общие положения

Лабораторная работа – форма организации учебного процесса, предполагающая изучение (испытание, измерение, оценка) характеристик лабораторного объекта, в качестве которого могут выступать реальный объект или его модель (аналитическая, графическая, структурная, имитационная и т.д.).

Цель лабораторных работ:

- закрепление теоретических основ учебной дисциплины, полученных в ходе изучения лекционного материала;
- приобретение опыта практической деятельности при решении конкретных инженерных задач с использованием технических средств и средств измерений;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- формирование и развитие у студентов навыков и компетенций в процессе практического выполнения работы в интерактивном режиме.

По характеру решаемых задач лабораторные работы делятся на:

- ознакомительные, выполнение которых предполагает закрепление и конкретизацию теоретических знаний по изучаемой дисциплине;
- аналитические, выполнение которых предполагает получение новой информации на основе формализованных (расчетных) методов исследований;
- творческие, выполнение которых предполагает получение новой информации в результате проведения комплекса теоретических и экспериментальных исследований.

Требования к организации и проведению лабораторных занятий

Лабораторные занятия должны проводиться:

- в специализированных лабораториях, соответствующих санитарно-гигиеническим нормам, требованиям безопасности и технической эстетики;
- при наличии учебно-методической литературы, необходимой для конкретной лабораторной работы.

На первом занятии преподаватель обязан провести инструктаж по технике безопасности при проведении лабораторных работ, сделать соответствующую запись в журнале по технике безопасности за подписями инструктировавшего и инструктируемых.

Лабораторные занятия должны быть обеспечены методическими рекомендациями (указаниями) к выполнению лабораторных работ и учебно-информационной литературой, необходимой для выполнения конкретной работы.

Проведение лабораторного занятия включает:

- внеаудиторную подготовку студентов по теме конкретной лабораторной работы;
- входной контроль готовности студентов к выполнению лабораторной работы;

- выполнение студентом лабораторной работы (индивидуальное, в составе бригады, подгруппы);
- оформление студентом отчета о результатах выполнения работы и защите отчета;
- подведение преподавателем итогов выполнения лабораторной работы.

Полномочия и ответственность руководителя

Преподаватель имеет право в рамках стандарта учебной дисциплины определять содержание лабораторных работ, выбирать методы и средства проведения лабораторных исследований, наиболее полно отвечающие их особенностям и обеспечивающие высокое качество учебного процесса.

Лабораторная работа 1

Регулирование технологического процесса с использованием контрольных карт \bar{X} и \bar{R}

Цель работы – получение практических навыков проведения статистического управления качеством продукции путем применения контрольных карт средних арифметических и средних размахов.

Задачи:

1. Провести анализ точности требований к деталям, получаемым в ходе реализации технологического процесса, выбрать методы и средства контроля деталей по заданному параметру.
2. Рассчитать границы управления и построить совмещенную карту управления по \bar{X} и \bar{R} .
3. Дать заключение «годности» технологического процесса.

Средства измерений и вспомогательные устройства

Станковые приборы: стойка или штатив с индикатором часового типа или другой рычажно-зубчатой или пружинной головкой.

Меры и вспомогательные устройства: плоскопараллельные концевые меры длины.

Порядок выполнения работы

1. Создать массив исходных данных путем контроля 5 мгновенных выборок, состоящих из 5 деталей, изготовленных в ходе реализации технологического процесса. Полученные данные вносятся в таблицу 1.1.

Таблица 1.1

Массив исходных данных

№ выборки	$X_1, \text{мм}$	$X_2, \text{мм}$	$X_3, \text{мм}$	$X_4, \text{мм}$	$X_5, \text{мм}$	$X_{\text{ср}}, \text{мм}$	Размах $R, \text{мм}$
1	35,988	35,992	36,063	36,042	36,013	36,020	0,075
2	36,045	36,062	36,006	36,047	36,014	36,035	0,056
3	36,001	36,010	36,082	36,045	36,023	36,032	0,081
4	36,022	36,051	36,101	36,045	36,088	36,061	0,079
5	36,054	36,033	36,049	36,044	36,071	36,050	0,038
6	36,034	36,034	36,066	36,067	36,012	36,043	0,055
7	36,036	36,073	36,085	36,017	36,057	36,054	0,068
8	36,021	36,042	36,051	36,077	36,074	36,053	0,056
9	36,022	36,045	36,008	36,081	36,065	36,044	0,073
10	36,063	36,043	36,081	36,070	36,063	36,064	0,038
11	36,002	36,032	36,034	36,090	36,070	36,046	0,088
12	36,044	36,059	36,048	36,072	36,095	36,064	0,051
13	36,026	36,051	36,023	36,043	36,044	36,037	0,028
14	36,026	36,039	36,069	36,076	36,054	36,053	0,050
15	36,045	36,000	36,067	36,015	36,055	36,036	0,067
16	36,063	36,047	36,021	36,046	36,026	36,041	0,042
17	36,050	36,071	36,049	36,078	36,057	36,061	0,029
18	36,008	36,069	36,045	36,054	36,081	36,051	0,073
19	36,059	36,107	36,066	36,002	36,081	36,063	0,105
20	36,035	36,064	36,064	36,083	36,012	36,052	0,071
						$\bar{X}_{\text{ср}}$	\bar{R}
						36,048	0,061

2. По известным формулам рассчитываем статистические параметры процесса \bar{X} и \bar{R} .

3. Для нахождения границ регулирования $UCL_{\bar{X}}$, $LCL_{\bar{X}}$ контрольной карты средних арифметических и используются следующие зависимости:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X}_{\text{cp}} + A_2 \bar{R}.$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X}_{\text{cp}} - A_2 \bar{R},$$

где $UCL_{\bar{X}}$ – верхняя граница регулирования, мм;

$LCL_{\bar{X}}$ – нижняя граница регулирования, мм;

\bar{X}_{cp} – среднее арифметическое значение средних арифметических, измеренных в процессе предварительного анализа, мм;

\bar{R} – среднее арифметическое размахов, измеренных в процессе предварительного анализа, мм;

A_2 – коэффициент, зависящий от объема выборки.

Для нашего примера

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X}_{\text{cp}} + A_2 \bar{R} = 36,048 + 0,577 \cdot 0,061 = 36,083 \text{ мм, а}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X}_{\text{cp}} - A_2 \bar{R} = 36,048 - 0,577 \cdot 0,061 = 36,013 \text{ мм.}$$

Для нахождения границ регулирования контрольной карты средних размахов \bar{R} используются следующие зависимости:

$$LCL_R = D_3 \cdot \bar{R},$$

$$UCL_R = D_4 \cdot \bar{R},$$

где LCL_R – нижняя граница регулирования, мм;

UCL_R – верхняя граница регулирования, мм;

\bar{R} – среднее арифметическое размахов, измеренных в процессе предварительного анализа, мм;

D_3, D_4 – коэффициенты, зависящие от объема выборки.

Для объемов мгновенных выборок меньше 7, $D_3 = 0$. Поэтому, в рассматриваемом примере

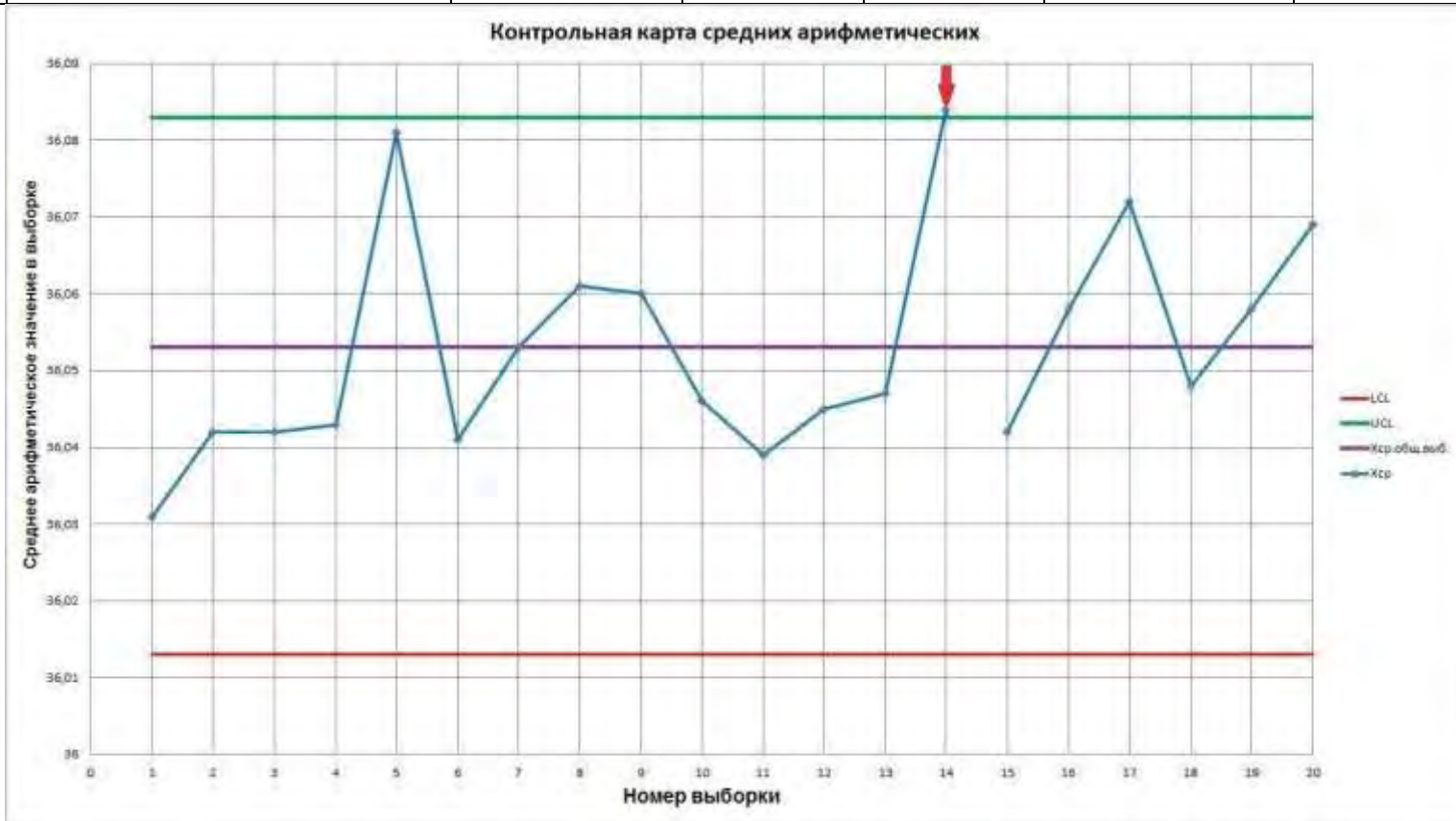
$$LCL_R = 0, \text{ а}$$

$$UCL_R = D_4 \cdot \bar{R} = 2,114 \cdot 0,061 = 0,129 \text{ мм,}$$

4. По полученным значениям строим карту управления по \bar{X} и \bar{R} и проводим процедуру управления процессом на основе результатов контроля мгновенных выборок.

Графическое представление процедуры приведено на рис. 1.1, 1.2.

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	Яковчик И.Ю.				СМИС	
Руководитель	Соломахо В.Л.					113531

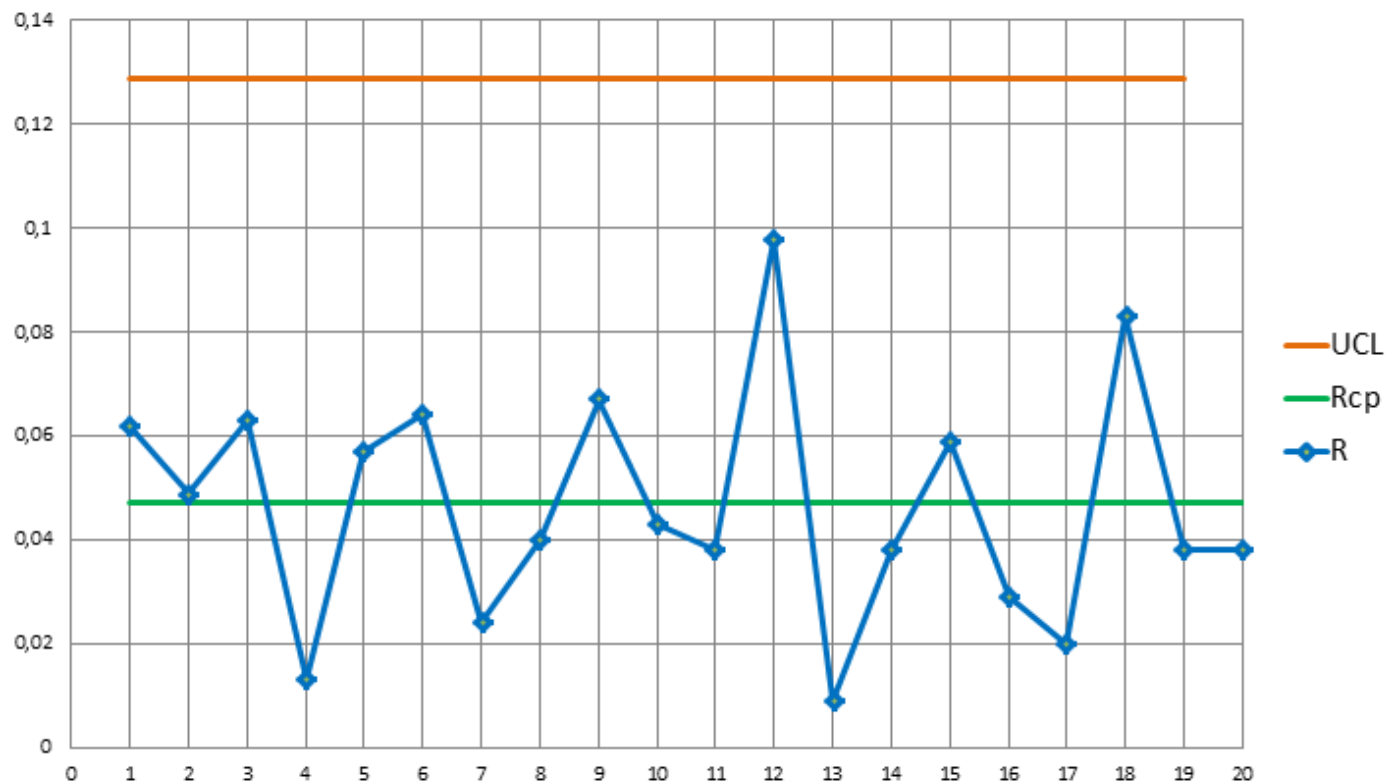


№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X ₁	36,001	36,026	36,01	36,051	36,082	36,023	36,045	36,043	36,023	36,044	36,021	36,008	36,042	36,069	36,051	36,045	36,077	36,054	36,074	36,081
X ₂	36,063	36,075	36,032	36,038	36,098	36,068	36,069	36,083	36,04	36,021	36,059	36,008	36,05	36,085	36,042	36,074	36,061	36,085	36,036	36,069
X ₃	36,022	36,026	36,051	36,039	36,101	36,069	36,045	36,076	36,088	36,054	36,022	36,059	36,045	36,107	36,008	36,066	36,081	36,002	36,065	36,081
X ₄	36,037	36,039	36,073	36,043	36,044	36,005	36,051	36,043	36,09	36,064	36,052	36,106	36,051	36,075	36,067	36,047	36,067	36,049	36,056	36,043
X _{ср}	36,031	36,042	36,042	36,043	36,081	36,041	36,053	36,061	36,06	36,046	36,039	36,045	36,047	36,084	36,042	36,058	36,072	36,048	36,058	36,069
R	0,062	0,049	0,063	0,013	0,057	0,064	0,024	0,04	0,067	0,043	0,038	0,098	0,009	0,038	0,059	0,029	0,02	0,083	0,038	0,038

Рисунок 1.1 – Контрольная карта средних арифметических

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	<i>Яковчик И.Ю.</i>				<i>СМИС</i>	<i>113531</i>
Руководитель	<i>Соломахо В.Л.</i>					

Контрольная карта размахов



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X ₁	36,001	36,026	36,01	36,051	36,082	36,023	36,045	36,043	36,023	36,044	36,021	36,008	36,042	36,069	36,051	36,045	36,077	36,054	36,074	36,081
X ₂	36,063	36,075	36,032	36,038	36,098	36,068	36,069	36,083	36,04	36,021	36,059	36,008	36,05	36,085	36,042	36,074	36,061	36,085	36,036	36,069
X ₃	36,022	36,026	36,051	36,039	36,101	36,069	36,045	36,076	36,088	36,054	36,022	36,059	36,045	36,107	36,008	36,066	36,081	36,002	36,065	36,081
X ₄	36,037	36,039	36,073	36,043	36,044	36,005	36,051	36,043	36,09	36,064	36,052	36,106	36,051	36,075	36,067	36,047	36,067	36,049	36,056	36,043
X _{ср}	36,031	36,042	36,042	36,043	36,081	36,041	36,053	36,061	36,06	36,046	36,039	36,045	36,047	36,084	36,042	36,058	36,072	36,048	36,058	36,069
R	0,062	0,049	0,063	0,013	0,057	0,064	0,024	0,04	0,067	0,043	0,038	0,098	0,009	0,038	0,059	0,029	0,02	0,083	0,038	0,038

Рисунок 1.2 – Контрольная карта средних размахов

5. Анализ карт регулирования.

По результатам анализа контрольных карт видно, что среднее арифметическое значение выборки № 14 вышло за границу регулирования. Следовательно, процесс разлажен, и необходимо осуществить подналадку.

На карте средних размахов выбросовых значений не обнаружено.

Лабораторная работа 2

Регулирование технологического процесса с использованием контрольных карт индивидуальных значений X и скользящей средней MR

Цель работы – получение практических навыков проведения статистического управления качеством продукции путем применения контрольных карт на основе индивидуальных значений и скользящей средней.

Задачи:

1. Провести анализ точности требований к деталям, получаемым в ходе реализации технологического процесса, выбрать методы и средства контроля деталей по заданному параметру.
2. Рассчитать границы управления и построить совмещенную карту управления по индивидуальным значениям и скользящей средней.
3. Дать заключение «годности» технологического процесса.

Средства измерений и вспомогательные устройства

Станковые приборы: стойка или штатив с индикатором часового типа или другой рычажно-зубчатой или пружинной головкой.

Меры и вспомогательные устройства: плоскопараллельные концевые меры длины.

Порядок выполнения работы

1. К специфическому виду контрольных карт управления по количественному признаку относятся карты индивидуальных значений и скользящих размахов. Они используются в случае, когда изготавливается дорогостоящая продукция либо контроль носит разрушающий характер.

В качестве исходных данных при выполнении лабораторной работы задаются статистические характеристики процесса X_0 и MR_0 (в качестве примера используем следующие количественные оценки $X_0 = 36,053$ мм и $MR_0 = 0,0165$ мм).

2. Для нахождения границ регулирования контрольной карты индивидуальных значений используются следующие зависимости:

$$UCL_X = X_0 + E_2 MR_0;$$

$$LCL_X = X_0 - E_2 MR_0,$$

где UCL_X – верхняя граница регулирования, мм;

LCL_X – нижняя граница регулирования, мм;

E_2 – коэффициент, зависящий от объема выборки.

Коэффициент E_2 определяется по формуле:

$$E_2 = 3/d_2,$$

где d_2 – табличное значение, в нашем случае $d_2 = 1,128$; а $E_2 = 3/1,128 = 2,66$.

Для нашего случая

$$UCL_X = X_0 + E_2 MR_0 = 36,053 + 2,66 \cdot 0,0165 = 36,097 \text{ мм};$$

$$LCL_X = X_0 - E_2 MR_0 = 36,053 - 2,66 \cdot 0,0165 = 36,009 \text{ мм},$$

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	<i>Яковчик И.Ю.</i>				<i>СМИС</i>	<i>113531</i>
Руководитель	<i>Соломахо В.Л.</i>					

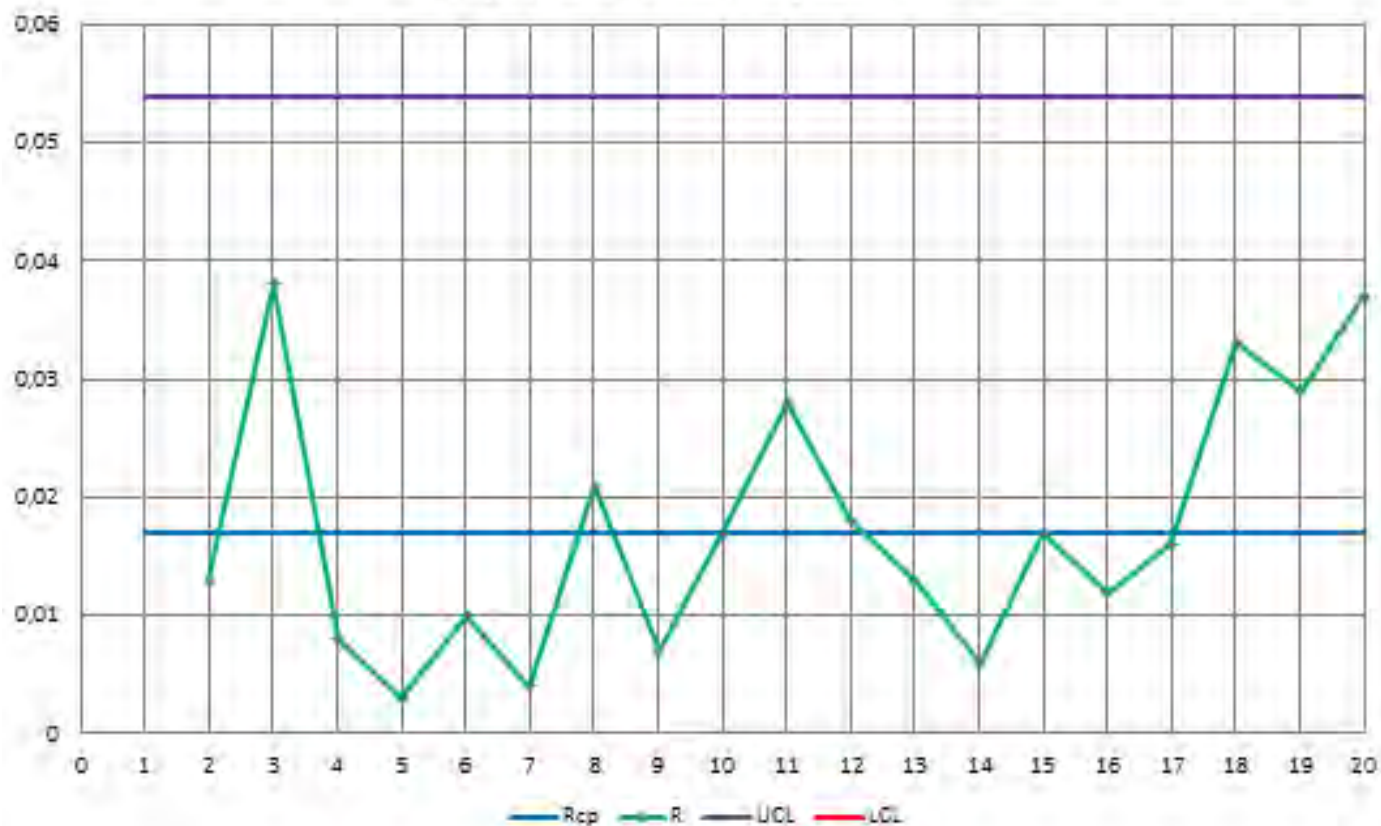


№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	36,002	36,015	36,053	36,045	36,042	36,052	36,048	36,069	36,062	36,045	36,017	36,035	36,048	36,054	36,071	36,059	36,075	36,042	36,071	36,034
R		0,013	0,038	0,008	0,003	0,01	0,004	0,021	0,007	0,017	0,028	0,018	0,013	0,006	0,017	0,012	0,016	0,033	0,029	0,037

Рисунок 2.1 – Карта индивидуальных значений

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	<i>Яковчик И.Ю.</i>				<i>СМИС</i>	<i>113531</i>
Руководитель	<i>Соломахо В.Л.</i>					

Карта скользящих размахов



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_i	36,002	36,015	36,053	36,045	36,042	36,052	36,048	36,069	36,062	36,045	36,017	36,035	36,048	36,054	36,071	36,059	36,075	36,042	36,071	36,034
R		0,013	0,038	0,008	0,003	0,01	0,004	0,021	0,007	0,017	0,028	0,018	0,013	0,006	0,017	0,012	0,016	0,033	0,029	0,037

Рисунок 2.2 – Карта скользящих размахов

Для нахождения границ регулирования контрольной карты скользящих размахов используются следующие зависимости:

$$UCL_{MR} = D_4 MR_0,$$

где D_4 – коэффициент, зависящий от объема выборки;

$LCL_{MR} = 0$, так как число наблюдений меньше 7.

Для нашего случая

$$UCL_{MR} = D_4 MR_0 = 3,267 \cdot 0,0165 = 0,0539 \text{ мм.}$$

Карты индивидуальных значений и скользящих размахов представим на рисунке 2.1, 2.2.

3. Анализ карт регулирования.

Анализ приведенных контрольных карт индивидуальных значений X и скользящих средних MR позволяет сделать вывод, что процесс является статистически управляемым и не требует корректировки.

Лабораторная работа 3

Регулирование технологического процесса с помощью карт, базирующихся на альтернативных данных

Цель работы – получение практических навыков проведения статистического управления качеством продукции путем применения контрольных карт на основе альтернативных данных.

Задачи:

1. Провести анализ точности требований к деталям, получаемым в ходе реализации технологического процесса, выбрать методы и средства контроля деталей по заданному параметру.
2. Рассчитать границы управления и построить совмещенную карту управления по индивидуальным значениям и скользящей средней.
3. Дать заключение «годности» технологического процесса.

Средства измерений и вспомогательные устройства

Станковые приборы: стойка или штатив с индикатором часового типа или другой рычажно-зубчатой или пружинной головкой.

Меры и вспомогательные устройства: плоскопараллельные концевые меры длины.

Общие положения

При построении карт регулирования, производящих оценку по альтернативному признаку, вводится понятие «дефекта» продукции.

Дефекты подразделяются на:

- малозначительные;
- значительные;
- критические.

Малозначительный дефект – дефект, в результате которого изделие теряет некоторую рыночную привлекательность, но сохраняет все исходные технические характеристики.

Значительный дефект – дефект, при котором изделие может использоваться по назначению, однако, оно меняет свои технические характеристики.

Критический дефект – дефект, при котором эксплуатация изделия невозможна и недопустима.

При построении карт регулирования по альтернативному признаку устанавливается уровень качества объекта контроля, который позволяет разделить объекты на «годные» и «негодные».

Карты регулирования по альтернативному признаку делятся на четыре вида:

- 1) *p-карты* для долей несоответствующих единиц (из выборок не обязательно равного объема);
- 2) *np-карты* для количества несоответствующих единиц (для выборок одинакового объема);

3) *c-карты* для количества несоответствий (для выборок равного объема);

4) *u-карты* для количества несоответствий на единицу (из выборок не обязательно равного объема).

Для нахождения границ регулирования используются формулы, приведенные в таблице 3.1 (соответствует таблице 5 ГОСТ Р 50779.42).

Таблица 3.1

Формулы контрольных границ для альтернативных данных

Показатель	Стандартные значения не заданы		Стандартные значения заданы	
	Среднее значение	Границы регулирования	Среднее значение	Границы регулирования
p	\bar{p}	$\bar{p} \pm 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$	p_0	$p_0 \pm 3\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$
np	$n\bar{p}$	$n\bar{p} \pm 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$	np_0	$np_0 \pm 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$
c	\bar{c}	$\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$	c_0	$c_0 \pm 3\sqrt{c_0}$
u	\bar{u}	$\bar{u} \pm 3\sqrt{\bar{u}/n}$	u_0	$u_0 \pm 3\sqrt{u_0/n}$

Наличие одной или большего числа точек за любой из контрольных границ свидетельствует о выходе процесса из управляемого состояния нестабильности в этой точке.

Лабораторная работа 3.1

Регулирование технологического процесса с использованием карт доли несоответствующих единиц продукции

Порядок выполнения работы

1. Для построения контрольной карты осуществить 10 выборок деталей объемом, равным 20 шт. Результаты свести в таблицу (пример заполнения таблицы на рис. 3.1).

2. Нахождение границ регулирования контрольной карты осуществляется следующим образом.

Контрольная линия вычисляется по формуле:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n \cdot m},$$

где m – число выборок.

$$\bar{p} = 0,025 = 2,5 \text{ \%}.$$

Рассчитаем границы регулирования:

$$UCL = p_0 + 3\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

$$LCL = p_0 - 3\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$$

где UCL – верхняя граница регулирования;

LCL – нижняя граница регулирования;

n – постоянный объем выборки.

Для рассматриваемого числового примера получим:

$$UCL = 0,025 + 3\sqrt{0,025(1 - 0,025)/20} = 0,130;$$

$$LCL = 0,025 - 3\sqrt{0,025(1 - 0,025)/20} = -0,08 \rightarrow 0.$$

На основе анализа исходного массива представим данные для построения контрольной карты (таблица 3.2).

Таблица 3.2

Данные для построения контрольной карты

Номер вы-борки	Объем вы-борки, шт	Число несоответствующих единиц, шт	Процент несоответствующих единиц, %
1	20	2	10
2	20	0	0
3	20	0	0
4	20	1	5
5	20	0	0
6	20	0	0
7	20	0	0
8	20	0	0
9	20	2	10
10	20	0	0

С учетом рассчитанных границ и данных, представленных в табл. 3.2, построим контрольную карту доли дефектов единиц продукции (*p-карты*).

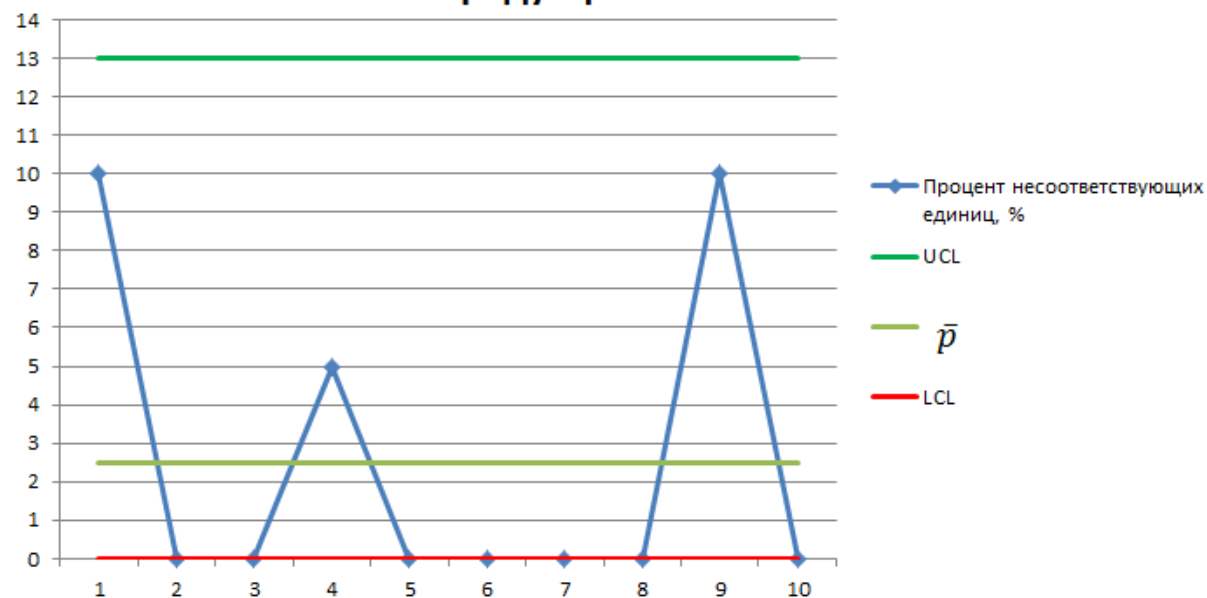
Контрольная карта изображена на рисунке 3.1.

3. Анализ карт регулирования

Анализ приведенной контрольной карты доли дефектных единиц продукции позволяет сделать вывод, что процесс является статистически управляемым и не требует корректировки.

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	<i>Яковчик И.Ю.</i>				<i>СМИС</i>	<i>113531</i>
Руководитель	<i>Соломахо В.Л.</i>					

Контрольная карта доли дефектных единиц продукции



№ выборки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество несоответствующих единиц, шт.	2	-	-	1	-	-	-	-	2	-
Процент несоответствующих единиц, %	10	-	-	5	-	-	-	-	10	-

Рисунок 3.1 – Контрольная карта доли дефектных единиц продукции

Лабораторная работа 3.2

Регулирование технологического процесса с использованием карт количества несоответствующих единиц продукции

Контрольная карта количества несоответствующих единиц продукции (np-карта) применяется для контроля и регулирования процессов на основании выборок по результатам оценки количества несоответствующих единиц продукции путем деления числа обнаруженных несоответствующих изделий на количество проверенных изделий. Карта «np» применяется только для выборок постоянного объема.

Порядок выполнения работы

1. Массив данных формируется на базе априорной информации (по аналогии с порядком формирования исходного массива в лабораторной работе 3.1).

2. Вычисление контрольных границ.

Контрольная граница вычисляется по формуле:

$$n\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n np_i}{n},$$
$$n\bar{p} = 0,25.$$

Рассчитаем границы регулирования по формулам:

$$UCL_{np} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p})(1 - \bar{p})};$$
$$LCL_{np} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p})(1 - \bar{p})}.$$

где UCL_{np} – верхняя граница регулирования;

LCL_{np} – нижняя граница регулирования.

Для нашего примера контрольные границы равны:

$$UCL_{np} = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p})(1 - \bar{p})} = 0,25 + 3 \cdot \sqrt{0,25(1 - 0,025)} = 1,731;$$

$$LCL_{np} = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{(n\bar{p})(1 - \bar{p})} = 0,25 - 3 \cdot \sqrt{0,25(1 - 0,025)} \approx -1,231.$$

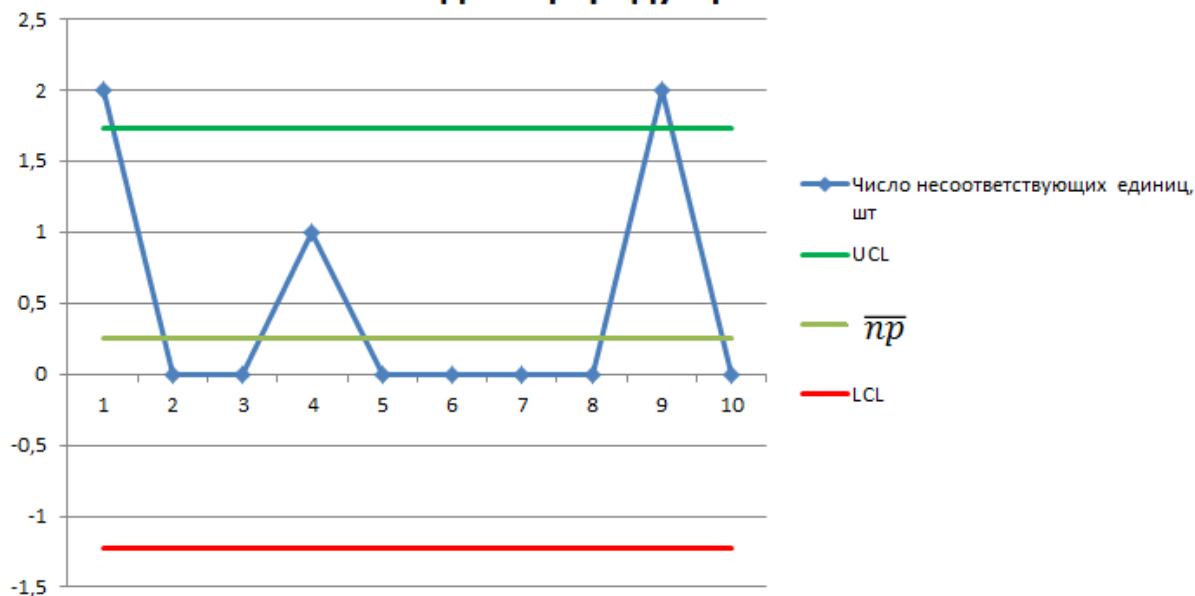
Отбирая последовательные выборки и определяя значение количества несоответствующих единиц продукции, строим контрольную карту (рис. 3.2).

3. Анализ контрольной карты.

Выход параметра np за верхнюю границу регулирования на 1 и 9 выборках свидетельствует о нарушении установленных параметров управления и необходимости корректировки процесса.

	ФИО	Подпись	Дата	БНТУ	Кафедра	Группа
Исполнитель	Яковчик И.Ю.				СМИС	113531
Руководитель	Соломахо В.Л.					

Контрольная карта количества несоответствующих единиц продукции



№ выборки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество несоответствующих единиц, шт.	2	-	-	1	-	-	-	-	2	-
Процент несоответствующих единиц, %	10	-	-	5	-	-	-	-	10	-

Рисунок 3.2 – Контрольная карта количества несоответствующих единиц продукции

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

КУРСОВАЯ РАБОТА

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

Общие положения

Практическое занятие – форма организации учебного процесса, заключающаяся в выполнении студентами под руководством преподавателя комплекса учебных заданий.

Цель практических занятий:

- закрепление и детализация теоретических основ учебной дисциплины, полученных в ходе изучения лекционного материала;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины, приобретения опыта практической деятельности при решении конкретных инженерных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- выработка навыков рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм работы.

По характеру выполняемых студентами заданий практические занятия подразделяются на:

- ознакомительные, проводимые с целью закрепления и конкретизации изученного теоретического материала;
- аналитические, ставящие своей целью получение новой информации на основе формализованных методов;
- творческие, связанные с получением новой информации путем самостоятельно выбранных подходов к решению задач.

Формы организации практических занятий определяются в соответствии со специфическими особенностями рассматриваемого раздела учебной дисциплины и решаемыми в ходе проведения практических занятий задачами. Практические занятия могут проводиться в форме решения типовых и ситуационных задач, деловых игр, выездных занятий в организациях.

Практическое занятие 1
Свойства вероятности случайного события.
Алгебра случайных событий

Цель занятия:

- изучение свойств вероятности случайного события;
- изучение теоремы сложения случайных событий и примеров ее практического применения.

Выделим некоторые свойства вероятности случайного события.

Свойство 1. Вероятность достоверного события равна 1.

Это значит, что событие имеющее вероятность единица, наступит в любом случае.

Доказательство. Так как событие достоверно, то благоприятствующими ему будут все элементарные исходы (т.е. $m = n$). Тогда,

$$P(X) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1.$$

Свойство 2. Вероятность невозможного события равна 0.

Доказательство. Пусть X – невозможное событие, т.е. оно не происходит ни при каком элементарном исходе (т.е. $m=0$)- Тогда,

$$P(X) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0.$$

Свойство 3. Если X – случайное событие, то $0 < P(X) < 1$.

Доказательство. Если X – случайное событие, то при некоторых элементарных исходных оно происходит, а при остальных нет. Таким образом, $0 < m < n$.

Разделим это двойное неравенство на $n > 0$. Получаем

$$\frac{0}{n} < \frac{m}{n} < \frac{n}{n},$$
$$0 < \frac{m}{n} < 1.$$

Отсюда получаем

$$0 < P(X) < 1.$$

Свойство 4. Если X и \bar{X} противоположные события, то

$$P(X) = 1 - P(\bar{X}).$$

Доказательство. Если из n элементарных исходов число элементарных исходов, благоприятствующих событию X , равно m , то в других случаях ($m-n$) вместо события X появится событие \bar{X} . Таким образом,

$$P(X) = \frac{m}{n}, \quad P(\bar{X}) = \frac{n-m}{n}, \quad P(X) + P(\bar{X}) = \frac{m}{n} + \frac{n-m}{n} = 1.$$

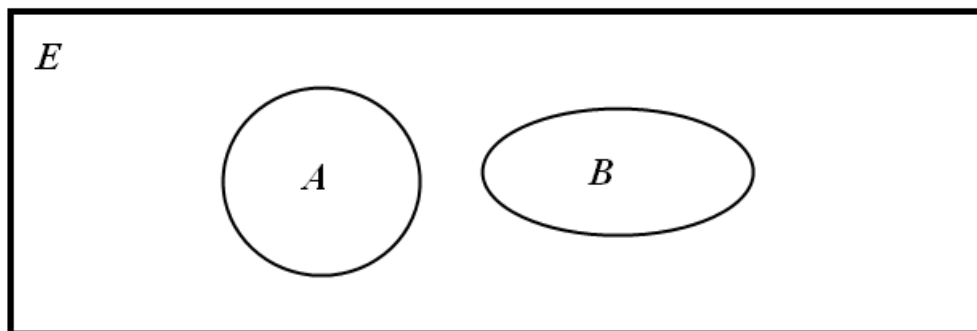
Если в результате испытаний возможным исходом будет наличие двух или нескольких случайных событий появляется необходимость определения вероятности их, например, последовательного или одновременного появления. Эти задачи решаются на базе общей модели – алгебры событий, в рамках которой возможны операции сложения и умножения вероятностей.

Теорема сложения вероятностей

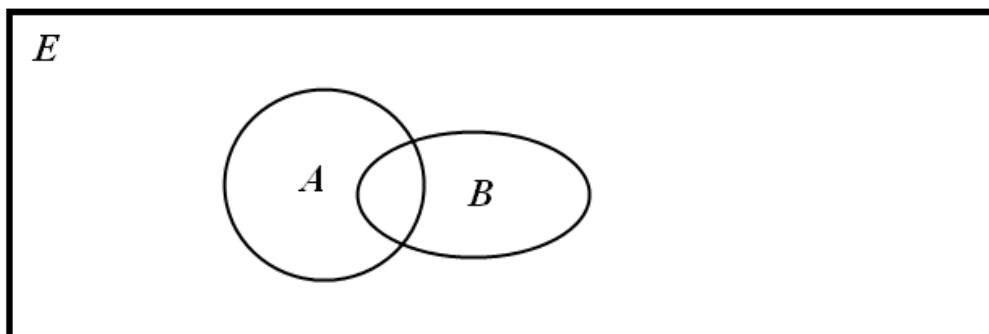
Суммой $A+B$ случайных событий A и B называется событие, состоящее в том, что произошло хотя бы одно из них не исключая того, что они могли произойти оба. Сумма событий есть их объединение. Любой элементарный исход, который входит в событие A или событие B , входит также и в их сумму $A+B$.

Решая задачу сложения вероятностей случайных событий необходимо знать возможность их совместного проявления.

Для графической интерпретации процедуры используем диаграмму Венна (рис. 1.1) Внешний прямоугольник (E) обозначает все пространство элементарных исходов, а фигуры A и B – события A и B как подмножества элементарных исходов. При этом площадь фигуры A соответствует вероятности события A , а площадь фигуры B – вероятности события B .



а)



б)

a – события A и B совместны, b – события A и B несовместны

Рис. 1.1. Графическая интерпретация процедуры сложения вероятностей двух случайных событий A и B

Если случайные события A и B несовместны (рис. 1.1 б), теорема сложения вероятностей имеет вид:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Пример. При сортировке деталей после токарной обработки экспериментально определены вероятности появления деталей, действительный размер которых меньше наименьшего предельного размера (2%) и деталей, действительный размер которых больше наибольшего предельного размера (2,5%). Необходимо определить вероятность появления в результате обработки несоответствующей единицы продукции.

Будем считать, что:

Событие A – «единица продукции, имеющая действительный размер меньше наименьшего предельного»;

Событие B – «единица продукции, имеющая действительный размер больше большего предельного»;

Событие C – «единица продукции – несоответствующая».

События A и B несовместны, так как в единице продукции может содержаться только один из выделенных дефектов.

Отсюда,

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B).$$

$$P(C) = 0,02 + 0,025 = 0,045.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции равна 4,5%.

Если события совместны (рис.1.1 б), то вероятность суммы события $A+B$ равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \times B).$$

Пример. В заготовках наблюдаются два вида несоответствий: царапины и раковины. Экспериментально определены вероятности появления царапин 8% и появления раковин 3%. Необходимо найти вероятность того, что единица продукции будет несоответствующая.

Будем считать, что:

Событие A – «единица продукции содержит царапину»;

Событие B – «единица продукции содержит раковину»;

Событие C – « единица продукции – несоответствующая».

События A и B совместны, т.е. в единице продукции может наблюдаться либо один из видов дефектов, либо оба одновременно.

Таким образом,

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \times B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B).$$

$$P(C) = 0,08 + 0,03 - 0,08 \times 0,03 = 0,1076.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции равна 10,76%.

Практическое занятие 2

Алгебра случайных событий.

Теорема умножения вероятностей

Цель занятия:

- изучение теоремы умножения случайных событий и примеров ее практического применения;
- изучение методики определения полной вероятности группы случайных событий.

Произведением случайных событий A и B называется событие, состоящее в том, что одновременно произошли оба события. Произведение событий есть их пересечение, т.е. предполагает все исходы, которые включают оба события и обозначается AB .

Графически произведение двух случайных событий может быть представлено как пересечение подмножеств, соответствующих событиям A и B (рис. 2.1). Вероятность произведения двух событий находится в зависимости от того, являются эти события зависимыми или нет.

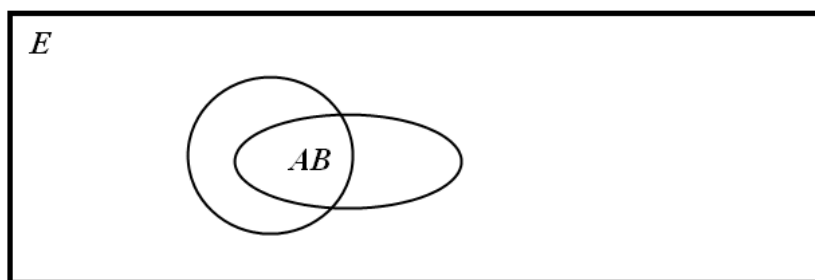


Рис. 2.1. Графическая интерпретация процедуры умножения вероятностей двух случайных событий A и B

События называются **независимыми**, если появление любого из них не влияет на вероятность появления другого. В противном случае – они **зависимы**.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(AB) = P(A) \times P(B).$$

Пример. В партии изготовленных деталей наблюдаются два вида брака: несоответствие размера и шероховатости поверхности нормируемым значениям. Вероятность несоответствия размеров нормируемым составляет 1,6%, а несоответствие шероховатости поверхности установленным нормам составляет 1,95%. Какова вероятность, что в единице продукции будет наблюдаться одновременно оба дефекта.

В данном примере мы имеем дело с независимыми событиями

Будем считать, что:

Событие A – «единица продукции не соответствует по размеру»;

Событие B – «единица продукции не соответствует по параметрам шероховатости поверхности»;

Событие C – « единица продукции – несоответствующая».

Тогда,

$$P(C) = P(AB) = P(A) \times P(B), \quad P(C) = 0,0160 \times 0,0195 = 0,000312.$$

Таким образом, вероятность производства несоответствующей продукции, имеющей два дефекта одновременно составляет 0,0312%.

В случае, если вероятность события B зависит от того, произошло или не произошло событие A , мы имеем дело с зависимыми событиями.

Условной вероятностью $P_A(B)$ называется вероятность события B при условии, что событие A наступило. Условную вероятность можно определить следующим образом:

$$P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

Вероятность произведения двух событий, при условии, что первое событие произошло, равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого,

$$P(AB) = P(A) \times P_A(B).$$

Пример. В таре поступило 36 деталей, причем известно, что из общего количества 32 – годных. Извлеченная из тары первая наугад деталь оказалась бракованной. Необходимо определить вероятность того, что вторая, извлеченная наугад, деталь также будет бракованной.

Будем считать событием A – извлечение первой бракованной детали, а событием B – извлечение второй бракованной детали.

Вероятность события $P(A) = \frac{4}{36}$. Вероятность события B зависит от того, какая деталь была отобрана первой. В рассматриваемом случае в таре осталось 35 деталей, причем три из них – бракованные. Таким образом, вероятность события B в предположении, что событие A произошло в нашем случае равна $P_A(B) = \frac{3}{35}$. Таким образом вероятность события AB состоящего в том, что обе, подряд извлеченные из тары детали являются бракованными, может быть рассчитана по формуле:

$$P(AB) = P(A) \times P_A(B) = \frac{4}{36} \times \frac{3}{35} = \frac{1}{105} = 0,001.$$

Таким образом, вероятность последовательного извлечения двух несоответствующих единиц продукции при выполнении условий примера – 0,1%.

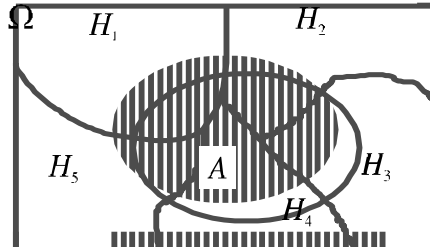
Определение полной вероятности группы случайных событий

Если имеется группа событий H_1, H_2, \dots, H_n , обладающая следующими свойствами:

- 1) все события попарно несовместны;
- 2) их объединение образует пространство элементарных исходов Ω .

$$\Omega = H_1 \cup H_2 \cup \dots \cup H_n,$$

можно говорить, что H_1, H_2, \dots, H_n образуют **полную группу событий**.



Пусть A – некоторое событие: $A \subset \Omega$.

Тогда вероятность события A может быть определено по формуле **полной вероятности**:

$$P(A) = P_{H_1}(A)P(H_1) + P_{H_2}(A)P(H_2) + \dots + P_{H_n}(A)P(H_n) = \sum_{i=1}^n P_{H_i}(A)P(H_i).$$

Пример. Партия деталей формируется продукцией, произведенной на трех станках, причем доля первого станка – 30%, второго – 50%, третьего – 20%. Доля несоответствующих единиц продукции каждого станка в общем объеме продукции составляет соответственно 3%, 2% и 1%. Какова вероятность того, что случайно отобранная из партии единица продукции окажется несоответствующей?

Пусть событие H_1 состоит в том, что единица продукции произведена на первом станке, H_2 на втором, H_3 – на третьем. Тогда

$$P(H_1) = 3/10,$$

$$P(H_2) = 5/10,$$

$$P(H_3) = 2/10.$$

Пусть событие A состоит в том, что единица продукции оказалась несоответствующей; A/H_i означает событие, состоящее в том, что выбрана несоответствующая лампа из ламп, произведенных на i -ом станке. Из условия задачи следует:

$$P_{H_1}(A) = 3/100,$$

$$P_{H_2}(A) = 2/100,$$

$$P_{H_3}(A) = 1/100.$$

По формуле полной вероятности получаем

$$P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{100} + \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{100} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{11}{500}.$$

Практическое занятие 3

Оценка параметров распределения генеральной совокупности

Цель занятия:

- изучение методики оценки точности вычисления генерального среднего значения по данным выборки;
- изучение методики оценки точности вычисления стандартного отклонения генеральной совокупности по данным выборки.

Оценка параметров распределения генеральной совокупности может быть практически осуществлена только на основании данных выборки из этой совокупности.

Извлекая выборку из генеральной совокупности и вычисляя ее статистические характеристики \bar{x}_i и σ_i , можно с некоторым приближением считать, что они по своим значениям будут близки к соответствующим параметрам генеральной совокупности \bar{x}_0 и σ_0 , т.е. является их оценками.

Оценка точности вычисления генерального среднего значения по данным выборки

Для оценки обозначим точность приближенного равенства $\bar{x}_0 \approx \bar{x}_i$ буквой ε . Тогда определение точности вычисления генерального среднего значения по данным выборки сводится к определению вероятности того, что истинное значение \bar{x}_0 находится в пределах $\bar{x} \pm \varepsilon$ (рис. 3.1), т.е.:

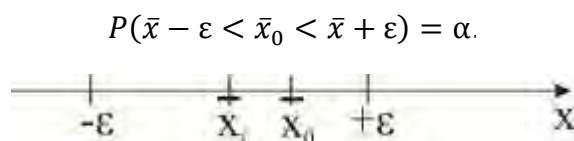


Рис. 3.1. Положение статистических характеристик \bar{x}_0 , \bar{x}_i на числовой оси

Для определения вероятности α используем распределение Стьюдента (распределение величины t):

$$t_\alpha = \frac{|\bar{X} - \bar{X}_0|}{\sigma_x} = \frac{\varepsilon}{\sigma_x},$$

где t_α – величина t , соответствующая определенной вероятности α , зависящая от числа степеней свободы $k = n - 1$ (n – объем выборки), а $\sigma_x = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Величина t_α табулирована. При помощи этой таблицы можно определить одно из трех значений: вероятность α , точность ε или объем выборки n , задаваясь предварительно значениями каких-либо двух из этих величин.

Пример. По выборке объема $n = 20$ ед. определены $\bar{x} = 20,004$ мм и $s = 0,002$ мм. Определить с вероятностью $\alpha = 0,95$, в каком диапазоне находится истинное значение генеральной средней \bar{X}_0 .

Генеральная средняя \bar{X}_0 находится в пределах доверительных границ

$$\bar{X} - \varepsilon < \bar{X}_0 < \bar{X} + \varepsilon,$$

где $\varepsilon = t_\alpha \sigma_x = t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$.

При $k = 20 - 1 = 19$ и $\alpha = 0,95$ находим t_α

$$t_\alpha = 2,09.$$

Отсюда

$$\varepsilon = 2,09 \cdot \frac{0,002}{\sqrt{20}} = 0,0008.$$

Следовательно, истинное значение генеральной средней \bar{X}_0 будет находиться в пределах:

$$(20,004 - 0,0008) < \bar{X}_0 < (20,004 + 0,0008), \text{ т.е. } 20,0032 < \bar{X}_0 < 20,0048.$$

Оценка точности вычисления стандартного отклонения генеральной совокупности по данным выборки

Задача сводится к определению вероятности приближенного равенства $s \approx \sigma_0$, точность которого равна ε :

$$P(s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) = \alpha = L(q, k).$$

Для определения вероятности α пользуются распределением величины:

$$x^2 = \frac{k^2}{s^2}.$$

Величина x^2 табулирована. Пользуясь соответствующими таблицами можно определить одно из трех значений: k , $q = \varepsilon/s$ или α .

Пример. По выборке объема $n = 20$ вычислено стандартное отклонение $s = 0,12$ мм. Определить точность приближенного равенства $s \approx \sigma_0$ с вероятностью $\alpha = 0,95$.

Для определения ε воспользуемся формулой $\varepsilon = q \cdot s$. Для $k = 20 - 1 = 19$ и $\alpha = 0,95$ находим соответствующее значение q . В нашем случае $q = 0,400$.

Тогда $\varepsilon = 0,400 \cdot 0,12 = 0,048$.

Таким образом, с вероятностью 0,95, можем считать, что σ_0 находится в следующих пределах:

$$((0,12 - 0,048) < \sigma_0 < (0,12 + 0,048)) = (0,072 < \sigma_0 < 0,168).$$

Пример. При предварительном анализе технологического процесса на выборке из 10 ед. установлены количественные оценки процесса $\bar{X} = 18,001$ мм и $s = 0,008$ мм. Определить статистически обоснованный объем выборки n , при котором s будет отличаться от σ_0 не более чем на 0,006 с вероятностью $\alpha = 0,98$.

Зная, что $\varepsilon = q \cdot s$, определяем q :

$$q = \varepsilon / s = 0,006 / 0,008 = 0,75$$

При $q = 0,75$ и $\alpha = 0,98$, находим $k = 12$. Так как $n = k + 1$, искомый объем выборки – не менее 13 ед.

Практическое занятие 4

Критерии сходимости теоретического и эмпирического распределений случайной величины

Цель занятия: изучение методики оценки сходимости теоретического и эмпирического распределений случайной величины с использованием критерия Колмогорова λ критерия Пирсона χ^2 , критерия Романовского А.

В практической деятельности возникает задача подтверждения принадлежности экспериментально полученного распределения случайной величины к тому или иному теоретическому закону распределения. Подтверждение соответствия распределения предполагаемой модели осуществляется с использованием критериев согласия, из которых наибольшее широкое применение имеют критерии λ Колмогорова и χ^2 Пирсона.

Критерий Колмогорова λ дает достаточно точные результаты даже при объеме выборок, состоящих из нескольких десятков членов и прост для вычисления:

$$\lambda = \frac{\left| \sum_{i=1}^m f_i' - \sum_{i=1}^m f_i \right|}{\sqrt{n}},$$

где $\sum_{i=1}^m f_i'$, $\sum_{i=1}^m f_i$ – накопленные теоретические и эмпирические частоты соответственно;

m – число интервалов разбиения;

n – число единиц совокупности.

Для нормального закона распределения теоретические частоты f_i' находят по формуле:

$$f_i' = \frac{n \cdot R/m}{\sigma} z(t),$$

где $z(t)$ – табулированная функция нормированного нормального распределения;

R – размах, определяемый как разность наибольшего и наименьшего значений случайной величины в выборке.

Аргумент t табулированной функции нормированного нормального распределения $z(t)$ рассчитывается по следующей формуле:

$$t = \frac{|\bar{X}_i - \bar{X}|}{\sigma},$$

где \bar{X}_i – среднее значение случайной величины в интервале разбиения;

\bar{X} – среднее значение случайной величины в выборке;

σ – среднее квадратичное отклонение значений случайной величины X в выборке.

Для равновероятного закона распределения теоретические частоты f_i' находят по формуле:

$$f_i' = \frac{n \cdot R/m}{2\sqrt{3} \cdot \sigma}$$

где f_i – эмпирическая частота, находится путем обработки результатов i -той выборки;

n – объем выборки;

R – диапазон колебаний контролируемого параметра в выборке.

Функция $P(\lambda)$ табулирована. Если вероятность $P(\lambda) \leq 0,05$, то гипотеза о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому закону распределения отвергается.

Пример. В ходе анализа технологического процесса изготовления деталей типа “вал” отобрана выборка объемом $n = 200$ ед., параметры которой приведены в табл. 1.

Диапазон колебаний контролируемых размеров в выборке: от $X_{min} = 28,973$ мм до $X_{max} = 28,991$ мм.

Таблица 1

Экспериментальные результаты, полученные в ходе анализа технологического процесса

№ интервала m_i	Границы интервала, мм	Середина интервала, мм	частоты f_i
1	28,973-28,975	28,974	3
2	28,975-28,977	28,976	7
3	28,977-28,979	28,978	18
4	28,979-28,981	28,980	30
5	28,981-28,983	28,982	50
6	28,983-28,985	28,984	42
7	28,985-28,987	28,986	31
8	28,987-28,989	28,988	15
9	28,989-28,991	28,990	4
			$\sum f_i = 200$

Используя приведенные результаты, построим гистограмму распределения случайной величины (рис. 4.1).

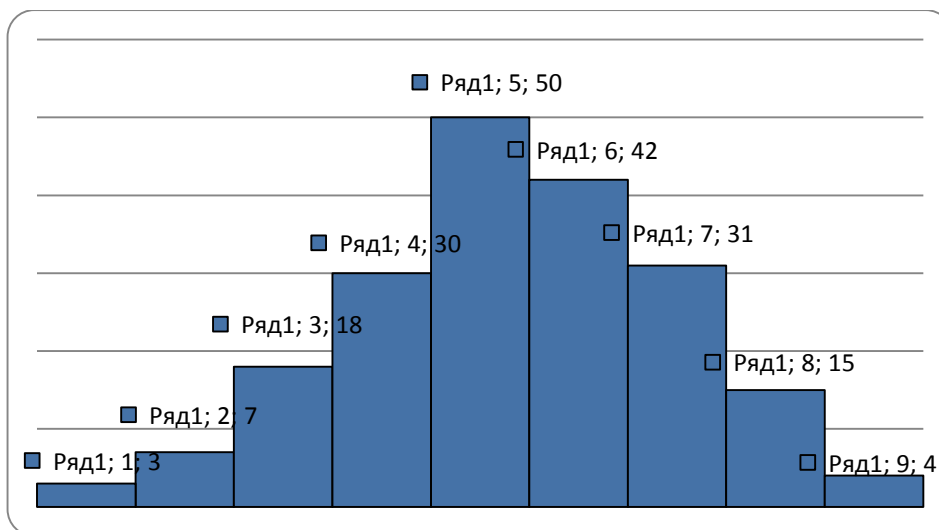


Рис. 4.1 – Гистограмма распределения

По виду эмпирического распределения выдвинем гипотезу о его соответствии теоретическому закону нормального распределения. Сформулируем нулевую гипотезу: данная эмпирическая совокупность является частью генеральной статистической совокупности, которая при количестве членов, стремящемся к бесконечности, будет распределена по закону нормального распределения, т.е.

$$H_0: P(\lambda) > 0,05.$$

Тогда альтернативная гипотеза будет иметь вид:

$$H_1: P(\lambda) \leq 0,05.$$

Для того, чтобы воспользоваться критерием λ Колмогорова, необходимо предварительно найти стандартное отклонение и функцию нормированного нормального распределения.

Так как число наблюдений превышает 25, то для вычисления стандартного отклонения воспользуемся формулой:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2 f_i} = 0,0034 \text{ мм},$$

Для расчета теоретических частот в каждом интервале используем табулированные значения функции нормированного нормального распределения.

Принимая во внимание, что для рассматриваемого примера объем выборки $n = 200$, размах $R = 0,018$ мм, количество интервалов разбиения $m = 9$, стандартное отклонение $\sigma = 0,0034$ мм, по соответствующей формуле находим теоретические частоты f_i^* . Полученные результаты сводим в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Результаты экспериментальных исследований

№ интервала	Середина интервала \bar{x}_i , мм	\bar{X} , мм	Стандартное отклонение σ , мм	t	$z(t)$	f_i'
1	28,974	28,982	0,0034	2,35	0,02522	2,97
2	28,976			1,76	0,08478	9,97
3	28,978			1,18	0,19886	23,39
4	28,980			0,59	0,33521	39,44
5	28,982			0	0,39849	46,88
6	28,984			0,59	0,33521	39,44
7	28,986			1,18	0,19886	23,39
8	28,988			1,76	0,08478	9,97
9	28,990			2,35	0,02522	2,97

Таблица 3

Результаты экспериментальных исследований

Частоты эмпирические f_i	Накопленные частоты эмпирические N_x	Частоты теоретические f_i'	Накопленные частоты теоретические N_x'	$ N_x' - N_x $
3	3	2,97	2,97	0,03
7	10	9,97	12,94	2,94
18	28	23,39	36,33	8,33
30	58	39,44	75,77	17,77
50	108	46,88	122,65	14,65
42	150	39,44	162,09	12,09
31	181	23,39	185,48	4,48
15	196	9,97	195,45	0,55
4	200	2,97	198,42	1,58

Тогда, учитывая полученные результаты $\lambda = 1,2565$

Функция $P(\lambda)$ табулирована и ее значение по полученным данным равно 0,0681. Так как вероятность $P(\lambda) \geq 0,05$, то сформулированная ранее нулевая гипотеза (H_0) о законе распределения принимается.

Критерий Пирсона χ^2 вычисляется по формуле:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_i - f_i')^2}{f_i'}$$

где f_i и f_i' – эмпирическая и теоретическая частоты соответственно i -го интервала значений X .

Для вычисления критерия необходимо определить число степеней свободы, которое рассчитывается следующим образом:

$$k = m - p - 1,$$

где p – число параметров теоретического распределения (так $p = 2$ для закона нормального и равновероятного распределения, $p = 1$ для закона эксцентриситета).

По величине k , используя соответствующие таблицы можно определить $P(\chi^2)$. Если $P(\chi^2) \leq 0,05$, то гипотеза о законе распределения отвергается.

Пример. В таблице 4 представлены результаты обработки эмпирических данных, полученных при контроле. Используя ранее рассмотренную методику, определены теоретические частоты, которые внесены в табл. 4. По представленным результатам с использованием критерия χ^2 необходимо дать заключение о непротиворечии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону распределения.

Таблица 4

Результаты расчетов теоретических частот

№ интервала	\bar{x}_i	\bar{x}	σ	t	$Z(t)$	f_i	f_i'
1	27,911	27,943	0,0150	-2,133	0,03955	4	4,234
2	27,919			-1,600	0,10226	10	10,949
3	27,927			-1,067	0,20594	24	22,049
4	27,935			-0,533	0,34294	28	36,717
5	27,943			0,000	0,39844	35	41,659
6	27,951			0,533	0,34294	49	36,717
7	27,959			1,067	0,20594	23	22,049
8	27,967			1,600	0,10226	17	10,949
9	27,975			-2,133	0,03955	8	4,234

Критерий Пирсона:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(f_i - f_i')^2}{f_i'} = 14,838,$$

Определим вероятность $P(\chi^2)$ при $k=6$ и $\alpha=0,05$. Для нашего случая $P(\chi^2) = 0,0203$.

Так как вероятность $P(\chi^2) < 0,05$, следовательно сходимость теоретического и эмпирического распределений по критерию Пирсона не подтверждается.

Для проведения экспресс-анализа эмпирического распределения можно воспользоваться **критерием Романовского А**.

$$A = \frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}}.$$

Если $A \geq 3$, то гипотеза о законе распределения отвергается.

Практическое занятие 5

Проверка статистических гипотез

Цель занятия:

- изучение методики проверки гипотезы равенства двух выборочных средних;
- изучение методики проверки гипотезы равенства двух выборочных дисперсий.

Наряду с проверкой сходимости теоретических и эмпирических распределений с использованием критериев согласия в статистике прибегают к проверке гипотез для решения и других задач.

Рассмотрим проверку гипотезы равенства двух выборочных средних. Предположим что из одной и той же генеральной совокупности взяты две выборки, которые для величины X дают средние \bar{X}_1 и \bar{X}_2 , отличные одна от другой.

Оценка расхождения двух выборочных средних производится при помощи критерия t Стьюдента, рассмотренного выше.

Практически критерий t в общем случае рассчитывается:

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}.$$

При оценке полученного значения t необходимо рассчитать k .

$$k = n_1 + n_2 - 2.$$

Затем по таблице $P(t) \geq t_1$ определить $P(t)$. Если $P(t) \leq 0,05$, то нулевая гипотеза о несущественном, случайном расхождении между выборочными средними значениями должна быть отклонена.

Если объем выборок $n > 25$, то критерий t вычисляется по формуле:

$$t = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}.$$

Пример. При одних и тех же условиях было обработано 2 партии втулок по 28 штук развертками на $d = 6$ мм и $d = 10$ мм. Результаты измерений двух партий втулок показали, что средняя разность между диаметром отверстия и диаметром развертки (разбивка отверстий) составляет для $d = 6$ мм - $\bar{X}_1 = 10,4$ мкм, для $d = 10$ мм - $\bar{X}_2 = 9,8$ мкм. Дисперсии этих величин соответственно равны: $\sigma_1^2 = 3,8$ мкм, $\sigma_2^2 = 4,7$ мкм.

Необходимо установить, влияет ли диаметр развертки на величину разбивки отверстий, которые подчиняются нормальному закону распределения (как показали предварительные испытания). Наша нулевая гипотеза будет состоять в том, что размер развертки не влияет на величину разбивки.

Вычислим величину t :

$$t = \frac{10,4 - 9,8}{\sqrt{\frac{3,8}{28} + \frac{4,7}{28}}} = 1,09.$$

По таблице этому значению t соответствует $P = 0,31$. Так как $P=0,31 > 0,05$, то нулевая гипотеза верна, т.е. можно считать, что размер развертки в пределах от $d = 6$ мм до $d = 10$ мм не оказывает существенного влияния на величину разбивки отверстий.

Проверка гипотезы равенства двух выборочных дисперсий производится по отношению:

$$t = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}.$$

В числителе всегда ставится наибольшее значение из двух наблюдаемых дисперсий. Затем определяются $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$, по которым находится табличное значение $T_{\text{табл}}$. Если $T_{\text{набл}} \geq T_{\text{табл}}$, то гипотеза отвергается.

Пример. С двух автоматов, обрабатывающих одинаковые детали, взяты две выборки n_1 и n_2 по 10 штук. При этом оказалось, что $\sigma_1^2 = 40$ мкм и $\sigma_2^2 = 32$ мкм. Ранее было установлено, что рассеивание размеров деталей, обработанных на автоматах, следует нормальному закону распределения.

Можно ли предположить, что оба станка обеспечивают одинаковую точность обработки?

Предположим, что оба станка дают одинаковую точность и наблюдаемое расхождение между дисперсиями случайно. Для проверки нашей нулевой гипотезы определим критерий $T_{\text{набл}}$.

$$T_{\text{набл}} = \frac{40}{32} = 1,25.$$

По таблице для уровня значимости $P = 0,05$ при $k_1 = k_2 = 9$ находим $T_{\text{табл}} = 3,23$, следовательно $T_{\text{набл}} < T_{\text{табл}}$. Поэтому можно считать нашу гипотезу верной, а наблюдаемое различие в значениях дисперсий выборок случайным.

Практическое занятие 6
Анализ стабильности технологических процессов.
Расчет индексов воспроизводимости и пригодности

Цель занятия:

- изучение источников изменчивости стабильности процесса;
- изучение методики расчета индексов воспроизводимости и пригодности процесса.

Анализ и подтверждение стабильности процесса сводится к признанию того, что источниками его изменчивости являются только «обычные» причины.

Собственная изменчивость процесса (σ_{π} или σ_s) – это часть изменчивости процесса, вызываемая только обычными причинами вариаций (изменчивости) процесса. Эта изменчивость оценивается с помощью отношений:

$$\sigma_{\pi} = \bar{R}/d_2, \sigma_s = \bar{s}/C_4,$$

где \bar{R} – среднее значение размахов;

\bar{s} – среднее значение отклонений отдельных выборок;

d_2, C_4 – стандартные коэффициенты, зависящие от объема выборки n (табл. 5).

Таблица 5

Зависимость коэффициентов d_2 и C_4 от объема выборки n

n	d_2	C_4	n	d_2	C_4
2	1,128	0,7979	9	2,970	0,9693
3	1,693	0,8862	10	3,078	0,9727
4	2,059	0,9213	11	3,173	0,9754
5	2,326	0,9400	12	3,258	0,9776
6	2,534	0,9515	13	3,336	0,9794
7	2,704	0,9594	14	3,407	0,9810
8	2,847	0,9650	15	3,472	0,9823

Пример. Определить собственную изменчивость процесса изготовления вала Ø32 f 9 на основании экспериментальных результатов измерений, приведенных в табл. 6.

Данные представлены на основании результатов контроля общей выборки объемом 100 ед., сформированной из 20 мгновенных выборок объемом по 5 ед.

Таблица 6

Результаты измерений вала Ø32 f9

№ выборки	$X_1, мм$	$X_2, мм$	$X_3, мм$	$X_4, мм$	$X_5, мм$	$X_{cp}, мм$	$R, мм$
1	31,937	31,973	31,925	31,954	31,951	31,948	0,048
2	31,942	31,926	31,941	31,948	31,958	31,943	0,032
3	31,933	31,930	31,924	31,933	31,962	31,9364	0,038
4	31,943	31,941	31,938	31,966	31,949	31,9474	0,028
5	31,948	31,944	31,970	31,935	31,934	31,9462	0,036
6	31,927	31,944	31,954	31,937	31,934	31,9392	0,027
7	31,939	31,945	31,926	31,906	31,935	31,9302	0,039
8	31,922	31,937	31,944	31,940	31,946	31,9378	0,024
9	31,934	31,948	31,932	31,952	31,930	31,9392	0,022
10	31,967	31,937	31,907	31,954	31,915	31,936	0,06
11	31,944	31,957	31,948	31,945	31,964	31,9516	0,02
12	31,945	31,921	31,945	31,930	31,935	31,9352	0,024
13	31,916	31,928	31,922	31,934	31,960	31,932	0,044
14	31,918	31,956	31,944	31,940	31,932	31,938	0,038
15	31,949	31,948	31,939	31,960	31,966	31,9524	0,027
16	31,954	31,946	31,936	31,954	31,951	31,9482	0,018
17	31,934	31,932	31,981	31,968	31,914	31,9458	0,067
18	31,955	31,948	31,926	31,928	31,977	31,9468	0,051
19	31,953	31,936	31,950	31,937	31,928	31,9408	0,025
20	31,949	31,928	31,932	31,960	31,966	31,947	0,038

В результате обработки экспериментальных результатов, получены следующие статистические оценки процесса:

$$\bar{X} = 31,942 \text{ мм};$$

$$\bar{R} = 0,0353 \text{ мм}.$$

Оценим присущую процессу изменчивость.

Коэффициент d_2 зависит от объема мгновенной выборки (табл. 7).

Таблица 7

Зависимость коэффициентов d_2 и C_4 от объема выборки n

n	d_2	C_4	n	d_2	C_4
2	1,128	0,7979	9	2,970	0,9693
3	1,693	0,8862	10	3,078	0,9727
4	2,059	0,9213	11	3,173	0,9754
5	2,326	0,9400	12	3,258	0,9776
6	2,534	0,9515	13	3,336	0,9794
7	2,704	0,9594	14	3,407	0,9810
8	2,847	0,9650	15	3,472	0,9823

Так как в нашем случае объем выборки равен 5, то $d_2 = 2,326$.

Таким образом, получаем:

$$\sigma_R = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0,0353}{2,326} = 0,0151.$$

Полная изменчивость процесса определяется как обычными, так и особыми причинами. Эта изменчивость оценивается с помощью выборочного стандартного отклонения, использующего все индивидуальные значения:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}},$$

где x_i – результат измерений показателя качества отдельных единиц продукции;

\bar{X} – среднее арифметическое результатов измерений.

Для условий нашего примера

$$\sigma_X = 0,0149.$$

Воспроизводимость процесса – это интервал в $k\sigma$, присущей процессу изменчивости только для статистически стабильных процессов, где σ обычно оценивается как $\frac{R_{cp}}{d_2}(\sigma_s)$, а k зависит от закона распределения показателя качества процесса и установленной доверительной информации.

Индекс воспроизводимости C_p определяется как допуск, делённый на воспроизводимость процесса без учета его центровки:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma_R} = \frac{31,975 - 31,913}{6 \cdot 0,0151} = 0,68,$$

где USL – верхняя граница поля допуска, USL = 31,975 мм;

LSL – нижняя граница поля допуска, LSL = 31,913 мм.

$$\sigma_R = \frac{R_{cp}}{d_2} = 0,0151,$$

где R_{cp} – среднее арифметическое размахов 20 выделенных выборок;

d_2 – коэффициент, зависящий от объёма выборки.

Так как значение индекса воспроизводимости $C_p < 1,33$ ($C_p = 0,68$), то данный процесс является статистически неуправляемым.

Рассчитаем отношение воспроизводимости (CR) по формуле:

$$CR = \frac{1}{C_p} = \frac{1}{0,68} = 1,47.$$

Рассчитаем индекс пригодности.

Пригодность процесса – это интервал в $k\sigma$ полной изменчивости, где σ оценивается при помощи выборочного стандартного отклонения σ_s . Оценка пригодности определяется при помощи индекса пригодности P_p .

Индекс пригодности P_p определяется как допуск, деленный на оценку полной изменчивости процесса без учета его центровки:

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma_x} = \frac{31,975 - 31,913}{6 \cdot 0,0149} = 0,69.$$

Индекс пригодности P_p должен использоваться только для сравнения или вместе с C_p и C_{pk} , а также для измерения и выбора приоритетов усовершенствования во времени.

Рассчитаем отношение пригодности (PR) по формуле:

$$PR = \frac{1}{P_p} = \frac{1}{0,69} = 1,45.$$

Рассчитаем индекс воспроизводимости, учитывающий центровку процесса, и индекс пригодности, учитывающий центровку процесса.

Индекс воспроизводимости C_{pk} учитывает центровку процесса и определяется как минимальное из CPU и CPL. Он связывает разность между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска с половиной присущей процессу изменчивости.

Верхний индекс воспроизводимости CPU определяется как отклонение среднего уровня процесса от верхнего предела поля допуска, делённое на действительный верхний разброс процесса:

$$CPU = \frac{USL - \bar{X}_{cp}}{3 \cdot \sigma_R} = \frac{31,975 - 31,942}{3 \cdot 0,0151} = 0,725.$$

Нижний индекс воспроизводимости CPL определяется как отклонение среднего уровня процесса от нижнего предела поля допуска, делённое на действительный нижний разброс процесса:

$$CPL = \frac{\bar{X}_{cp} - LSL}{3 \cdot \sigma_R} = \frac{31,942 - 31,913}{3 \cdot 0,0151} = 0,637.$$

Тогда индекс воспроизводимости C_{pk} , учитывающий центровку процесса, равен:

$$C_{pk} = 0,637.$$

Индекс пригодности P_{pk} учитывает центровку процесса и определяется как минимальное из PPU и PPL. Он связывает разность между средним процесса и ближайшим пределом поля допуска с половиной полной изменчивости процесса. Данный показатель, как и индекс пригодности P_{pk} , должен использоваться только

для сравнения или вместе с показателями C_p и C_{pk} , а также для измерения и выбора приоритетов усовершенствования во времени.

$$\begin{aligned} \text{PPU} &= \frac{\text{USL} - \bar{X}_{\text{cp}}}{3 \cdot \sigma_x} = \frac{31,975 - 31,942}{3 \cdot 0,0149} = 0,734, \\ \text{CPL} &= \frac{\bar{X}_{\text{cp}} - \text{LSL}}{3 \cdot \sigma_s} = \frac{31,942 - 31,913}{3 \cdot 0,0149} = 0,645. \end{aligned}$$

Таким образом, индекс пригодности, учитывающий центровку процесса, равен:

$$P_{pk} = 0,645.$$

Так как $C_p = 0,68 < 1,33$, то процесс считаем статистически неуправляемым.

Практическое занятие 7

Применение гистограмм для оценки качества продукции

Цель работы – изучение методики построения и применения гистограмм для оценки качества продукции.

Процедуру рассмотрим на примере анализа процесса изготовления вала Ø10h7. В результате возникновения случайных погрешностей при обработке партии заготовок действительный размер каждой детали является случайной величиной и может принимать любые значения в границах определенного интервала. Совокупность значений действительных значений размеров заготовок, обработанных при неизменных условиях и расположенных в возрастающем порядке с указанием частоты повторения этих размеров или частоты, называется распределением. Под частотой понимают отношение числа деталей одного размера (либо попавших в один интервал) к общему числу деталей в партии. Распределение действительных размеров заготовок можно представить графически в виде **гистограммы распределения**, которая представляет собой ступенчатую диаграмму (рис. 7.1).

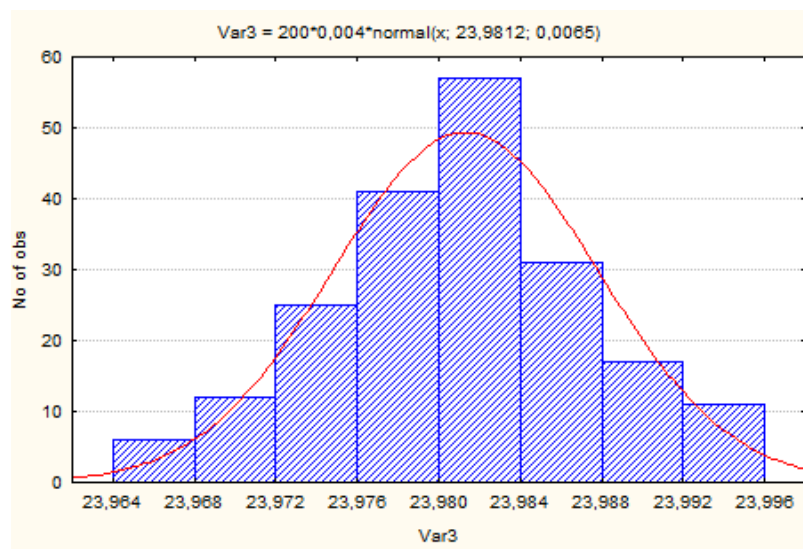


Рис. 7.1 Распределение измеренных диаметров осей: 1 – полигон распределения; 2 – гистограмма

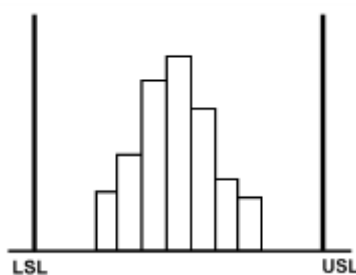
Для построения гистограммы весь диапазон измеренных значений размеров деталей разбивают на интервалы. Количество интервалов m определяется техническими соображениями. При этом выполняется условие, предполагающее, что погрешность используемого средства измерения (с учетом принятого масштаба) должна быть меньше интервала деления.

Для построения гистограммы по оси абсцисс откладывают интервалы размеров, а по оси ординат соответствующие им частоты f или частоты f/n . В каждом интервале строят прямоугольники, высота которых соответствует частоте (частости) попадания размеров в соответствующий интервал. Построенная таким образом столбчатая диаграмма и есть гистограмма. Последовательным со-

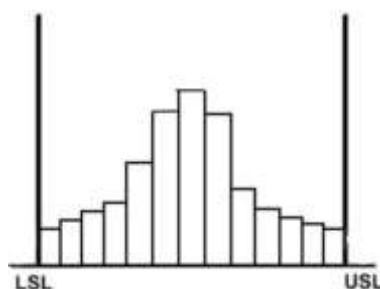
единением между собой точек, соответствующих серединам интервалов, получают кривую, соответствующую эмпирической кривой распределения или **полигону распределения**. При увеличении количества интервалов и уменьшении их размеров ломаная эмпирическая кривая распределения приближается по форме к плавной кривой.

Анализ построенной гистограммы позволяет сравнить поле рассеивания контролируемого параметра ω с полем допуска T и оценить их взаимное положение. При этом возможны пять типовых вариантов их взаимного расположения:

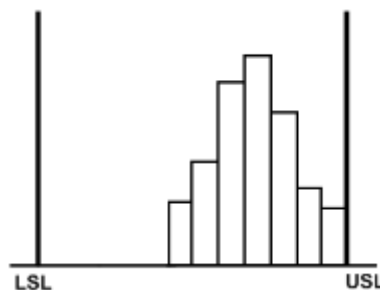
– поле рассеивания значительно меньше поля допуска ($\omega < T$). ТП протекает нормально, требуется только поддерживать существующее состояние;



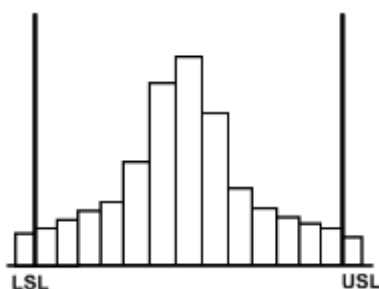
– поле рассеивания равно или немного меньше поля допуска ($\omega = T$). ТП протекает нормально, но нет запаса надежности. Можно провести мероприятия по уменьшению поля рассеивания, если затраты на эти мероприятия будут меньше, чем потери от возможного брака;



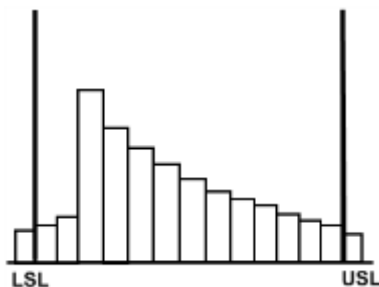
– поле рассеивания меньше поля допуска, но смещено влево (или вправо) от границы поля допуска. Процесс протекает ненормально, связан с воздействием специальных причин вариаций, нужно добиться смещения середины поля рассеивания ω к центру поля допуска T ;



– поле рассеивания больше поля допуска ($\omega > T$) и размещено симметрично относительно центра поля допуска. Процесс протекает ненормально, связан воздействием общих причин вариаций, необходимо провести мероприятия по снижению поля рассеивания ω ;



– поле рассеивания больше поля допуска ($\omega > T$) и смещено относительно середины поля допуска T . Процесс протекает ненормально, необходимо ликвидировать воздействие как общих, так и специальных причин вариаций.



По результатам такого сравнения можно сделать предварительное заключение об устойчивости технологического процесса (ТП) и в случае необходимости наметить мероприятия по ее повышению.

В ходе выполнения работы студент отбирает выборку установленного преподавателем объема из партии деталей, измеряет действительные значения контролируемого показателя качества каждой единицы продукции в выборке, затем строит гистограмму, проводит ее анализ и составляет заключение о состоянии технологического процесса.

Пример построения гистограммы и полигона распределения случайной величины.

Исходными данными является массив данных, представляющих совокупность значений случайной величины, приведенный в табл. 8.

Таблица 8

Массив данных

X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм	X, мм
35,988	36,002	35,992	36,032	36,063	36,034	36,042	36,090	36,013	36,070
36,006	36,052	36,037	36,083	36,052	36,050	36,042	36,038	36,014	36,031
36,045	36,044	36,062	36,059	36,006	36,048	36,047	36,072	36,014	36,095
36,088	36,039	36,016	36,036	36,054	36,039	36,028	36,085	36,052	36,052
36,001	36,026	36,010	36,051	36,082	36,023	36,045	36,043	36,023	36,044

36,063	36,075	36,032	36,038	36,098	36,068	36,069	36,083	36,040	36,021
36,022	36,026	36,051	36,039	36,101	36,069	36,045	36,076	36,088	36,054
36,037	36,039	36,073	36,043	36,044	36,005	36,051	36,043	36,090	36,064
36,054	36,045	36,033	36,000	36,049	36,067	36,044	36,015	36,071	36,055
36,002	36,053	36,042	36,048	36,062	36,017	36,048	36,071	36,075	36,071
36,034	36,063	36,034	36,047	36,066	36,021	36,067	36,046	36,012	36,026
36,007	36,037	36,078	36,055	36,063	36,072	36,016	36,078	36,048	36,066
36,036	36,050	36,073	36,071	36,085	36,049	36,017	36,078	36,057	36,057
36,010	36,059	36,042	36,036	36,090	36,030	36,039	36,070	36,071	36,075
36,021	36,008	36,042	36,069	36,051	36,045	36,077	36,054	36,074	36,081
36,059	36,008	36,050	36,085	36,042	36,074	36,061	36,085	36,036	36,069
36,022	36,059	36,045	36,107	36,008	36,066	36,081	36,002	36,065	36,081
36,052	36,106	36,051	36,075	36,067	36,047	36,067	36,049	36,056	36,043
36,063	36,035	36,043	36,064	36,081	36,064	36,070	36,083	36,063	36,012
36,015	36,045	36,052	36,069	36,045	36,035	36,054	36,059	36,042	36,034

Используя данный массив, построим гистограммы и полигон распределения случайной величины X . Для этого выполняем следующие действия:

1. Определяем размах результатов измерений:

$$R = X_{imax} - X_{imin} = 36,107 - 35,989 = 0,119 \text{ мм.}$$

2. Разбиваем диапазон разброса значений на равные интервалы.

Количество интервалов разбиения выбираем таким образом, чтобы размах по возможности нацело делился на число интервалов. В нашем случае наиболее удобным количеством интервалов является 7.

Для определения частот необходимо определить количество случайных попаданий в тот или иной интервал. А для нахождения частоты необходимо определить отношение частоты (f_i) к объему выборки (n):

$$m_i = \frac{f_i}{n}.$$

Результаты расчетов представлены в таблице 9.

Таблица 9

Результаты расчетов

№	Диапазон размеров	\bar{x}	f_i	m_x
1	35,988-36,005	35,997	8	0,04
2	36,005-36,022	36,014	23	0,115
3	36,022-36,039	36,031	32	0,16
4	36,039-36,056	36,048	59	0,295
5	36,056-36,073	36,065	45	0,225
6	36,073-36,090	36,082	28	0,14
7	36,090-36,107	36,099	5	0,025
Σ			200	1

3. Строим гистограмму распределения и полигон частот

Гистограмма распределения представляет собой совокупность соприкасающихся прямоугольников, основания которых равны интервалам разбиения, а

площади пропорциональны частотам этих интервалов. Гистограмма изображена на рис. 2.1.

Полигон частот – это ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых равны серединам интервалов разбиения, а ординаты – соответствующим частотам. Полигон распределения случайной величины представлен на рис. 7.2.

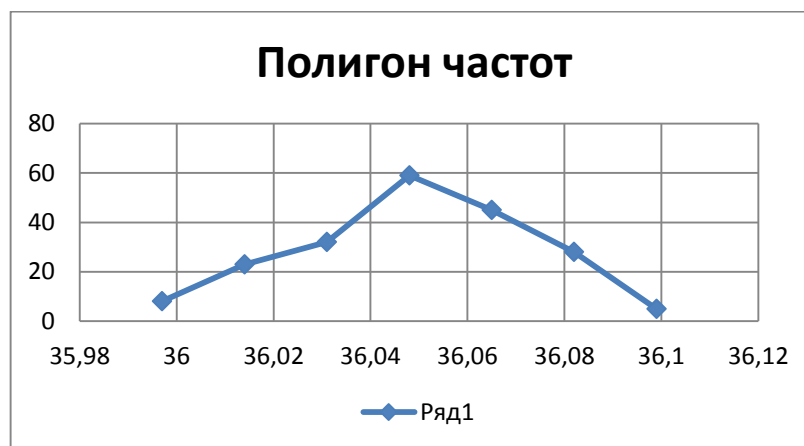


Рис. 7.2 – Полигон частот

4. Оценим вид эмпирического распределения и выдвинем статистическую гипотезу о виде эмпирического распределения

Исходя из гистограммы можно предположить, что данный вид наиболее присущ нормальному распределению. Таким образом, можно выдвинуть нулевую статистическую гипотезу: данная эмпирическая совокупность является частью генеральной статистической совокупности, которая при количестве членов, стремящемся к бесконечности, будет распределена по нормальному закону распределения.

С помощью вспомогательных расчетов определим теоретические частоты.

Определим среднее арифметическое и стандартное отклонение генеральной совокупности:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \cdot f_i}{\sum f_i} = 36,049 \text{ мм},$$

где \bar{x}_i – среднее значение в интервале.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - \bar{x}_i)^2 \cdot f_i}{n}} = 0,024.$$

Функция нормированного нормального распределения, рассчитываемая по формуле:

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt,$$

где значение t вычисляется по формуле:

$$t = \frac{|\bar{x}_i - \bar{x}|}{\sigma}$$

Для расчета $z(t)$ используются табулированные значения.

Для нормального закона распределения теоретические частоты f'_i находят по формуле:

$$f'_i = \frac{n \cdot R}{m \cdot \sigma} \cdot z(t),$$

где $m=7$ – количество интервалов.

Результаты расчетов приведены в таблице 10.

Таблица 10

Результаты расчетов теоретических частот

№	\bar{x}_i	f_i	\bar{x}	σ	t	$z(t)$	f'_i	f''_i
1	35,997	8	36,049	0,024	2,167	0,0379	5,36633333	5
2	36,014	23			1,458	0,1394	19,7525833	20
3	36,031	32			0,750	0,3011	42,6615	43
4	36,048	59			0,042	0,3986	56,4711667	57
5	36,065	45			0,667	0,3281	46,4751667	46
6	36,082	28			1,350	0,1561	22,1113333	22
7	36,099	5			2,083	0,0459	6,49683333	7
							Σ	200

Все необходимые для расчета частоты представим в виде таблицы 11.

Таблица 11

Сводные значения частот в пределах каждого интервала

№	f_i	N_i	f'_i	N'_i	$ N_i - N'_i $
1	8	8	5,36633333	5,36633333	2,633667
2	23	31	19,7525833	25,11892	5,881083
3	32	63	42,6615	67,78042	4,78042
4	59	122	56,4711667	124,2516	2,25158
5	45	167	46,4751667	170,7268	3,72675
6	28	195	22,1113333	192,8381	2,161917
7	5	200	6,49683333	199,3349	0,665083

На рис. 7.3 изображено графическое представление эмпирического и теоретического распределения.

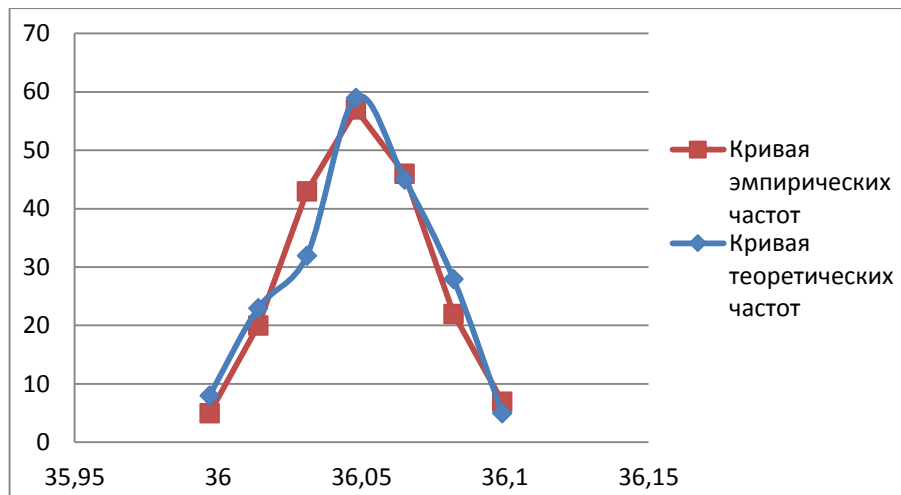


Рис. 7.3 – Эмпирическое и теоретическое распределение

КУРСОВАЯ РАБОТА

Курсовая работа представляет собой комплекс заданий, включающий: определение закона распределения случайной величины, проверку гипотезы о виде распределения по критериям согласия, анализ статистических показателей технологического процесса, расчет индексов пригодности и воспроизводимости процесса, построение оперативной характеристики для принятого плана статистического приемочного контроля, построение карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному (либо качественному) признаку.

Методическое обеспечение курсовой работы представлено электронным учебным пособием для студентов инженерно-технических специальностей: Соломахо, В.Л. Статистические методы контроля качества. Курсовое проектирование / В.Л. Соломахо, К.И. Дадьков. – Минск : БНТУ, 2008. – 86 с.

URL <https://rep.bntu.by/handle/data/915>.

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сплошной и выборочный контроль. Сущность статистических методов контроля и управления качеством.
2. Основные области применения статистических методов управления качеством. Статистическая оценка, статистический анализ, статистическое регулирование, статистический приемочный контроль.
3. Основные понятия и определения теории вероятности: испытание, событие, вероятность, частота и частость.
4. Алгебра случайных событий. Сложение и умножение вероятности.
5. Основные понятия и определения теории выборок. Статистическая совокупность. Выборки и их классификация.
6. Распределение случайных величин. Графическая форма представления результатов распределения случайной величины.
7. Гистограмма, полигон частот, полигон кумулятивных сумм.
8. Дискретные и непрерывные случайные величины.
9. Распределение случайных величин, гистограмма и полигон распределения.
10. Законы распределения дискретных случайных величин. Закон биномиального распределения; закон редких событий.
11. Законы распределения непрерывных случайных величин. Закон распределения эксцентритета, закон равной вероятности, закон распределения модуля разности.
12. Меры положения.
13. Меры рассеивания.
14. Дифференциальная функция распределения, функция интенсивности, интегральная функция распределения.
15. Числовые характеристики (оценки) распределения случайной величины.
16. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Уровни значимости гипотез.
17. Статистическая проверка гипотез. Критерии согласия.
18. Стабильность технологических процессов. Особые и обычные причины изменчивости процесса. Управляемость процесса.
19. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы пригодности P_p и P_{pk} .
20. Статистические методы регулирования технологических процессов. Предварительный анализ процесса.
21. Статистическое регулирование процесса. Риски первого и второго рода. Средняя длина серии выборок L_0 и L_1 .
22. Описательная статистика. Средства и методы описательной статистики.
23. Классификация дефектов. Приемочные и браковочные числа.

24. Классификация контрольных карт регулирования по чувствительности к разладке процесса, их основные характеристики.
25. Статистические показатели возможностей процесса. Индексы воспроизводимости C_p и C_{pk} .
26. Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку; с-карты и u-карты.
27. Контрольные карты регулирования по количественному признаку. Карты регулирования по \bar{X} и R .
28. Простые контрольные карты регулирования по количественному признаку, их основные характеристики. Расчет границ регулирования.
29. Контрольные карты регулирования по количественному признаку. Карты медиан, индивидуальных значений и скользящих размахов.
30. Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку: p-карты и np-карты.
31. Статистический приемочный контроль. Классификация дефектов. Риск поставщика и риск потребителя.
32. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.
33. Уровни плана контроля и корректировка планов контроля.
34. Планы статистического приемочного контроля. Одноступенчатый план контроля.
35. Планы статистического приемочного контроля. Двухступенчатый план контроля.
36. Планы контроля. Многоступенчатый план контроля.
37. Планы контроля. Последовательный план приемочного контроля по альтернативному признаку.
38. Последовательность приемки партии продукции по альтернативному признаку.
39. Уровень дефектности. Приемлемый уровень качества, предельное качество, среднее выходное качество.
40. Законы распределения непрерывных случайных величин. Закон нормального распределения.
41. Контрольные карты с предупреждающими границами.
42. Формирование априорной информации о процессе путем анализа гистограмм.
43. Графические критерии анализа априорной информации о статистической стабильности процесса.
44. Статистический приемочный контроль. Термины и определения: единица продукции, штучная/ нештучная продукция.
45. Партии продукции и порядок их формирования. Методы отбора единиц продукции в выборку.
46. Статистический приемочный контроль. Характеристики несоответствующей и дефектной продукции. Контрольные нормативы.

Министерство образования Республики Беларусь

Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь по образованию в области обеспечения качества

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

_____ А.И. Жук

_____ /тип.
Регистрационный № ТД-_____

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

**Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по специальностям:
1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация»**

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического
объединения вузов
Республики Беларусь по образованию
в области обеспечения качества

_____ В.Л. Соломахо

СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего и
среднего специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ Ю.И. Миксюк

Проректор по учебной и воспитательной ра-
боте Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»

_____ В.И. Шупляк

Эксперт-нормоконтролер

Минск 2010

СОСТАВИТЕЛИ:

В.Л. Соломахо, профессор кафедры «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета, доктор технических наук, профессор.

Д.В. Соломахо, ассистент кафедры «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета», магистр технических наук.

Ю.Б. Спесивцева, доцент кафедры «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета», кандидат технических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра «Основы научных исследований и проектирование» Учреждения образования «Белорусский государственный аграрно-технический университет» (протокол № __ от _____ 2010г.);

Карпович С.Е., профессор кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой «Стандартизация, метрология и информационные системы» Белорусского национального технического университета
(протокол № ____ от _____ 2010г.)

Научно-методической комиссией Белорусского национального технического университета
(протокол № ____ от _____ 2010г.)

Учебно-методическим объединением вузов Республики Беларусь по образованию в области обеспечения качества
(протокол № ____ от _____ 2010г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Типовая учебная программа дисциплины «Статистические методы контроля качества» разработана на основе образовательного стандарта по специальности 1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация». Цель изучения дисциплины состоит в освоении теории и практики использования статистических методов для оценки качества продукции, регулирования технологических процессов, статистического анализа точности и стабильности технологических процессов, а также приемочного контроля качества продукции.

Дисциплина «Статистические методы контроля качества» базируется на математической подготовке студентов в области теории вероятностей и математическое статистики, обеспечиваемой курсами «Математика», «Прикладная математика». Знания и умения, полученные студентами при изучении данной дисциплины, необходимы для освоения последующих специальных дисциплин и дисциплин специализаций, связанных с обеспечением качества продукции.

В результате освоения дисциплины «Статистические методы контроля качества» студент должен знать:

- методы анализа точности и стабильности технологических процессов;
- методы управления технологическими процессами на основе статистических данных;
- виды статистического приемочного контроля качества продукции;

уметь:

- проектировать методики статистического контроля технологических процессов;
- выбирать планы статистического приемочного контроля продукции.

Методы (технологии) обучения

Основными методами (технологиями) обучения, отвечающими целям изучения дисциплины, являются:

- элементы проблемного обучения (проблемное изложение, вариативное изложение, частично-поисковый метод), реализуемые на лекционных занятиях;
- элементы учебно-исследовательской деятельности, реализация творческого подхода, реализуемые на практических и лабораторных занятиях и при самостоятельной работе;
- коммуникативные технологии (дискуссия, учебные дебаты, мозговой штурм и другие формы и методы), реализуемые на практических занятиях и в ходе подготовки выполнения курсовой работы;
- информационные технологии, используемые при решении задач на практических и лабораторных занятиях, а также при выполнении курсовой работы.

Организация самостоятельной работы студентов

При изучении дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- контролируемая самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием;
- подготовка курсовой работы по индивидуальным заданиям, в том числе разноуровневым;
- проведение студентами научно-исследовательской работы под руководством преподавателя по тематике дисциплины и оформление результатов этой работы в виде рефератов по индивидуальным темам либо подготовка публикаций в сборниках научных трудов конференций студентов и аспирантов.

Диагностика компетенций студента

Оценка уровня знаний студента производится по десятибалльной шкале.

Для оценки достижений студента рекомендуется использовать следующие инструменты:

- устный опрос во время практических занятий;
- проведение текущих контрольных работ по отдельным темам;
- защита выполненных на лабораторных занятиях индивидуальных заданий;
- защита (презентация) выполненных в рамках управляемой самостоятельной работы индивидуальных заданий;
- выступление студента на конференции по подготовленному реферату;
- защита курсовой работы;
- сдача зачета и экзамена по дисциплине.

Согласно типовому учебному плану на изучение дисциплины «Статистические методы контроля качества» отведено всего 214 учебных часов, в том числе — 100 часов аудиторных занятий, из них лекций — 48 ч.; практических занятий — 18 ч.; лабораторных работ — 18 ч; курсовой работы – 16 ч.

Примерный тематический план

Наименование раздела и темы	Лекции (часы)	Практические занятия (часы)	Лабораторные занятия (часы)	Всего аудиторных часов
Раздел I. Элементы теории вероятностей и математической статистики				
Тема 1. Развитие статистических методов контроля качества. Основные понятия теории вероятности и математической статистики.	3			3
Тема 2. Дискретные и непрерывные случайные величины.	3	2		5
Тема 3. Законы распределения случайных величин	4	2		6
Тема 4. Параметрические и непараметрические гипотезы и их проверка	4	2		6
Раздел II. Статистические методы анализа и регулирования технологических процессов				
Тема 5. Статистические показатели точности и стабильности технологических процессов	4	2		6
Тема 6. Контрольные карты регулирования по количественному признаку, основные параметры и способы построения	6		6	12
Тема 7. Контрольные карты регулирования по альтернативному признаку, основные параметры и способы построения	4		4	8
Раздел III. Статистические методы приемочного контроля продукции				
Тема 8. Основные понятия и определения статистического приемочного контроля. Риски поставщика и потребителя.	4	2		6
Тема 9. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.	2	2		4

Тема 10. Планы статистического приемочного контроля.	4		6	10
Раздел IV. Нормирование погрешности измерений при статистическом контроле качества				
Тема 11. Расчет рисков неправильного принятия и неправильной выбраковки продукции, обусловленных погрешностью измерений.	4	2		6
Раздел V. Введение в статистический анализ экспериментальных данных				
Тема 12. Корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализ	6	4	2	12
Курсовая работа				16
ВСЕГО	48	18	18	100

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

РАЗДЕЛ I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 1. Развитие статистических методов контроля качества. Основные понятия теории вероятности и математической статистики

Задачи статистических методов контроля и управления. Области применения статистических методов контроля и управления качеством продукции: статистические методы оценки качества продукции, статический анализ точности и стабильности технологических процессов, статическое регулирование технологических процессов, статический приемочный контроль качества продукции.

Основные понятия и определения: испытания, события. Случайные события. События массовые, достоверные, невозможные, равнозначные, несовместимые и независимые. Количественные оценки случайных событий. Вероятность события. Частота и частость событий.

Тема 2. Дискретные и непрерывные случайные величины.

Дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение случайных величин. Гистограмма и полигон частот, кумулята. Характеристики распределения случайных величин.

Точечные и интервальные оценки распределения случайных величин: математическое ожидание, среднее арифметическое, мода, медиана, дисперсия, стандартное отклонение, размах.

Тема 3. Законы распределения случайных величин

Законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин: биномиального распределения, редких событий (Пуассона), нормального распределения (Гаусса), равной вероятности, распределения эксцентриситета (Релея), распределения модуля разности.

Построение точечных и интервальных оценок параметров нормального распределения.

Задачи выборочного метода. Основные термины и определения: статистическая совокупность, члены совокупности, объем совокупности, эмпирическая совокупность, генеральная совокупность.

Выборки. Классификация выборок: повторные и бесповторные, преднамеренные и случайные, мгновенные и общие, малые и большие. Требования к выборке: случайность, однородность, репрезентативность. Порядок формирования и объем выборки.

Тема 4. Параметрические и непараметрические гипотезы и их проверка

Общие принципы проверки статистических гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Понятие уровня статистической значимости.

Параметрические и непараметрические критерии различия и рекомендации по их выбору. Критерии Стьюдента t и критерий Фишера F . Критерии согласия распределений: Пирсона χ^2 , Колмогорова λ^2 , Колмогорова-Смирнова, Романовского, критерий знаков.

РАЗДЕЛ II. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Тема 5. Статистические показатели точности и стабильности технологических процессов

Изменчивость процессов. Показатели, характеризующие величину обычных и особых причин изменчивости процессов за межнастроечный период по мгновенным выборкам. Показатели уровня настройки, смещения центра рассеяния, межнастроечной стабильности.

Задачи статистического регулирования технологических процессов. Нулевая и альтернативная гипотезы.

Предварительный анализ состояния технологического процесса. Задачи, решаемые при предварительном анализе технологического процесса. Индексы пригодности и воспроизводимости.

Тема 6. Контрольные карты регулирования по количественному признаку, основные параметры и способы построения

Классификация контрольных карт: простые контрольные карты (карты Шухарта), контрольные карты с предупреждающими границами, контрольные карты кумулятивных сумм. Области их применения.

Контрольные карты средних арифметических значений и медиан. Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт средних значений и медиан.

Контрольная карта стандартных отклонений. Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт стандартных отклонений.

Контрольная карта размахов. Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт размахов.

Контрольная карта с предупреждающими границами. Определение верхней внешней, верхней внутренней, нижней внешней и нижней внутренней границ регулирования. Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт с предупреждающими границами.

Контрольные карты кумулятивных сумм. Виды контрольных карт кумулятивных сумм: выборочного среднего, выборочных характеристик рассеивания (дисперсией, размахов), числа дефектных единиц продукции. Построение контрольных карт кумулятивных сумм. Методика статистического регулирования с использованием карт кумулятивных сумм.

Тема 7. Виды контрольных карт регулирования по альтернативному признаку, основные параметры и способы построения.

Контрольные карты долей несоответствующих единиц (р-карты). Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт долей несоответствующих единиц.

Контрольные карты количества несоответствующих единиц (np-карты). Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт количества несоответствующих единиц.

Контрольные карты количества несоответствий (с-карты). Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт количества несоответствий.

Контрольные карты количества несоответствий на единицу (u-карты). Методика статистического регулирования с использованием контрольных карт несоответствий на единицу.

РАЗДЕЛ III. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИЕМОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПРОДУКЦИИ

Тема 8. Основные понятия и определения статистического приемочного контроля. Риски поставщика и потребителя.

Основные понятия и определения: риск поставщика, риск потребителя, единица продукции, штучная и нештучная продукция, однородная продукция.

Порядок формирования контролируемой партии. Условие представления контролируемых партий: в виде одиночных или последовательных партий. Методы отбора единиц продукции в выборку (для штучной продукции) или проб (для нештучной продукции).

Виды статистических методов приемочного контроля. Статистический приемочный контроль по количественному, качественному и альтернативному признакам.

Тема 9. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.

Методика построения оперативной характеристика для одноступенчатого, двухступенчатого плана выборочного контроля.

Уровни качества. Нормативный уровень качества NQL, приемлемый уровень качества AQL, предельное качество LQ, среднее выходное качество AOQ, предел среднего выходного качества AOQL.

Оперативная характеристика плана выборочного контроля. Риск поставщика и риск потребителя. Качество для риска поставщика CRQ и качество для риска потребителя PRQ.

Тема 10. Планы статистического приемочного контроля.

Планы и схемы контроля. Одноступенчатый план контроля. Схема одноступенчатого плана контроля. Двухступенчатый план контроля. Схема двухступенчатого плана контроля. Многоступенчатый план контроля. Схема многоступенчатого плана контроля. Последовательный план контроля. Схема последовательного плана контроля. Усеченный контроль. Корректировка планов контроля и виды контроля. Усиленный, нормальный и ослабленный контроль. Уровни контроля.

РАЗДЕЛ IV. НОРМИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА

Тема 11. Расчет рисков неправильного принятия и неправильной выбраковки продукции, обусловленных погрешностью измерений.

Методика расчета рисков неправильного принятия и неправильной выбраковки изделий, обусловленных влиянием погрешности измерений при различных комбинациях законов распределения контролируемого параметра и погрешности измерения. Достоверность приемочного контроля качества продукции. Связь достоверности контроля со статистическими показателями изменчивости процессов.

РАЗДЕЛ V. ВВЕДЕНИЕ В СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Тема 12. Корреляционный, регрессионный и дисперсионный анализ

Основные задачи корреляционного, регрессионного и дисперсионного анализов. Исследование тесноты связи между факторами на основе корреляционного анализа. Расчет Коэффициентов ковариации и корреляции. Репрезентативность выборки. Задачи и методы дисперсионного анализа. Задачи и методы регрессионного анализа. Определение вида и количественных параметров Уравнения регрессии. Метод наименьших квадратов. Методы оценки регресси-

онных моделей. Выделение из наблюдаемых процессов периодических компонентов при помощи спектрального анализа. Спектральные оценки. Линейная регрессия. Коэффициент корреляции. Линейный корреляционный анализ. Исследование значимости различия между средними методами дисперсионного анализа.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень тем практических занятий

1. Дискретные и непрерывные случайные величины.
2. Законы распределения случайных величин.
3. Проверка статистических гипотез.
4. Статистические показатели точности и стабильности технологических процессов.
5. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Риски поставщика и потребителя.
6. Статистические методы приемочного контроля качества продукции. Оперативная характеристика плана выборочного контроля.
7. Методы нормирования погрешности измерения при статистическом контроле качества.
8. Корреляционный анализ экспериментальных данных.
9. Регрессионный анализ экспериментальных данных.

Примерный перечень тем лабораторных работ

1. Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Контрольные карты средних арифметических значений и медиан.
2. Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Контрольная карта стандартных отклонений.
3. Статистический приемочный контроль по количественному признаку. Контрольная карта размахов.
4. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Контрольные карты долей несоответствующих единиц (р-карты). Контрольные карты количества несоответствий (с-карты).
5. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Контрольные карты количества несоответствующих единиц (np-карты). Контрольные карты количества несоответствий на единицу (u-карты).
6. Статистический приемочный контроль. Одноступенчатый план выборочного контроля.
7. Статистический приемочный контроль. Двухступенчатый план выборочного контроля.
8. Статистический приемочный контроль. Последовательный план выборочного контроля.

9. Статистический анализ экспериментальных данных.

Тематика курсовой работы

Курсовая работа представляет собой комплекс заданий, включающий: определение закона распределения случайной величины, проверка гипотезы и виде распределения по критериям согласия, анализ статистических показателей технологического процесса, расчет индексов пригодности и воспроизводимости процесса, построение оперативной характеристики для принятого плана статистического приемочного контроля, построение карты последовательного статистического приемочного контроля по количественному (либо качественному) признаку.

Основная литература

1. Филонов, И.П. Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении / И.П. Филонов, А.И. Медведев. – Минск.: «Тесей», 2000. – 224 с.
2. Клячкин, В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
3. Чичко, А.Н. Статистические методы регулирования качества продукции в литейном производстве: учеб. пособие для вузов / А.Н. Чичко, В.Ф. Соболев, О.И. Чичко. – Мн.: БНТУ, 2006. – 303 с.
4. Кане, М.М. Управление качеством продукции машиностроения: учебное пособие для вузов / М. М. Кане [и др.]; под общ. ред. М. М. Кане. – М.: Машиностроение, 2010. – 416 с.

Дополнительная литература

1. Герасимович, А.И. Математическая статистика / А.И. Герасимович, Я.И. Матвеева. – М.: Высшая школа, 1978. – 200 с.
2. Миттаг, Х. – Й. Статистические методы обеспечения качества / Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
3. Рубичев, Н.А. Достоверность допускового контроля качества / Н.А. Рубичев, В.Д. Фрумкин. – М.: Издательство стандартов, 1990. – 172 с.
4. Данилевич, С.Б. Планирование выходного измерительного контроля качества продукции / С.Б. Данилевич. – Новосибирск: изд. НГТУ, 2006. – 137 с.
5. Вуколов, Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel / Э.А. Вуколов. – М.: ИНФРА-М, 2004. – 464 с.

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

Основная литература

5. Бородачѳв, С. М. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / С.М. Бородачѳв. – Екатеринбург : изд. УФУ, 2016. – 187 с.
6. Клячкин, В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии: учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
7. Кане, М.М. Управление качеством продукции машиностроения: учебное пособие для вузов / М. М. Кане [и др.]; под общ. ред. М. М. Кане. – М.: Машиностроение, 2010. – 416 с.

Дополнительная литература

1. Герасимович, А.И. Математическая статистика / А.И. Герасимович, Я.И. Матвеева. – М.: Высшѳйшая школа, 1978. – 200 с.
2. Миттаг, Х. Статистические методы обеспечения качества / Х. Миттаг, Х. Ринне . – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
3. Рубичев, Н.А. Достоверность допускового контроля качества / Н.А. Рубичев, В.Д. Фрумкин. – М.: Изд. стандартов, 1990. – 172 с.
4. Данилевич, С.Б. Планирование выходного измерительного контроля качества продукции / С.Б. Данилевич. – Новосибирск: изд. НГТУ, 2006. – 137 с.
5. Вуколов, Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistica и Excel / Э.А. Вуколов. – М.: ИНФРА-М, 2004. – 464 с.
6. Филонов, И.П. Вероятностно-статистические методы оценки качества в машиностроении / И.П. Филонов, А.И. Медведев. – Минск.: «Тесей», 2000. – 224 с.
7. Чичко, А.Н. Статистические методы регулирования качества продукции в литейном производстве: учеб. пособие для вузов / А.Н. Чичко, В.Ф. Соболев, О.И. Чичко. – Мн.: БНТУ, 2006. – 303 с.
8. Клячкин, В.Н. Компьютерный практикум по статистическим методам в управлении качеством : учеб. пособие / В.Н. Клячкин. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – 156 с.
9. Ефимов, В.В. Статистические методы в управлении качеством : учеб. пособие / В.В. Ефимов. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – 320 с.

Справочная литература

1. ГОСТ Р 50779.45-2002 Статистические методы. Контрольные карты кумулятивных сумм. Основные положения.
2. ГОСТ Р 50779.76-99 Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по количественному признаку для процента несоответствующих единиц продукции (стандартное отклонение известно).
3. ГОСТ Р ИСО 22514-2-2015 Статистические методы. Управление процессами. Часть 2. Оценка пригодности и воспроизводимости процесса на основе модели его изменения во времени.
4. СТБ ГОСТ Р 50779.43-2001 (ИСО 7966-93) Статистические методы. Приемочные контрольные карты.
5. СТБ ГОСТ Р 50779.44-2003 Статистические методы. Показатели возможностей процессов. Основные методы расчета.
6. СТБ ГОСТ Р 50779.51-2003 Статистические методы. Непрерывный приемочный контроль качества по альтернативному признаку.
7. СТБ ГОСТ Р 50779.70-2001 (ИСО 2859.0-95) Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 0. Введение в систему выборочного контроля по альтернативному признаку на основе приемлемого уровня качества AQL.
8. СТБ ГОСТ Р 50779.75-2001 (ИСО 8422-91) Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по альтернативному признаку.
9. СТБ ГОСТ Р 50779.760-2001 (ИСО 8423-91) Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по количественному признаку для процента несоответствующих единиц продукции (стандартное отклонение известно).
10. ГОСТ СТБ/ПР_1/1505 Система менеджмента. Менеджмент процессов. Методы статистического управления процессами.
11. СТБ ГОСТ Р 50779.71-2001 (ИСО 2859.1-89) Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 1. Планы выборочного контроля последовательных партий на основе приемлемого уровня качества AQL.
12. СТБ ГОСТ Р 50779.10-2001 (ИСО 3534.1-93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения.
13. СТБ ГОСТ Р 50779.11-2001 (ИСО 3534.2-93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения.

**Белорусский национальный технический университет
Приборостроительный факультет
Кафедра «Стандартизация, метрология и информационные системы»**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«Статистические методы контроля качества»**

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНЫХ ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ

Соломахо В.Л., доктор технических наук, профессор

Перечень основных терминов и определений

1. Термины, используемые в теории вероятностей

1.1 **вероятность** – действительное число в интервале от 0 до 1, относящееся к случайному событию.

1.1.1 **плотность распределения (вероятностей)** – первая производная, если она существует, функции распределения непрерывной случайной величины

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

1.1.2 **распределение (вероятностей)** – функция, определяющая вероятность того, что случайная величина примет какое-либо заданное значение или будет принадлежать заданному множеству значений.

1.1.3 **функция распределения** – функция, задающая для любого значения x вероятность того, что случайная величина X меньше или равна x ,

$$F(x) = Pr[X \leq x].$$

1.2 **данные** – результаты испытаний, накапливаемые с целью последующего анализа.

1.2.1 **альтернативные (атрибутивные) данные** – это результаты наблюдений наличия (или отсутствия) определенного признака или атрибута для каждой рассматриваемой единицы продукции в выборке и подсчета числа единиц, имеющих (или не имеющих) данный признак.

1.2.2 **количественные данные** – это результаты наблюдений количества определенного показателя для рассматриваемой единицы продукции в выборке, полученные с помощью средств измерений.

1.3 **корреляция** – взаимозависимость двух или нескольких случайных величин в распределении двух или нескольких случайных величин.

1.4 **мода** – значение случайной величины, при котором функция распределения вероятностей масс или плотность распределения вероятностей имеет максимум.

1.5 **параметр** – величина, используемая в описании распределения вероятностей некоторой случайной величины.

1.6 **случайная величина** – величина, которая в результате испытаний может принять любое значение в границах определенного интервала.

1.6.1 **дискретная случайная величина** – случайная величина, принимающая конечное число значений или определенную последовательность различных значений.

1.6.2 **непрерывная случайная величина** – такая величина, которая в результате испытаний может принимать любые числовые значения из непрерывного ряда их возможных значений в границах определенного интервала.

1.6.3 **дисперсия (случайной величины)** – математическое ожидание квадрата центрированной случайно величины

$$\sigma^2 = V(X) = E[X - E(X)]^2.$$

1.6.4 **коэффициент вариации (случайной величины)** – отношение стандартного отклонения к абсолютному значению математического ожидания случайной величины

$$\sqrt{V(X)} / |E(X)| = \sigma / |\mu|.$$

1.6.5 **стандартное отклонение (случайной величины)** – положительный квадратный корень из значения дисперсии

$$\sigma = \sqrt{V(X)}.$$

2. Общие статистические термины

2.1 **признак** – свойство, которое помогает идентифицировать или различать единицы данной генеральной совокупности.

2.2 **(генеральная) совокупность** – множество всех рассматриваемых единиц.

2.3 **частота** – число наступлений события данного типа или число наблюдений, попавших в данный класс.

2.3.1 **относительная частота** – частота, деленная на общее число событий или наблюдений.

2.3.2 **кумулятивная относительная частота** – кумулятивная частота, деленная на общее число наблюдений.

2.3.3 **полигон кумулятивных частот** – ломаная линия, получаемая при соединении точек, абсциссы которых равны верхним границам классов, а ординаты – либо кумулятивным абсолютным частотам, либо кумулятивным относительным частотам.

2.3.4 **распределение частот** – эмпирическое отношение между значениями признака и его частотами или его относительными частотами.

2.4 **гистограмма** – визуализация в виде столбиковой диаграммы распределения частот для количественного признака, представленной соприкасающимися прямоугольниками, основаниями которых служат интервалы значений признака, а площади пропорциональны частотам этих значений.

2.5. **диаграмма разброса [рассеяния]** – графическое представление множества точек, координаты которых x и y – это значения признаков A, B, C и др.

2.6 **среднее арифметическое** – сумма значений, деленная на их число.

2.6.1 **взвешенное среднее арифметическое** – сумма произведений каждого значения на его вес, деленная на сумму весов, где веса – неотрицательные коэффициенты, связанные с каждым значением.

2.7 **выборочная медиана**. Если n случайных значений упорядочены по возрастанию и пронумерованы от 1 до n , то, если n нечетно, выборочная медиана принимает значение с номером $\left(\frac{n+1}{2}\right)$; если n четно, медиана лежит между $\frac{n}{2}$ -м и $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ -м значениями и не может быть однозначно определена.

2.9 **размах (выборки)** – разность между наибольшим и наименьшим наблюдаемыми значениями количественного признака.

2.9.1 **середина размаха (выборки)** – среднее арифметическое значение между наибольшим и наименьшим наблюдаемыми значениями количественного признака.

2.9.2 **средний размах (выборок)** – среднее арифметическое размахов множества выборок одинакового объема.

2.10 **выборочная дисперсия** – одна из мер рассеяния, представляющая собой сумму квадратов отклонений наблюдений от их среднего арифметического, деленная на число наблюдений минус единица.

2.11 **выборочное стандартное отклонение** – положительный квадратный корень из выборочной дисперсии.

2.12 **статистика** – функция от выборочных значений.

2.13 **тренд** – тенденция к возрастанию или убыванию наблюдаемых значений, нанесенных на график в порядке их получения после исключения случайных ошибок и циклических эффектов.

2.14 **серия**:

а) появление в рядах наблюдений по качественному признаку непрерывающихся рядов одного и того же значения признака.

б) последовательный набор монотонно возрастающих или монотонно убывающих значений в рядах наблюдений по количественному признаку.

2.15 **оценивание (параметра)** – операция определения на основе выборочных данных числовых значений параметров распределения, принятого в качестве статистической модели генеральной совокупности, из которой извлечена выборка.

2.16 **оценка** – статистика, используемая для оценивания параметра совокупности.

2.16.1 **значение оценки** – значение параметра, полученное в результате оценивания.

2.16.2 **погрешность оценки** – разность $(T-\theta)$ при оценивании параметра, где T обозначает результат оценки, а θ – оцениваемый параметр.

2.16.3 **смещение оценки** – разность между математическим ожиданием оценки и значением оцениваемого параметра.

2.16.4 **несмещенная оценка** – оценка со смещением, равным нулю.

2.17 **двусторонний доверительный интервал**. Если T_1 и T_2 – две функции от наблюдаемых значений таких, что для оценки параметра распределения совокупности θ вероятность $Pr[T_1 \leq \theta \leq T_2]$ равна $(1-\alpha)$, где $(1-\alpha)$ – константа, положительная и меньше 1, то интервал между T_1 и T_2 – это двусторонний доверительный интервал для θ при доверительной вероятности $(1-\alpha)$.

2.18 **односторонний доверительный интервал**. Если T – функция от наблюдаемых значений такая, что для оценки параметра распределения совокупности θ вероятность $Pr(T \geq \theta)$ или вероятность $Pr(T \leq \theta)$ равна $(1-\alpha)$, где $(1-\alpha)$ – константа, положительная и меньше 1, то интервал от наименьшего возможного значения θ до T или интервал от T до наибольшего возможного значения θ при доверительной вероятности $(1-\alpha)$.

2.19 **доверительная вероятность**; *уровень доверия* – величина $(1-\alpha)$ – вероятность, связанная с доверительным интервалом или со статистически накрывающим интервалом.

2.20 **доверительная граница** – каждая из границ, нижняя T_1 , верхняя T_2 для двустороннего доверительного интервала или граница T для одностороннего интервала.

2.21 **критерий согласия распределения** – мера соответствия между наблюдаемым распределением и теоретическим распределением, выбранным априори либо подобранным по результатам наблюдений.

2.22 **выбросы** – наблюдения в выборке, отличающиеся от остальных по величине настолько, что возникает предположение, что они принадлежат другой совокупности или получены в результате ошибки измерения.

2.23 **статистический критерий** – статистический метод принятия решений о том, стоит ли отвергнуть нулевую гипотезу в пользу альтернативной или нет.

2.24 **нулевая гипотеза и альтернативная гипотеза** – утверждения относительно одного или нескольких параметров или о распределении, которые проверяют с помощью статистического критерия.

2.25 **уровень значимости (критерия)** – достаточно малое значение вероятности (определяет пороговое значение) случайного возникновения этой величины или ещё более крайних величин, наступление которых можно считать практически невозможным и малозначимым с точки зрения решаемой задачи.

2.26 **ошибка первого рода** – ошибка, состоящая в отбрасывании нулевой гипотезы, поскольку статистика принимает значение, принадлежащее критической области, в то время как эта нулевая гипотеза верна.

2.27 **ошибка второго рода** – ошибка принять нулевую гипотезу, поскольку статистика принимает значение, не принадлежащее критической области, в то время как нулевая гипотеза не верна.

2.28 **оперативная характеристика** – функция, которая определяет вероятность принятия нулевой гипотезы относительно значений скалярного параметра, обычно обозначаемая P_a .

2.29 **кривая оперативной характеристики**; *кривая ОХ* – графическое представление оперативной характеристики.

2.30 **степень свободы** – в общем случае число слагаемых минус число ограничений, налагаемых на них.

3. Общие термины, относящиеся к наблюдениям и к результатам проверок

3.1 **(измеримая) величина**; *физическая величина* – признак явления, материала или вещества, который можно различить качественно и определить количественно [1].

3.2 **истинное значение (величины)** – значение, которое идеальным образом определяет величину при тех условиях, при которых эту величину рассматривают [1].

3.3 **действительное значение (величины)** – значение величины, которое для данной цели можно рассматривать как истинное [1], [2].

3.4 **принятое нормальное значение** – значение величины, служащее согласованным эталоном для сравнения и определяемое как:

а) теоретическое или установленное значение, основанное на научных принципах;

б) принятое или сертифицированное значение, основанное на экспериментальных данных некоторых национальных или международных организаций;

в) согласованное (на основе консенсуса) или сертифицированное значение, основанное на совместной экспериментальной работе, проводимой научным или инженерным коллективом;

г) когда а), б) и в) не подходят, математическое ожидание измеримой величины, то есть среднее арифметическое измерений конкретной совокупности.

3.5 **наблюдаемое значение** – значение данного признака, полученное в результате единичного наблюдения (по ИСО 5725.1).

3.6 **результат проверки** – значение некоторого признака, полученное применением определенного метода проверки.

3.7 **ошибка результата (проверки)** – результат проверки минус принятое нормальное значение величины (по ИСО 5725.1).

3.8 **случайная ошибка результата (проверки)** – компонент ошибки, который изменяется непредвиденным образом в ходе получения результатов проверки одного признака (по ИСО 5725.1).

3.9 **систематическая ошибка результата (проверки)** – компонент ошибки результата, который остается постоянным или закономерно изменяется в ходе получения результатов проверки для одного признака.

3.10 **точность (результата проверки)** – близость результата проверки к принятому нормальному значению величины (по ИСО 5725.1).

3.11 **правильность (результата проверки)** – близость среднего значения, полученного в длинном ряду результатов проверок, к принятому нормальному значению величины (по ИСО 5725.1).

3.12 **смещение (результата проверки)** – разность между математическим ожиданием результатов проверки и принятым нормальным значением (по ИСО 5725.1).

3.13 **прецизионность (результата проверки)** – близость между независимыми результатами проверки, полученными при определенных принятых условиях (по ИСО 5725.1).

3.14 **повторяемость (результата проверки)**; *сходимость* – прецизионность в условиях повторяемости (по ИСО 5725.1).

3.15 **воспроизводимость (результатов проверки)** – прецизионность в условиях воспроизводимости (по ИСО 5725.1).

3.16 **неопределенность (результата проверки)** – оценка, относящаяся к результату проверки, которая характеризует область значений, внутри которой лежит истинное значение.

4. Общие термины, относящиеся к выборочным методам

4.1 **выборочная единица:**

а) одна из конкретных единиц, из которых состоит генеральная совокупность.

б) определенное количество продукции, материала или услуг, образующее единство и взятое из одного места в одно время для формирования части выборки.

4.2 **выборка [проба]** – одна или несколько выборочных единиц, взятых из генеральной совокупности и предназначенных для получения информации о ней.

4.2.1 **повторная выборка** образуется путем последовательного извлечения из генеральной совокупности нескольких членов с возвратом каждого из них после соответствующего обследования в генеральную совокупность.

4.2.2 **бесповторная выборка** образуется путем извлечения некоторого числа членов генеральной совокупности для необходимого обследования без возврата этих членов в совокупность.

4.2.3 **общая выборка** – выборка, состоящая из серии мгновенных выборок, статистические характеристики которой отражают влияние как обычных, так и особых причин изменчивости.

4.2.4 **мгновенная (текущая) выборка** – выборка малого объема, взятая из числа единиц потока продукции, изготовленных к моменту отбора в короткий промежуток времени, в течение которого проявление особых причин изменчивости пренебрежимо мало.

4.2.5 **объем выборки** – число выборочных единиц в выборке.

4.2.6 **отбор выборки** – процесс извлечения или составления выборки.

4.2.7 **процедура выборочного контроля** – пооперационные требования и (или) инструкции, связанные с реализацией конкретного плана выборочного контроля, то есть запланированный метод отбора, извлечения и подготовки выборки (выборок) из партий для получения информации о признаке (признаках) в партии.

4.2.8 **случайная выборка** – выборка n выборочных единиц, взятых из совокупности таким образом, что каждая возможная комбинация из n единиц имеет определенную вероятность быть отобранной.

4.2.9 **дублирующая выборка [проба]** – одна из двух или более выборок [проб] или подвыборок [проб], полученных одновременно одним методом ее отбора или делением выборки [пробы].

4.2.10 **период отбора (выборки)** – интервал времени, в течение которого берут очередную выборочную единицу при периодическом систематическом отборе.

4.2.11 **первичная выборка [проба]** – выборка [проба], получаемая из совокупности на первой стадии многостадийного отбора.

4.2.12 **вторичная выборка [проба]** – выборка [проба], получаемая из первичной выборки [пробы] на второй стадии многостадийного отбора.

4.2.13 **мгновенная проба** – количество нештучной продукции, взятое одновременно за один прием из большего объема этой же продукции.

4.2.14 **отбор проб** – отбор из партий нештучной продукции, где выборочные единицы изначально трудноразличимы.

4.2.15 **объединенная выборка [проба]** – выборка [проба] из совокупности, получаемая объединением всех выборочных единиц, взятых из этой совокупности.

5 Термины, относящиеся к контролю и испытаниям

5.1 **контроль качества** – деятельность, предполагающая проведение измерений, экспертиз, испытаний или оценки одной или нескольких характеристик объекта контроля и сравнение полученных результатов с установленными требованиями.

5.1.1 **технический контроль** – проверка соответствия объекта контроля установленным техническим требованиям.

5.1.2 **органолептический контроль** – это контроль продукции, выполняемый с помощью органов чувств человека без применения специальных технических средств.

5.1.3 **измерительный контроль** – это контроль, осуществляемый с применением средств измерений (СИ).

5.1.4 **входной контроль качества** – это контроль комплектующих изделий, полуфабрикатов и материалов с целью установления соответствия их качества требованиям, нормируемым в стандартах, технических условиях, договорах о поставке на эти изделия, полуфабрикаты или материалы.

5.1.5 **операционный контроль** – это контроль качества продукции (или технологического процесса), выполняемый во время или после завершения определенной технологической операции.

5.1.6 **приемочный контроль** – это контроль качества продукции с целью подтверждения соответствия готовой продукции требованиям технической документации.

5.1.7 **статистический приемочный контроль** – это, основанный на применении методов математической статистики, контроль, проводимый по определенным правилам и процедурам с целью определения соответствия установленным техническим требованиям поставляемой, а также предполагаемой для поставки продукции и принятия последующего решения.

5.1.8 **сплошной контроль** – это технический контроль каждой единицы выпускаемой продукции.

5.1.9 **выборочный статистический контроль** – это контроль некоторой, статистически обоснованной, части выпускаемой партии продукции (выборки), проводимый по определенным правилам и процедурам, позволяющий сформулировать обоснованное заключение о соответствии или несоответствии установленным требованиям всей совокупности продукции (с учетом небольших, заранее оговоренных рисков).

5.2 **статистическая оценка качества** – это установление количественных значений показателей качества с использованием аппарата математической статистики.

5.3 **статистическая оценка показателей процесса** – это установление статистическими методами оценки ожидаемого качества на основе потенциальных характеристик процесса.

5.4 **статистическое управление процессами** – это выявление и оценивание тенденций изменения параметров процессов и, при необходимости, их корректировка, по результатам выборочного статистического контроля, как правило, с использованием контрольных карт, с целью обеспечения и поддержания процессов на уровне, гарантирующем соответствие продукции и услуг установленным требованиям.

5.5 **признак** – это некоторая общая для всех изучаемых объектов, характеристика или свойство, конкретные проявления которого могут меняться от объекта к объекту.

5.6 **испытание** – определенная последовательность процедур, в результате проведения которых осуществляются наблюдение, функциональная проверка или обследование одного или нескольких признаков единицы продукции (процесса), при этом объект испытаний (единица продукции) может испытывать совокупность физических и химических воздействий, а также воздействий связанных с изменением характеристик окружающей среды и условий работы.

5.6.1 **класс испытаний** – совокупность неизменных условий проведения испытаний, осуществление которых приводят к тому или иному исходу.

5.7 **элементарный исход** – результат испытания, который не может быть разделен на некоторое количество других исходов.

5.7.1 **пространство элементарных исходов** все элементарные исходы, которые могут произойти в результате испытания.

5.8 **событие** – некоторое подмножество пространства элементарных исходов испытания.

5.9 **эмпирическое распределение случайной величины** – совокупность ее экспериментальных значений, расположенных в порядке возрастания, с указанием частот или частостей для каждого из значений.

5.10 **мера положения** – числовая характеристика положения центра группирования случайной величины.

5.11 **изменчивость** – неизбежные различия среди индивидуальных значений процесса.