УДК 621.33

К РАСЧЁТУ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ АВТОМОБИЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Молибошко Л.А.
Белорусский национальный технический университет

Один из путей повышения прочности и долговечности агрегатов и механизмов автомобиля состоит в формировании оптимального нагрузочного режима с помощью целенаправленного выбора его параметров как динамической системы (модели). Динамические модели состоят из отдельных звеньев (элементов) и представляют собой условное графическое изображение основных свойств объекта: инерционных, упругих, трансформаторных, фрикционных.

Все реальные звенья обладают одновременно инерционными, упругими и диссипативными свойствами. При расчетах во внимание принимают только свойства, существенно влияющие на результаты моделирования, и наиболее часто используют дискретные динамические модели, в которых каждое звено обладает только одним свойством: инерционным, упругим, диссипативным. При этом считается, что остальные свойства звена не оказывают заметного влияния на результаты расчета. Такое представление свойств объекта используют при расчетах динамических процессов, протекающих в двигателе, трансмиссии, подвеске.

Для расчета собственных частот, форм колебаний, амплитудных частотных характеристик, максимально возможных динамических моментов в упругих звеньях достаточно ограничиться линейной областью.

Решение таких задач удобно выполнять с использованием не дифференциальных уравнений движения, а их эквивалентов — передаточных функций в форме преобразований Лапласа. Их нахождение в общем случае сводится к составлению уравнений движения, преобразованию (по Лапласу) и нахождению отношений изображений интересующих переменных.

Поскольку динамическая модель представляет собой графическую запись уравнений движения, то совершенно очевидно, что этапы составления и преобразования уравнений движения для нахождения передаточных функций являются необязательными и их можно сразу записывать по определенным правилам непосредственно по виду динамической модели.

Исходя из такого постулата автором предложен метод записи передаточных функций непосредственно по виду динамической модели без составления уравнений движения.

Структура передаточной функции динамической модели имеет следующий вид:

$$W(s) = A\frac{B}{C}\cdot$$

Переменная A учитывает инерционные, упругие и диссипативные параметры модели, расположенные на пути прохождения сигнала от входной до выходной координат. Переменная B соответствует характеристическому определителю части динамической системы (подсистемы), расположенной вне пути прохождения сигнала. Переменная C соответствует характеристическому определителю части динамической модели, расположенной на всем пути прохождения сигнала, принятого за входной. Если за входной сигнал принято внешнее воздействие, то C соответствует характеристическому определителю R всей системы.

При анализе пути прохождения сигнала массы, расположенные на пути его прохождения, считаются закрепленными, а упругие звенья – разорванными, что равноценно приравниванию нулю соответствующих координат. Если имеется несколько путей прохождения сигнала, то передаточная функция равна сумме передаточных функций, определяемых отдельно для каждого пути.

Такое правило записи передаточной функции представляет собой механическую трактовку известного в математике правила Крамера.

Ниже в таблице 1 приведены некоторые передаточные функции для неразветвленной и разветвленной динамических моделей с угловым перемещением масс. Для В качестве входной координаты принят внешний момент M_0, приложенный к массе J_1, а в качестве выходных моменты в упруго-диссипативных звенях $g_k = b_k s + c_k$, где b_k и c_k - соответственно коэффициент демпфирования и жесткость k – го упруго-диссипативного звена. В характеристических определителях R верхний индекс (в круглых скобках) указывает номера защемленных масс, а нижний индекс – номера упруго-диссипативных звеньев, входящих в подсистему.

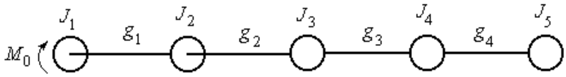
Из приведенных в таблице 1 формул следует, что для нахождения передаточной функции необходимо найти характеристические определители всей системы R и ее подсистем. Использование правила Лапласа позволяет последовательно понижать порядок определителя путем его развертывания по элементам строк или столбцов. Такое разложение по своему физическому смыслу соответствует расщеплению исходной динамической системы на некоторое количество подсистем.

Характеристические определители и уравнения весьма просто находятся с помощью метода декомпозиции (последовательного расщепления).

На рис. 1 процесс последовательного расщепления показан на примере 5-массовой неразветвленной динамической модели.

Таблица 1. Передаточные функции динамических моделей

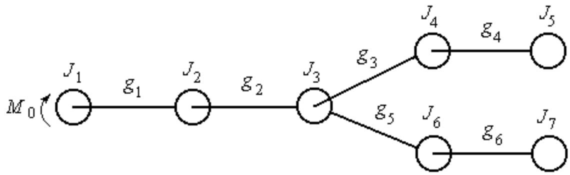
Неразветвлённая динамическая модель



$$W_{10}^M = \frac{M_1(s)}{M_0(s)} = \frac{g_1}{J_1}\frac{R_{234}}{R} \qquad W_{20}^M = \frac{M_2(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{12}}{J_{12}}\frac{R_{34}}{R}$$

$$W_{30}^M = \frac{M_3(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{123}}{J_{123}}\frac{R_4}{R} \qquad W_{40}^M = \frac{M_4(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{1234}}{J_{1234}}\frac{1}{R}$$

Разветвлённая динамическая модель



$$W_{10}^M = \frac{M_1(s)}{M_0(s)} = \frac{g_1}{J_1}\frac{R_{23456}}{R} \qquad W_{20}^M = \frac{M_2(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{12}}{J_{12}}\frac{R_{3456}}{R}$$

$$W_{30}^M = \frac{M_3(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{123}}{J_{123}}\frac{R_4 R_{56}^{(3)}}{R} \qquad W_{40}^M = \frac{M_4(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{1234}}{J_{1234}}\frac{R_{56}^{(3)}}{R}$$

$$W_{50}^M = \frac{M_5(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{125}}{J_{123}}\frac{R_6 R_{34}^{(3)}}{R} \qquad W_{60}^M = \frac{M_6(s)}{M_0(s)} = \frac{g_{1256}}{J_{1236}}\frac{R_{34}^{(3)}}{R}$$

Сначала динамическая система расщепляется, например, на массе J_3. В результате получаются две подсистемы с характеристическими уравнениями R_{12} и R_{34}. Эти две подсистемы связаны между собой коэффициентом связи γ_{23}.

Отсюда характеристическое уравнение модели оказывается равным

$$R = R_{1234} = R_{12}\,R_{34} - \gamma_{23}\,R_1 R_4.$$

Аналогичным образом расщепляются подсистемы с характеристическими уравнениями R_{12} и R_{34}:

$$R_{12} = R_1\,R_2 - \gamma_{12}; \qquad R_{34} = R_3\,R_4 - \gamma_{34}.$$

В результате получается характеристическое уравнение в виде

$$R = (R_1\, R_2 - \gamma_{12})\,(R_3\, R_4 - \gamma_{34}) - \gamma_{23}\, R_1\, R_4 = 0,$$

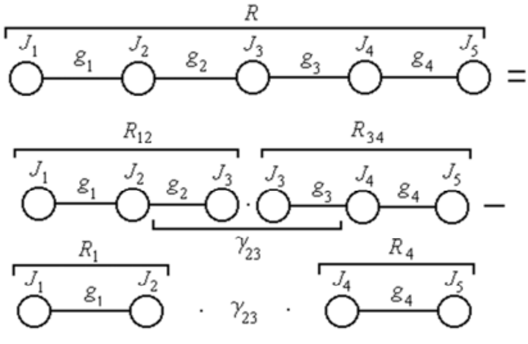


Рис. 1. Графическая интерпретация метода последовательного расщепления неразветвленной динамической модели

Одной их основных задач расчета динамической системы является определение частот ее собственных колебаний. В общем случае задача сводится к составлению в каком-либо виде уравнения частот и нахождению его корней, которые и являются собственными частотами системы. Существует большое количество методов их нахождения. Один из наиболее простых состоит в преобразовании характеристического уравнения в частотное уравнение. Для этого достаточно считать динамическую систему консервативной ($b_k = 0$) и заменить s^2 на - ω^2 .

Например, для неразветвленной динамической системы (см. рис. 1)

$$R = R_{12}R_{34} - \gamma_{23} R_1R_4 = (R_1R_2 - \gamma_{12)})(R_3R_4 - \gamma_{34}) - \gamma_{23} R_1R_4 \,,$$
$$R_k = \lambda_k - \omega^2;\ \lambda_k = c_k\,(1/Ji_k + 1/J_{k+1})\ ;\ k = 1,4\ ;\ \gamma_{k,k+1} = c_k\, c_{k+1} J^2_{k+1}\,.$$

Расчёты показывают, что за счет оптимизации динамических свойств нагруженность трансмиссии можно снизить на 15..25 % . Более подробная информация о расчетах динамических систем автомобилей приведена в [1].

Литература

1. Молибошко, Л.А. Компьютерные модели автомобилей: учебник для вузов / Л.А. Молибошко. – Минск: Новое знание; М: МНФРА-М, 2014, 2012. – 295 с.