

УДК: 62-529

## СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

**Виталий Анатольевич Чигарев**

старший преподаватель Белорусского национального технического университета, [chigarev.vitalik@yandex.ru](mailto:chigarev.vitalik@yandex.ru)

**Андрей Михайлович ГМЫРАК**

студент Белорусского национального технического университета, [andryman97@mail.ru](mailto:andryman97@mail.ru)

### *Аннотация*

В данной работе рассматриваются элементы синтеза систем автоматического регулирования, а именно систем с последовательной коррекцией сигналов. Описываются законы регулирования с соответствующими передаточными функциями.

**Ключевые слова:** параллельная коррекция, система автоматического регулирования (САР), закон регулирования, связь, метод Циглера–Никольса

### **Введение**

Если в результате анализа системы автоматического регулирования (САР) установлено, что она оказалась неустойчивой или ее показатели качества не соответствуют заданным, то приходится решать задачи синтеза, к числу которых относится задача коррекции системы.

Под коррекцией САР понимается изменение их структурных схем с целью обеспечения устойчивых с требуемыми показателями качества переходных процессов. Коррекция САР достигается посредством введения в систему дополнительных, так называемых корректирующих элементов (устройств), охватывающих один или несколько элементов исходной системы. Если направления сигналов (воздействий) в корректирующем устройстве совпадает с направлением сигналов в охватываемых им элементах, то связь называют **прямой**. В противном случае связь будет **обратной**. Коррекцию САР на основе прямых связей принято называть **последовательной**, а с использованием обратных связей – **параллельной**.

## Постановка задачи

Зачастую при создании САР на первом этапе проектирования в ее алгоритм функционирования закладывают простейший закон регулирования, для которого связь сигнала рассогласования  $\Delta x$  с сигналом  $x_1$  определяется уравнением

$$x_1 = k_1 \Delta x, \quad (1.1)$$

где  $k_1$  – передаточный коэффициент,

или передаточной функцией

$$W_1(p) = k_1.$$

Такой закон регулирования называется пропорциональным (*П-закон регулирования*). Ему соответствует аналогичная передаточная функция

$$W_{\text{П}}(p) = k_{\text{П}}.$$

В качестве корректирующего элемента может быть принято идеальное дифференцирующее звено с передаточной функцией

$$W_{\text{К}}(p) = T_{\text{Д}} p,$$

где  $T_{\text{Д}}$  – постоянная времени дифференцирования.

Тогда в закон регулирования вводят производную от сигнала рассогласования

$$x_2 = T_{\text{Д}} \frac{d\Delta x}{dt}. \quad (1.2)$$

С учетом выражений (1.1) и (1.2) закон регулирования примет вид:

$$x_3 = k_{\text{П}} \Delta x + T_{\text{Д}} \frac{d\Delta x}{dt}. \quad (1.3)$$

Соответствующая ему эквивалентная передаточная функция

$$W_{\text{ПД}}(p) = W_{\text{Э}}(p) = (k_{\text{П}} + T_{\text{Д}} p). \quad (1.4)$$

Закон регулирования (1.3) с введением производной называется пропорционально-дифференциальным (*ПД-законом регулирования*). регулятор, реализующий *ПД-закон регулирования* (его называют ПД-регулятором), реагирует не только на значение отклонения регулируемой величины, но и на скорость изменения отклонения. Следовательно, регулятор работает с опережением, улучшая качество переходного процесса за счет учета тенденции последующего его развития, т.е. увеличивает быстродействие системы и запас устойчивости.

Рассмотрим эффективность введения в закон регулирования первой производной от сигнала рассогласования.

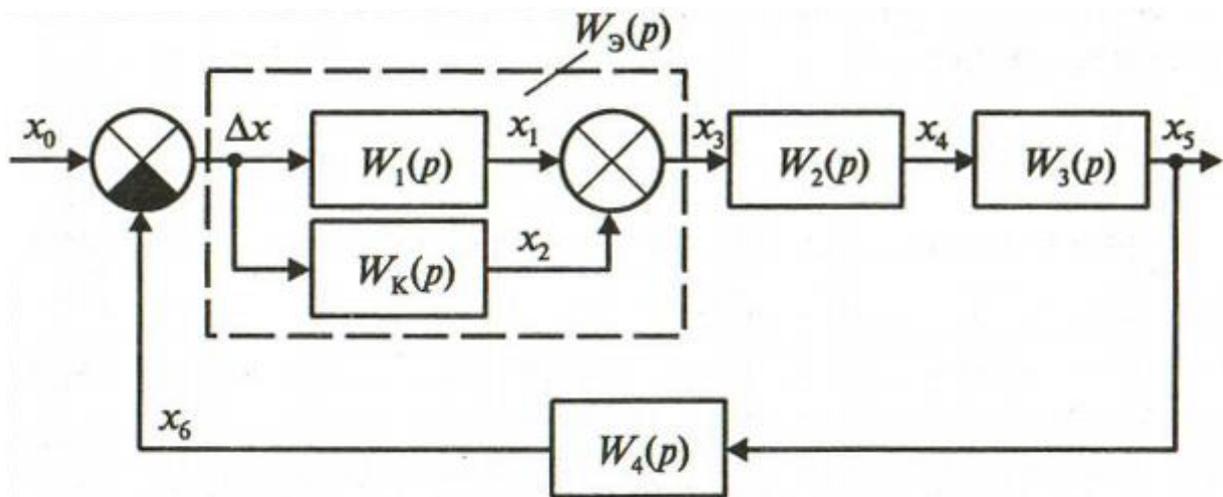
Передаточные функции исходной САР (рисунок 1) имеют следующий вид:

$$W_1(p) = k_1; \quad W_2(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1};$$

$$W_3(p) = \frac{k_3}{T_3 p + 1}; \quad W_4(p) = k_4,$$

а соответствующая им передаточная функция разомкнутой системы

$$W_p(p) = \frac{k_1 k_2 k_3 k_4}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$



**Рисунок 1** - Структурная схема САР с последовательной коррекцией

Повысить быстродействие этой САР можно за счет уменьшения влияния, например, постоянной времени  $T_2$ , подобрав постоянную времени дифференцирующего звена с учётом равенства  $T_D/k_1 = T_2$ . Тогда передаточная функция скорректированной разомкнутой САР

$$W_{p,c}(p) = [W_1(p) + W_K(p)]W_2(p)W_3(p)W_4(p) = \frac{(k_1 + T_D p)k_2 k_3 k_4}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$

$$= \frac{(T_D p/k_1 + 1)k_1 k_2 k_3 k_4}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)} = \frac{k_1 k_2 k_3 k_4}{T_3 p + 1}.$$

Из этого выражения видно, что введение в закон регулирования производной обеспечивает полную компенсацию влияния постоянной времени  $T_2$  и, следовательно, улучшает динамические свойства системы.

В качестве корректирующего элемента (см. рисунок 1) можно использовать идеальное интегрирующее звено с передаточной функцией

$$W_k(p) = \frac{1}{T_{\text{И}}p},$$

где  $T_{\text{И}}$  – постоянная времени интегрирования.

Тогда в закон регулирования вводят интеграл от сигнала рассогласования

$$x_2 = \frac{1}{T_{\text{И}}} \int \Delta x dt.$$

В таком случае закон регулирования, называемый пропорционально-интегральным (*ПИ-законом регулирования*), будет описываться следующим уравнением:

$$x_3 = k_{\text{П}}\Delta x + \frac{1}{T_{\text{И}}} \int \Delta x dt. \quad (1.5)$$

Соответствующая ему передаточная функция

$$W_{\text{ПИ}}(p) = W_{\text{Э}}(p) = k_{\text{П}} + \frac{1}{T_{\text{И}}p}. \quad (1.6)$$

Введение интеграла в закон регулирования исключает статическую ошибку САР, превращая ее в астатическую систему, но при этом одновременно уменьшается запас прочности и быстродействие системы.

В качестве корректирующих элементов можно одновременно применять дифференцирующие и интегрирующие звенья. В данном случае получается *ПИД-закон регулирования*, реализующий алгоритм:

$$x_3 = k_{\text{П}}\Delta x + T_{\text{Д}} \frac{d\Delta x}{dt} + \frac{1}{T_{\text{И}}} \int \Delta x dt, \quad (1.7)$$

которому соответствует следующая передаточная функция:

$$W_{\text{ПИД}}(p) = k_{\text{П}} + T_{\text{Д}}p + \frac{1}{T_{\text{И}}p}. \quad (1.8)$$

Совместное введение производной и интеграла обеспечивает желаемое быстродействие, необходимый запас устойчивости и отсутствие статической ошибки САР.

Для последовательной коррекции статических САР может использоваться интегрирующее звено, включенное последовательно в канал прямой связи САР. В таком случае статическая САР превращается в астатическую, у которой отсутствует статическая ошибка. В результате такого включения интегрирующего звена получается интегральный закон (*И-закон*) регулирования:

$$x_{\text{вых}} = \frac{1}{T_{\text{И}}} \int x_{\text{вх}} dt,$$

где  $x_{\text{вых}}$ ,  $x_{\text{вх}}$  – соответственно выходная и входная величина звена (элемента).

Для этого закона регулирования передаточная функция

$$W_{\text{И}}(p) = \frac{1}{T_{\text{И}}p}.$$

Из всех рассмотренных законов регулирования *ПИД-закон* по своим функциональным возможностям является более универсальным. С его помощью можно формировать различные варианты законов регулирования.

Так, при  $T_{\text{Д}} = 0$  и бесконечно большом значении  $T_{\text{И}}$  получается *П-закон*, при  $T_{\text{И}} = 0$  – *ПИ-закон*, а при бесконечно большом  $T_{\text{И}}$  и конечных значениях  $k_{\text{П}}$  и  $T_{\text{Д}}$  формируется *ПД-закон*; при  $k_{\text{П}} = 0$  и  $T_{\text{Д}} = 0$  получается *И-закон*.

Помимо передаточной функции, отображающей динамические свойства идеального *ПИД-закона регулирования* применительно к промышленным регуляторам нашла распространение передаточная функция

$$W_{\text{ПИД}}(p) = k_{\text{р}} \left( 1 + T_{\text{пв}}p + \frac{1}{T_{\text{из}}p} \right), \quad (1.9)$$

где  $k_{\text{р}}$  – коэффициент передачи регулятора;

$T_{\text{пв}}$  – приведенная постоянная времени дифференцирования, называемая постоянной времени предварения;

$T_{\text{из}}$  – приведенная постоянная времени интегрирования, называемая постоянной времени изодрома;

здесь  $k_{\text{р}} = k_{\text{П}}$ ;  $T_{\text{пв}} = T_{\text{Д}}/k_{\text{р}}$ ;  $T_{\text{из}} = k_{\text{р}}T_{\text{И}}$ .

Параметры  $k_{\text{р}}$ ,  $T_{\text{пв}}$  и  $T_{\text{из}}$  являются варьируемыми (настраиваемыми), изменяя определенным образом которые, можно добиться желаемых процессов регулирования. В теории и практике САР для определения значений этих параметров, обеспечивающих рациональные или оптимальные переходные процессы, имеется многообразие как строго аналитических, так и эмпирических методов. При компьютерном моделировании САР для решения задач синтеза типовых законов регулирования целесообразно использовать эмпирические методы, базирующиеся на простейших формулах и номограммах. Одним из них, отличающимся существенной простотой, является метод Циглера–Никольса.

### **Метод Циглера-Никольса**

Поэтапная методика его использования заключается в следующем.

**Этап 1.** Определяют значение критического коэффициента (усиления) пропорциональной составляющей закона регулирования  $k_{П\text{кр}}$  (при  $T_{ПВ} = 0$ ;  $(1/T_{ИЗ})=0$ ): его можно рассчитать на основе известных аналитических или графо-аналитических методов (к примеру, методом Д-разбиения) или, что наиболее просто, найти непосредственно в процессе компьютерного моделирования САР, постепенно увеличивая  $k_{П}$  до значения, когда в системе возникнут незатухающие гармонические колебания с периодом  $T_{кр}$ ;  $T_{кр}$  находят непосредственно по графику гармонических колебаний; значение периода  $T_{ИЗ}$  расчетным путем определяют с помощью формулы  $T_{ИЗ} = 2\pi/\omega_{кр}$ , где  $\omega_{кр}$  – угловая частота незатухающих гармонических колебаний, рад/с.

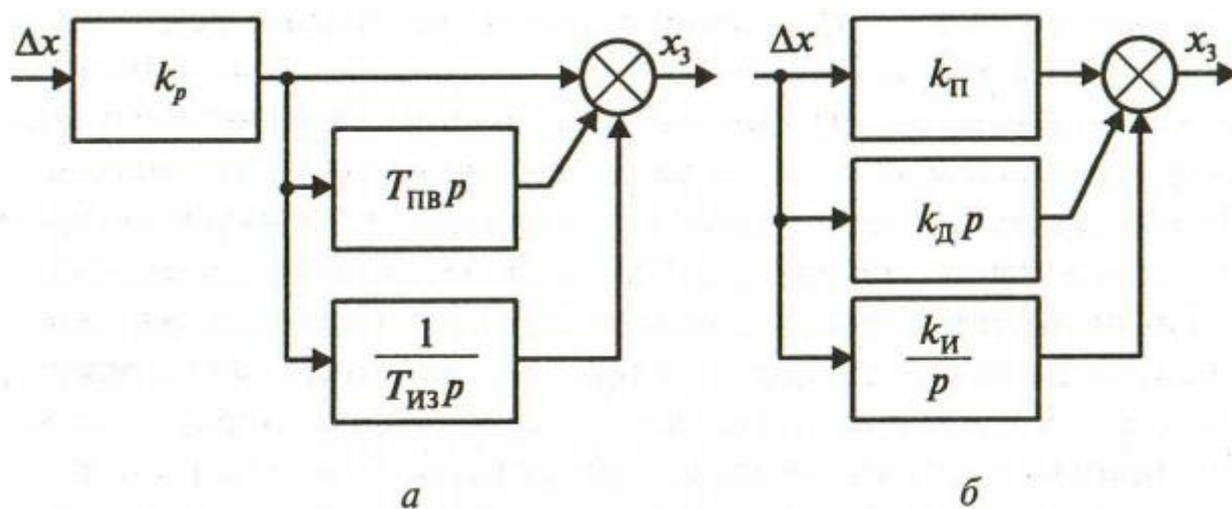
**Этап 2.** По найденным значениям  $k_{П\text{кр}}$  и  $T_{кр}$  рассчитывают параметры типовых законов регулирования, используя формулы:

- для П-закона  $k_{П} = 0,5k_{П\text{кр}}$ ;
- для ПИ-закона  $k_{П} = 0,45k_{П\text{кр}}$ ,  $T_{ИЗ} = 0,83T_{кр}$ ;
- для ПИД-закона  $k_{П} = 0,6k_{П\text{кр}}$ ,  $T_{ПВ} = 0,125T_{кр}$ ,  $T_{ИЗ} = 0,5T_{кр}$ .

Приведенные выше формулы применимы для структурной схемы (рисунок 2, а) и передаточной функции, которую для удобства компьютерного моделирования (рисунок 2, б) можно представить в следующем виде:

$$W_{ПИД}(p) = k_{П} + k_{Д}p + \frac{k_{И}}{p}, \quad (1.11)$$

где  $k_{Д} = k_{П}T_{ПВ}$ ;  $k_{И} = k_{П}/T_{ИЗ}$ .



**Рисунок 2 - Структурные схемы ПИД-законов регулирования;**  
 а – для передаточной функции (1.10); б – для передаточной функции (1.11)

Применительно к (1.11) параметры  $k_{П}$ ,  $k_{Д}$  и  $k_{И}$  находят по формулам:

- для *П-закона*  $k_{\text{П}} = 0,5k_{\text{П кр}}$ ;
- для *ПИ-закона*  $k_{\text{П}} = 0,45k_{\text{П кр}}, k_{\text{И}} = \frac{0,54k_{\text{П кр}}}{T_{\text{кр}}}$ ;
- для *ПИД-закона*  $k_{\text{П}} = 0,6k_{\text{П кр}}, k_{\text{Д}} = 0,075k_{\text{П кр}}T_{\text{кр}}, k_{\text{И}} = \frac{1,2k_{\text{П кр}}}{T_{\text{кр}}}$ .

Параметры закона регулирования, определённые с помощью метода Циглера–Никольса, обеспечивают в САР необходимый запас устойчивости, но не гарантируют оптимальных показателей качества процесса регулирования. Улучшенных или оптимальных показателей качества САР можно достичь либо подбором варьируемых параметров [ $k_{\text{р}}, T_{\text{пв}}, T_{\text{из}}$  для (1.9) и  $k_{\text{П}}, k_{\text{Д}}, k_{\text{И}}$  для (1.11)], либо их оптимизацией. При этом в качестве начальных (стартовых) значений варьируемых параметров следует принимать их значения, рассчитанные по приведенным выше формулам.

Если задача коррекции САР на основе *ПИД-закона регулирования* (1.11) в процессе ее моделирования решается посредством подбора варьируемых параметров, то целесообразно руководствоваться следующим:

- увеличение коэффициента  $k_{\text{П}}$  приводит к увеличению перерегулирования  $\sigma$ , времени регулирования  $t_{\text{р}}$  и уменьшению степени затухания  $\varphi$ ;
- увеличение коэффициента  $k_{\text{И}}$  приводит к уменьшению времени регулирования  $t_{\text{р}}$  и увеличению перерегулирования  $\sigma$ ;
- увеличение коэффициента  $k_{\text{Д}}$  приводит к уменьшению времени регулирования  $t_{\text{р}}$  и увеличению перерегулирования  $\sigma$ .

Помимо рассмотренного метода Циглера–Никольса для решения задачи синтеза типовых законов регулирования нашел применение достаточно простой метод – по временным характеристикам (кривым разгона) объекта регулирования. Для объектов регулирования, аппроксимируемых апериодическим звеном первого порядка с запаздыванием, применяют простейшие формулы, приведенные в таблице 1.1.

**Формулы для определения оптимальных параметров типовых законов регулирования**

Закон регулирования	Процесс		
	Апериодический с минимальным $t_p$	20%-ое перерегулирование	Минимальный интеграл (4.7)
<i>П</i>	$k_p = \frac{0,3}{k_{OB}\tau/T_0}$	$k_p = \frac{0,7}{k_{OB}\tau/T_0}$	$k_p = \frac{0,9}{k_{OB}\tau/T_0}$
<i>И</i>	$k_p = \frac{1}{4,5k_{OB}T_0}$	$k_p = \frac{1}{1,7k_{OB}T_0}$	$k_p = \frac{1}{1,7k_{OB}T_0}$
<i>ПИ</i>	$k_p = \frac{0,6}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = 0,8\tau + 0,5T_0$	$k_p = \frac{0,7}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = \tau + 0,3T_0$	$k_p = \frac{1}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = \tau + 0,35T_0$
<i>ПИД</i>	$k_p = \frac{0,95}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = 2,4\tau$ ; $T_{ПВ} = 0,4\tau$	$k_p = \frac{1,2}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = 2,0\tau$ ; $T_{ПВ} = 0,4\tau$	$k_p = \frac{0,95}{k_{OB}\tau/T_0}$ ; $T_{ИЗ} = 1,3\tau$ ; $T_{ПВ} = 0,5\tau$

Передаточные функции типовых законов регулирования и отдельные параметры применительно к таблице 1.1 следующие:

- *ПИД-закон* – формула (1.9);
- *П-закон* –  $W_P(p) = k_p$ ;
- *И-закон* –  $W_I(p) = \frac{k_p}{p}$ ;
- *ПИ-закон* –  $W_{ПИ}(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_{ИЗ}p}\right)$ .

где  $T_0, \tau$  – соответственно постоянная времени и запаздывание непрерывной части системы;

$k_{OB}$  – общий передаточный коэффициент непрерывной части системы.

Обобщая изложенное и учитывая результаты анализа различных законов регулирования, можно сформулировать следующие рекомендации по их использованию.

*П-закон регулирования* (П-регулятор) рекомендуется для объектов с небольшим запаздыванием и незначительными изменениями внешних возмущений. Обычно они применяются в САР, содержащих одноемкостные и двухемкостные объекты регулирования.

*И-закон регулирования* (И-регулятор) целесообразно применять в тех случаях, когда допускается большое время регулирования. Его нельзя использовать на объектах без самовыравнивания и с большим запаздыванием, так как процесс регулирования может быть неустойчивым. Если *И-закон* регулирования должен обеспечивать работу САР при непрерывно изменяющемся внешнем воздействии, то необходимо, чтобы максимальная скорость изменения регулирующего воздействия превышала скорость изменения внешнего воздействия.

*ПИ-закон регулирования* (ПИ-регулятор) обеспечивает работоспособность САР практически при сколь угодно широком диапазоне изменения внешних возмущений.

*ПД-закон регулирования* (ПД-регулятор) можно использовать в системах с большим временем запаздывания.

*ПИД-закон регулирования* (ПИД-регулятор) пригоден для САР с большим временем запаздывания, значительными и резкими изменениями внешних воздействий.

### **Заключение**

Представленная схема коррекции работы системы управления может быть применена при создании и модернизации любых систем автоматики, мехатроники, робототехники. Предложенные методы и типы законов регулирования являются универсальными для любых систем автоматизации производственных процессов.

### **Список литературы**

1. Краташов, Б.А. Компьютерные технологии и микропроцессорные средства в автоматическом управлении / Б.А.Краташов, А.С.Привалов, В.В.Самойленко, Н.И.Татамиров. – Ростов на Дону, Изд-во “Феникс”, 2013, 540 с.
2. Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – Изд. 4-е, перераб. и доп. - СПб, Изд-во "Профессия", 2003. - 752 с.
3. Юревич, Е.И., Основы робототехники / Е.И. Юревич. – 2-е издание, БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
4. Зенкевич, С.Л. Основы управления манипуляционными роботами / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко. – 2-е изд. - МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 480 с.
5. Карнаухов, Н.Ф. Электромеханические и мехатронные системы / Н.Ф. Карнаухов. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2006 . – 320 с.