

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХМЕРНОГО НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ОБЪЁМНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ЗУБОЧЕЛЮСТНОГО АППАРАТА ЧЕЛОВЕКА

д.ф.-м.н. **Щербаков С.С.**, маг. **Коваль И.В.**

Белорусский государственный университет, Минск

Введение. В работе рассматривается взаимодействие элементов многоэлементной модели челюсти-зубы-дентин зубочелюстного аппарата человека. Известен ряд работ, посвящённых аналитическому и компьютерному моделированию напряженно-деформированного состояния отдельных элементов указанной системы [1-5]. Однако, задача оценки одновременных контактных взаимодействий элементов, их напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости остаётся малоизученной. Целью работы является определение с помощью компьютерного конечно-элементного моделирования указанных состояний модели челюсти-зубы-дентин. Расчёт повреждаемости основан на использовании модели деформированного твёрдого тела с опасным объёмом. В соответствии с данной моделью опасным объёмом является пространственная область нагруженного тела, в которой действующие напряжения превышают предельные [6].

Построение конечно-элементной модели. Для расчётов была взята модель, полученная на основе томографических снимков зубочелюстного аппарата человека. Отдельно следует отметить сложность подготовки трехмерной графической модели для расчёта, обусловленную погрешностью томографа, особенностями формата исходных данных, а также большим количеством мелких и несущественных с точки зрения конечного результата геометрических деталей.

Т.к. в работе рассматривается объёмная повреждаемость в зоне контакта жевательных поверхностей зубов человека, то, соответственно, в этой области было задано более плотное конечно-элементное разбиение, по сравнению с остальной моделью. (см. рис. 1)

В силу сложного характера контактного взаимодействия жевательных поверхностей было произведено дополнительное исследование расположения элементов модели относительно друг друга для получения наиболее приближенных к реальным, зон соприкосновения зубов [1,3]. Данные зоны имеют «очаговый» характер, обуславливая сложное распределение напряжений в элементах рассматриваемой модели, а также формы опасных объемов.

Построенная компьютерная модель имеет сложную структуру. Она состоит из различных элементов с соответствующими механическими характеристиками. В настоящей работе рассматриваются усреднённые упругие характеристики для зубочелюстного аппарата человека, как для конструкции (см. табл. 1) [1-3].

Таблица 1 – Механические характеристики элементов модели

| | Модуль упругости, E , Па | Коэффициент Пуассона, ν | Плотность, кг м ⁻³ , ρ |
|---------------|----------------------------|-----------------------------|--|
| Эмаль | $8,41 \cdot 10^{10}$ | 0,3 | 3000 |
| Дентин | $1,86 \cdot 10^{10}$ | 0,31 | 2200 |
| Кости челюсти | $1,2 \cdot 10^{10}$ | 0,25 | 2060 |



Рис. 1. Схема нагружения (а) и конечно-элементное разбиение модели (б)

Для системы систему челюсти-зубы-дентин рассматривались следующие граничные условия (рис. 1):

- 1) нагрузка F различной величины, приложенная к верхней челюсти [6]

$$F = 225,450,900\text{Н}, \quad (1)$$

- 2) нулевые перемещения кости верхней челюсти по осям X и Y ,
- 3) жесткая заделка кости основанию нижней челюсти.

Коэффициенты трения эмаль-дентин и эмаль-кость были взяты из справочников [7,8] и в данной модели равны 0,2.

Контактное взаимодействие и напряженно-деформированное состояние. Как видно из рис. 2 и 3, максимальные напряжения возникают в местах контакта жеватель-

ных поверхностей. Значительно меньшие (примерно на два порядка) напряжения возникают в области контакта боковых поверхностей и корней зубов. Схожий характер имеют и распределения интенсивности напряжений (см. рис. 2). Следует отметить, что до нагружения соседние зубы челюсти не контактировали друг с другом. Их контактное взаимодействие происходит из-за горизонтальных деформаций под действием внешних вертикальных сил. Контактное давление на данных поверхностях при максимальном нагружении (900 Н) достигает 200 МПа.

При увеличении нагрузки в 4 раза с 225 до 900 Н максимальные касательные напряжения, интенсивность напряжений и третьи главные напряжения увеличиваются также в 4 раза. Максимальное контактное давление на поверхности зубов при этом также увеличивается более чем в 4 раза с примерно 200 МПа до 970 МПа. Данная квазилинейная зависимость может быть объяснена существенной неравномерностью распределения контактного давления по геометрически сложной поверхности контакта для повышения режущего эффекта при жевании.

Максимальное контактное давление в корнях зубов (см. рис. 3), благодаря которым осуществляется фиксация зуба в челюсти, достигает значительно меньших значений порядка 50 МПа, что обусловлено значительной большей областью контакта согласованных поверхностей корней и челюсти.

Объемная повреждаемость. Расчёт повреждаемости основан на использовании модели деформированного твёрдого тела с опасным объёмом [6]. В соответствии с данной моделью, опасным объёмом является пространственная область нагруженного тела, в которой действующие напряжения превышают предельные:

$$\Psi_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_c^{(*\text{lim})}}, \quad (2)$$

$$V_c = \{dV / \Psi_c \geq 1, dV \subset V_k\}, \quad (3)$$

где $c = \tau, \text{int}$ главные касательные напряжения и интенсивность напряжений соответственно.

Величины объемов элементов, для которых выполняется условие

$$\Psi^i \geq 1, \quad (4)$$

суммируются в соответствии с (3) для получения значения опасного объема V применительно к расчетной модели:

$$V_c = \sum_{i=1}^N H(\Psi^i - 1) \Delta V^i, \quad (5)$$

где N – количество конечных элементов, H – функция Хевисайда, ΔV^i – объем i -го конечного элемента.

В работе рассматривается опасный объём в области контакта элементов системы челюсти-зубы-дентин, которые работают в условиях фрикционной усталости. Предел фрикционной усталости был принят равным равен 5 МПа [6].

Для расчёта и визуализации опасных объёмов в зоне контакта была написана специальная программа в Wolfram Mathematica, которая оперирует данными, экспортированными из пакета ANSYS Workbench.

Опасные объёмы образуются в областях наибольшего контактного давления при взаимодействии элементов системы. Множества конечных элементов на рис. 4 являются объёмами (опасными), в которых превышены допустимые напряжения, равные 5 МПа.

Из табл. 2 и рис. 4 видно, что при увеличении нагрузки на зуб в 4 раза опасные объёмы V_{int} и V_{τ} увеличивается примерно а 4,5 раза.

Таблица 2 – Опасные объёмы

| | 225 Н | 450Н | 900Н |
|------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| V_{int} | 190 мм ³ | 356,7 мм ³ | 858,6 мм ³ |
| V_{τ} | 207,5 мм ³ | 378,1 мм ³ | 883,4 мм ³ |

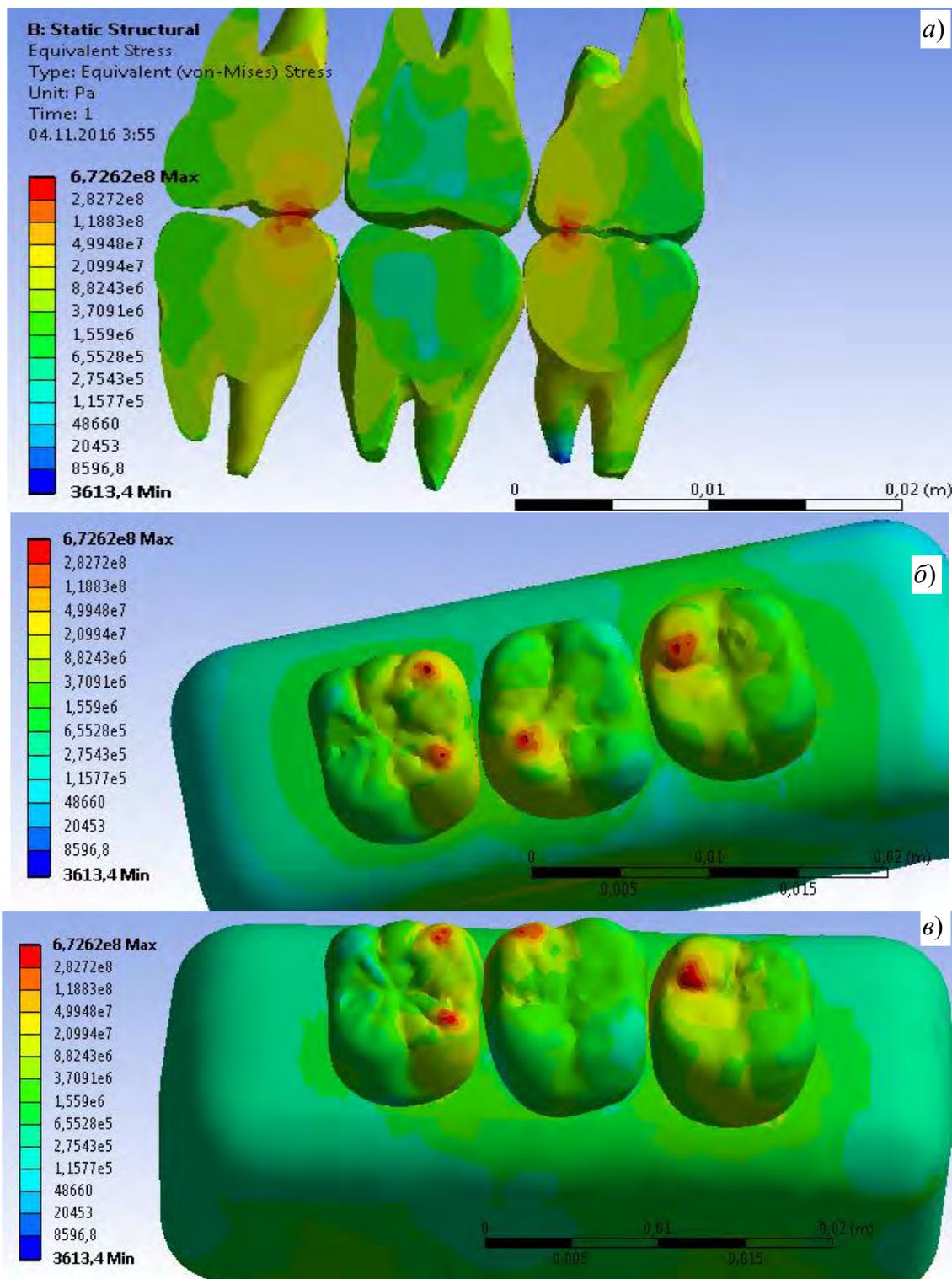


Рис. 2. Интенсивность напряжений в сечении системы (а), на поверхности зубов верхней (б) и нижней (в) челюстей при нагрузке 900Н

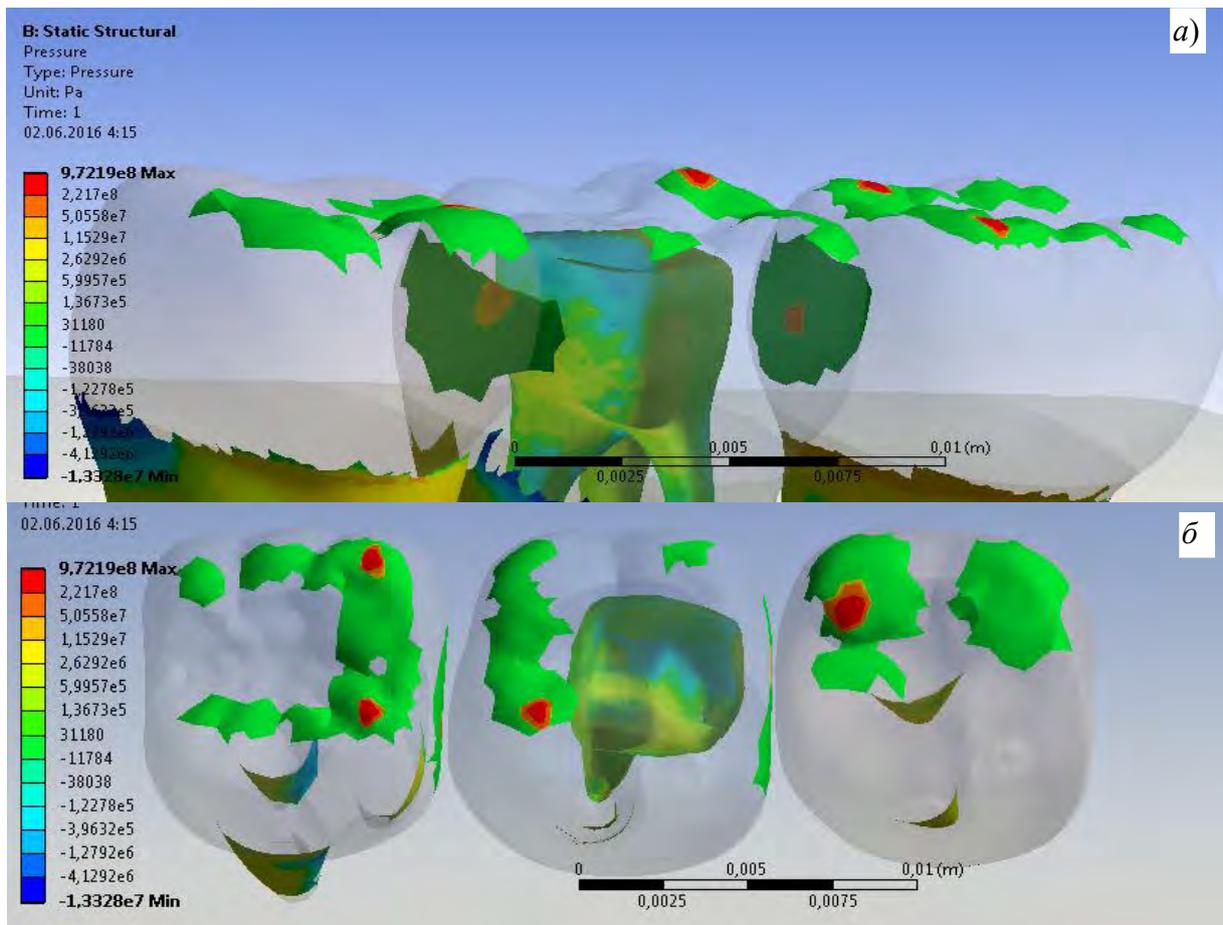


Рис. 3. Контактное давление на боковых зубах нижней челюсти и дентина (а) и на жевательных поверхностях (б) при нагрузке 900Н

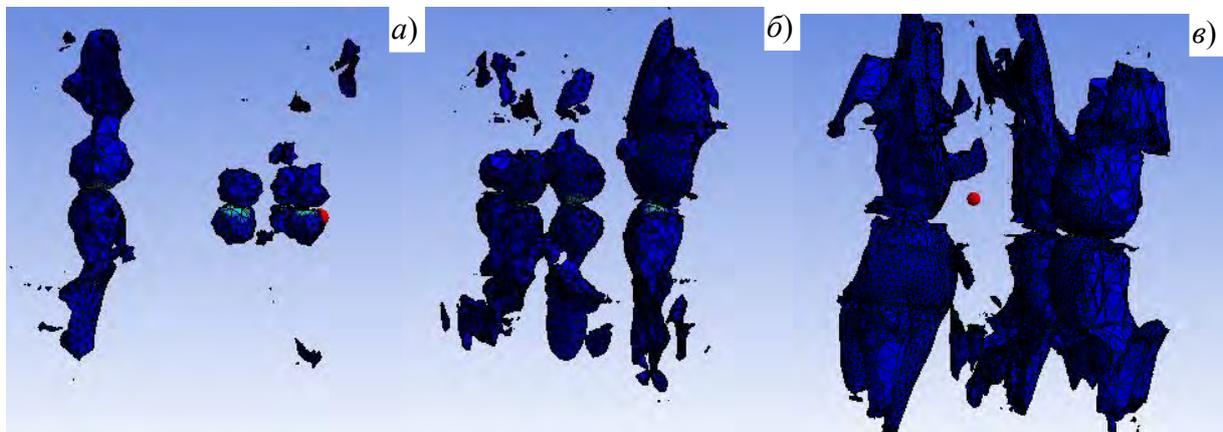


Рис. 4. Октаэдрические опасные объёмы V_{in} при нагрузке 225 Н (а), 450 Н (б), 900Н (в)

Заключение. В ходе выполнения работы была построена компьютерная модель участка зубочелюстного аппарата человека, на примере которой был рассмотрен случай сложного контактного взаимодействия элементов данной биомеханической системы. Получены распределения контактного давления, напряжений и деформаций, обусловленных сжатием челюстей. Расчёты проводились для различных типов граничных условий, с различными величинами сжимающей нагрузки.

На основании полученных результатов расчета трёхмерного напряженно-деформированного состояния была определена величина объёмной повреждаемости модели в областях контакта зубов между собой, а также зубов и челюсти.

Показано, что при увеличении нагрузки в 4 раза с 225 до 900 Н максимальные касательные напряжения, интенсивность напряжений и третьи главные напряжения увеличиваются также примерно в 4 раза. Максимальное контактное давление на поверхности зубов при этом увеличивается более чем в 4 раза примерно с 200 МПа до 970 МПа.

Максимальное контактное давление в корнях зубов, достигает сравнительно небольших значений порядка 50 МПа за счет большой области контакта согласованных поверхностей корней зуба и челюсти.

Обнаружено ранее не обсуждавшееся контактное взаимодействие боковых поверхностей соседних зубов челюсти. Контактное давление на данных поверхностях при нагружении максимальной вертикальной силой 900 Н достигает 200 МПа.

Показано, что при увеличении нагрузки на зуб в 4 раза опасные объемы V_{int} и V_{τ} увеличивается примерно в 4,5 раза.

Полученные в работе на основе методологий биомеханики и трибофатики результаты позволяют приблизиться к построению более полной модели контактных взаимодействий в зубочелюстном аппарате и открывают новые возможности для анализа его напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stefano Benazzi, Ottmar Kullmer, Ian R. Grosse and Gerhard W. Weber. - Using occlusal wear information and finite element analysis to investigate stress distributions in human molars//*Journal of Anatomy* 2012; 123:657-65
2. Stefano Benazzi, Ottmar Kullmer, Ian R. Grosse, and Gerhard W. Weber. - Brief Communication: Comparing Loading Scenarios in Lower First Molar Supporting Bone Structure Using 3D Finite Element Analysis//*AMERICAN JOURNAL OF PHYSICAL ANTHROPOLOGY* 147:128–134 (2012)
3. Ottmar Kullmer, Ian R. Grosse. - Wear and Abrasion Resistance Selection Maps of Biological Materials// *Journal of Anatomy* DOI 2009/.21607
4. O.I. Dudar, E.A. Melconyan, B.P. Markov, B.V. Svirin, N.S. Shabrykina. Stresses in a Tooth Restored by a Veneer// *Russian Journal of Biomechanics*, Vol. 4, № 1, 2000 1
5. The effect of ferrule height on stress distribution within a tooth restored with fibre posts and ceramic crown: A finite element analysis// *Science Direct* S1742-7061(13)00223-7 11 January 2013
6. Щербаков, С.С. Механика трибофатических систем / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – 407 с.
7. Иваницкий М.Ф. Анатомия человека. М., 1966 – 219 с.
8. Березовский В.А., Колотилов Н.Н. Биофизические характеристики тканей человека. Справочник. Киев, 1990. 154-157 с.

E-mail: sherbakovss@mail.ru

Поступила в редакцию 21.09.2016