

УДК 621.311

ВЫЧИСЛЕНИЕ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ НА ПОГРУЖЁННЫЙ В ВОДУ БАТИСКАФ В ФОРМЕ ДИСКА

Статкевич Д.Г.

Научный руководитель – Рябушко А.П.

Первой задачей является вычисление силы давления воды на батискаф в форме диска погружённый на глубину 100 метров. Формула данного диска:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

где $a=10$ метров, $b=5$ метров. Объём данного батискафа равен 2000 м^3 .

Чтобы вычислить силу давления, возьмём горизонтальное сечение, выразим из него x и y .

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1; y = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - z^2}; y' = -\frac{az}{b\sqrt{b^2 - z^2}}$$

Подставим эти значения в формулу нахождения силы давления

$$F = 2\pi g \rho \int_{-5}^5 (100 - z) \sqrt{100 - 4z^2} \sqrt{1 + \frac{16z^2}{100 - 4z^2}} dz$$

После вычислений получаем, что сила давления на данное тело на глубине 100 метров составит 850711 кН .

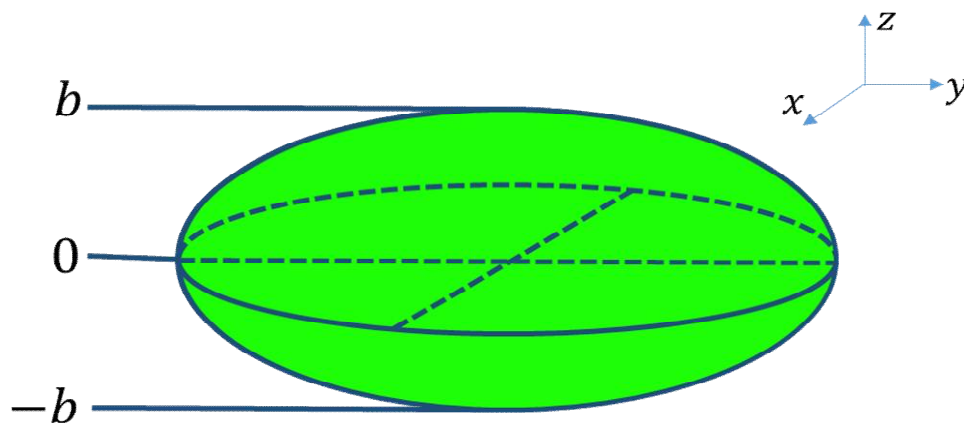


Рисунок 1. Батискаф в форме диска

Второй задачей является нахождение минимальной силы давления на данное тело при неизменном объёме и неизменной глубине погружения. Чтобы найти минимальную силу давления, нужно найти минимальную площадь поверхности, так как чем меньше площадь поверхности тела, тем меньше сила давления на него.

Чтобы найти площадь поверхности, возьмём уже найденные u и y' и подставим в формулу

$$S = 2\pi \int_{-b}^b \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - z^2} \sqrt{1 + \frac{a^2 z^2}{b^2(b^2 - z^2)}} dz$$

После подсчётов находим площадь поверхности в общем виде

$$S = 2\pi a \left(a + \frac{b^2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b} \right| \right)$$

Затем из формулы объёма тела выразим a

$$V = \frac{4}{3} \pi a^2 b \approx 2000 \text{ м}^3, \quad a = \sqrt{\frac{500}{b}}$$

Подставим данное значение в формулу площади, и затем найдём производную. После вычисления производной получим, что $a=b$. Таким образом минимальная сила давления на данное тело при неизменном объёме будет тогда, когда тело примет форму шара. Чтобы вычислить силу давления на данный шар, возьмём горизонтальное сечение, выразим из него u и y'

$$y^2 + z^2 = R^2; \quad y = \sqrt{R^2 - z^2}; \quad y' = -\frac{z}{\sqrt{R^2 - z^2}}$$

Подставим данные значения в формулу нахождения силы давления

$$F = 2\pi g \rho \int_{-R}^R (100 - z) \sqrt{R^2 - z^2} \sqrt{1 + \frac{z^2}{R^2 - z^2}} dz$$

и получим, что сила давления на данный шар равна 776590 кН.

Таким образом, при проектировании батискафа необходимо, чтобы его форма приближалась к сферической, с целью уменьшить силу давления на него.

Литература

- 1.Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. 2-е издание, исправленное и дополненное. – Минск 2000