

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 629.113.012

Н. А. МИКУЛИК, Г. Н. РЕЙЗИНА

РАЗРАБОТКА ФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ, ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВИБРОНАГРУЖЕННОСТИ  
СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ

(Представлено академиком В. В. Клубовичем)

Белорусский национальный технический университет

Поступило 17.09.2003

Всестороннее исследование и улучшение плавности хода автотранспортных средств (АТС) является не только технически, но и экономически актуальной задачей. Расчетные методы (методы математического моделирования) позволяют прогнозировать свойства различных проектируемых систем.

При моделировании вибронагруженности систем подрессоривания (силовой установки, кабины сидения, груза) происходящих под действием внешних воздействий, а также влияния высокочастотных колебаний, в том числе от двигателя, авторами разработана методика, ряд факторных моделей, модули прикладных программ, структурная схема которых представлена на рис. 1. В основу этой методики заложен системный подход [2, 3]. Основными этапами ее являются: составление расчетной схемы рассматриваемого АТС и его систем подрессоривания, составление уравнений, описывающих движение и связь с системами подрессоривания, определение внешних воздействий (дорожных), начальных условий, решение дифференциальных уравнений, статистическая обработка полученных реализаций вибронагруженности, составление факторных моделей на основе полного факторного эксперимента (ПФЭ) [1]. В расчетных схемах и соответствующих им математических моделях подрессоренные массы являются сосредоточенными, так как они предназначены для определения осредненных характеристик вибронагруженности: математического ожидания, среднеквадратического отклонения и т. д., что значительно упрощает математическую модель, позволяет использовать стандартные модули программ. В то же время предлагаемая структура прикладных программ позволяет использовать многомассовые разветвленные расчетные схемы АТС с распределенными параметрами.

Метод формирования управляющих и внешних воздействий основан на определении случайных параметров работы АТС — это моменты времени включения двигателей и тормозов, скоростной и нагрузочные режимы. Для вновь проектируемой системы подрессоривания в качестве случайных параметров рассматриваются возмущения со стороны дорожных условий, тормозной момент. Определение каждого из них производится с помощью функции распределения  $F(x)$  (рис. 2). Из таблицы случайных чисел  $a_i$  берется первое число, например  $p_1$ , которое откладывается в масштабе на оси ординат, т. е.  $F(x) = p_1$ , затем на оси абсцисс находим  $x_1$ . Это значение случайного параметра (например, распределения тормозного момента) используется при моделировании вибронагруженности системы подрессоривания (подвески). Затем из таблицы случайных чисел берется второе число  $p_2$  и вновь определяется  $x_2$  — значение случайного параметра. Таким образом определяются все параметры. Определение конкретных значений случайных параметров выполняется по специальной программе. Очевидно, что для этого должна быть известна функция распределения  $F(x)$  всех параметров, которые предполагаются для проектируемой системы.

Колебания систем подрессоривания формируются в результате решения системы дифференциальных уравнений, используя стандартные программы. Случайные параметры, решения задач линейной алгебры, статистическая обработка реализуются в разработанных модулях. Кроме того, программа обеспечивает решение близкое к оптимальному.

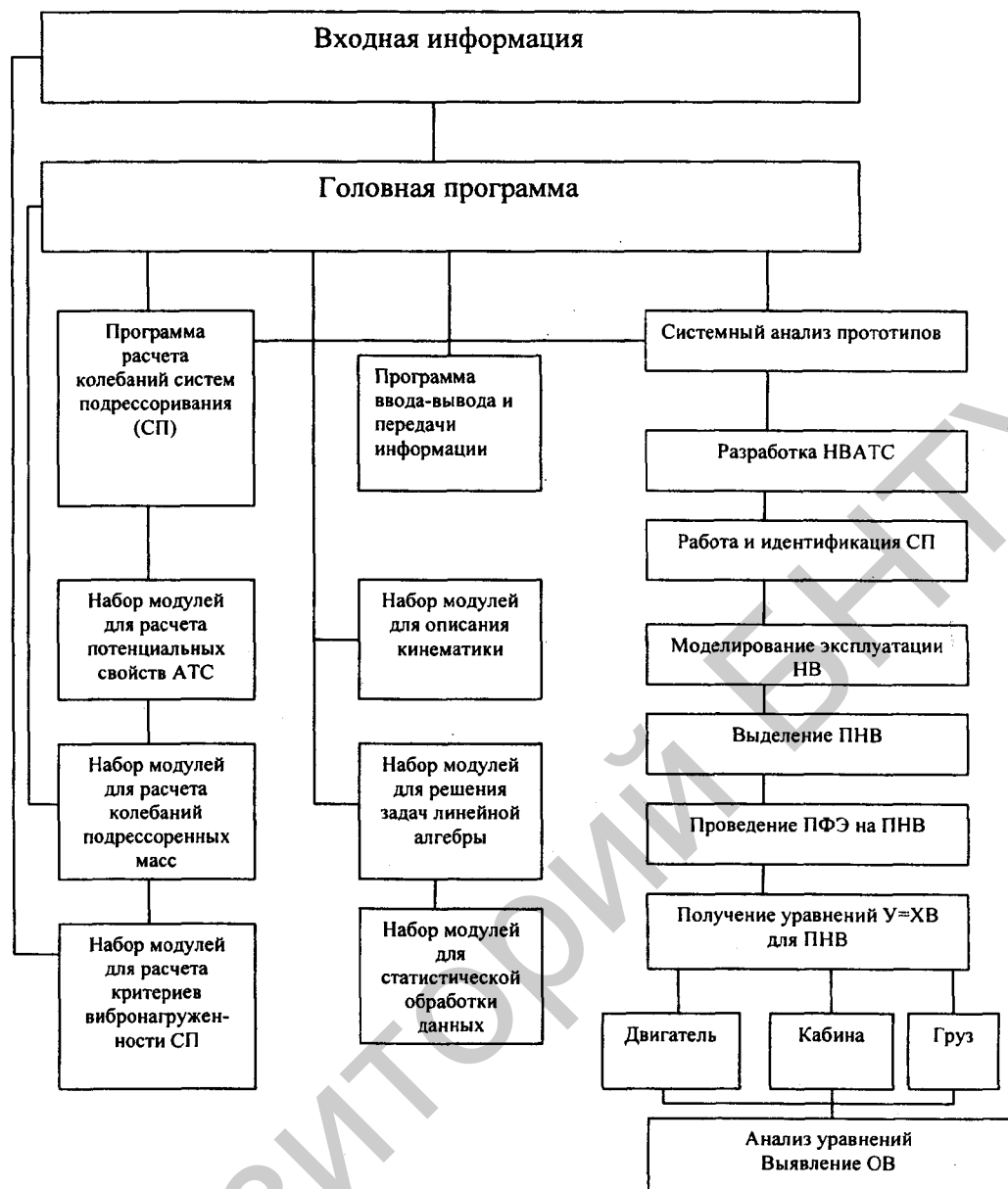


Рис. 1. Структура прикладных программ для исследования вибронгруженности систем поддресоривания АТС: СП — система поддресоривания; НВ — новый вариант; ОВ — оптимальный вариант; ПНВ — перспективный новый вариант; ПФЭ — планируемый факторный эксперимент

Одним из основных этапов решения этой задачи является разработка адекватных методов синтеза параметров подвески многоопорной машины, как объекта управления последней. В данном случае задача синтеза формулируется как многокритериальная. Предположим, что полином показателя вибронгруженности  $Y(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ограничен членами второго порядка и учитывает только парные взаимодействия факторов:

$$X_0 = x_0 = 1; X_1 = x_1; X_2 = x_2; \dots; X_n = x_n;$$

$$X_{n+1} = x_1^2; X_{n+2} = x_2^2; \dots; X_{2n} = x_n^2;$$

$$X_{2n+1} = x_1 x_2; X_{2n+2} = x_1 x_3; \dots; X_m = x_{n-1} x_n.$$

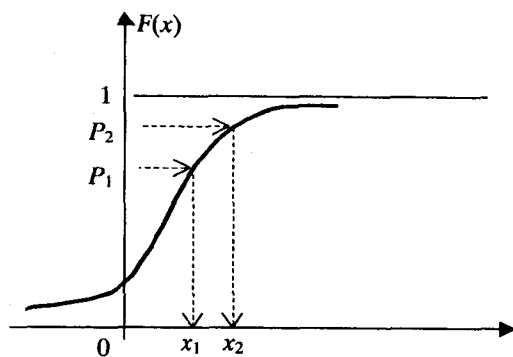


Рис. 2. Нахождение значений случайного параметра  $x$  по известной  $F(x)$  и случайным числам  $a_1, a_2, a_3, \dots$

Исключив взаимодействие трех и более факторов, исходные уравнения имеют вид

$$Y = XB, \quad (1)$$

где  $Y$  — вектор частных критериев;  $B$  — матрица оценок коэффициентов регрессии;  $X$  — вектор факторов размерности;  $r$  — число частных критериев.

Представим составляющие уравнения (1) в матричной форме:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_r \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_m \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_{01}b_{11} \dots b_{m1} \\ b_{02}b_{12} \dots b_{m2} \\ \dots \\ b_{0r}b_{1r} \dots b_{mr} \end{bmatrix}; \quad BX = \begin{bmatrix} x_0b_{01} + x_1b_{11} + x_2b_{21} + \dots + x_mb_{m1} \\ x_0b_{02} + x_1b_{12} + x_2b_{22} + \dots + x_mb_{m2} \\ \dots \\ x_0b_{0r} + x_1b_{1r} + x_2b_{2r} + \dots + x_mb_{mr} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Каждая составляющая уравнения (1) имеет вид

$$y_c = b_{0c} + x_1b_{1c} + x_2b_{2c} + \dots + x_mb_{mc},$$

или в исходных переменных

$$y_c = b_{0c} + \sum_{i=1}^n b_{ic}x_i + \sum_{i+j} b_{ijc}x_ix_j + \sum_{i=1}^n b_{iic}x_i^2.$$

Дополнительные условия получены из экспериментального анализа особенностей эксплуатации машины, а также количественного влияния конструктивных факторов на обобщенный показатель вибронгруженности. В итоге такого анализа ряду параметров даны конкретные значения, а для остальных — разработана шкала предпочтительности.

Принимая зависимость показателей вибронгруженности от количественного значения параметров (факторов) линейной, получим

$$P = \min \sum_{i=1}^n K_ix_i, \quad (3)$$

где  $P$  — показатель вибронгруженности параметров  $x_i$ ;  $K_i$  — коэффициент пропорциональности.

Тогда задача синтеза параметров решается, совместно с задачей оптимизации (минимизации) колебаний (вибронгруженности) на реализацию конструктивных факторов. С учетом уравнения (3) получим систему

$$\left. \begin{aligned} f(X_1, X_2, \dots, X_n, a) &= 0 \\ P &= \min \sum_{i=1}^n K_ix_i; X \in X^* \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

В системе (4) первое уравнение получается из уравнения регрессии вида (2) при фиксированном значений  $y = y^*$ ;  $a = b_0 - y^*$ . Фиксированное значение  $y$  принимается из технического задания на машину по соответствующему показателю. Аналогичным образом ставится задача при многокритериальном варианте. Число критериев эффективности может быть сокращено, если в результате факторного эксперимента обнаружится сильная корреляция между какими-либо показателями.

Часто в практике имеется возможность априорного задания желаемых значений всех частных критериев.

Если уравнения регрессии включают в себя только линейные члены, то задача синтеза решается методом линейного программирования, и ее запись имеет вид

$$\left. \begin{aligned} b_{11}x_{11} + bx_2 \dots + b_{n2}x_n &= a_1 \\ b_{1r}x_1 + b_{2r}x_2 \dots + b_{nr}x_n &= a_r \\ P &= \min \sum_{i=1}^n K_ix_i \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

При наличии в уравнении (5) нелинейных членов задача решается методами нелинейного программирования. Таким образом, процедура синтеза связана с задачей оптимизации. Формулируя задачу оптимизации, следует учитывать тот очевидный факт, что сочетания параметров  $X_{opt}$  может доставить экстремум, как правило, только одному из частных критериев. Принципиально бывает возможным среди частных критериев выделить ведущий критерий  $y_1$ , в наибольшей степени характеризующий эффективность системы. Остальные критерии представлены как ограничения. Целесообразные их значения могут быть приняты на основе обобщенных показателей эксплуатации ближайших прототипов АТС. Уравнение вибронагруженности в этом случае также должно играть роль ограничения. Тогда постановка задачи имеет вид

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \text{opt} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq a_2; \\ &\dots\dots\dots \\ f_r(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq a_r; \\ f_{r+1}(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq P, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $f_1$  — правая часть уравнения регрессии для ведущего критерия  $y_1$ ;  $f_2, f_3, \dots, f_r$  — правые части уравнений регрессии для остальных  $r - 1$  критериев;  $f_{r+1}$  — правая часть уравнения колебания;  $a_2, a_3, \dots, a_r$  — заданные значения ограничений для соответствующих критериев;  $P$  — допустимые вероятности значения параметров или в случае вибронагруженности —  $\sigma$  (среднеквадратическое ускорение). В этом случае задача сводится к оптимизации данного критерия при учете ограничений на конструктивные факторы и, возможно, на ряд (или все) частных критериев.

Дополнительные резервы эффективности и экономии могут быть выявлены в результате взаимного сопоставления всех критериев в пространстве параметров  $X$ , примыкающем к точке экстремума  $X_{opt}$ .

В процессе синтеза и оптимизации иногда возникают гипотезы, подтверждение которых предполагает получение дополнительного положительного эффекта, но исходных материалов не достаточно для их проверки. В данном случае проводят дополнительный активный эксперимент.

В качестве тестового примера для разработанной методики определены оптимальные параметры дополнительного поддрессоривания силовой установки (СУ) на существующем автомобиле (МАЗ 543). Задача оптимизации ставилась следующим образом: найти в некоторой ограниченной области для каждого параметра такие параметры виброизолирующей подвески, при которых вибрационная мощность  $P_u$  принимала бы минимальные значения при определенном диапазоне частот собственных колебаний СУ на подвеске.

Выходными данными анализа в пределах заданных ограничений являются: координаты (мм)  $x, y, z$ ; жесткость амортизаторов (н/м)  $C_x, C_y, C_z$ ; частоты собственных колебаний СУ (Гц)  $f_{\min}, f_{\max}$ , а также значение вибрационной мощности  $(B_T)P_u$ . Расчет продолжается до тех пор, пока не будут выполнены заданные для подвески условия. Невыполнение этих условий свидетельствует о необходимости изменения диапазона ограничений входных параметров расчета, результаты приведены в таблице.

**Результаты расчета параметров**

Вариант	Параметры											
	$C_x$ Н/м	$C_y$ Н/м	$C_z$ Н/м	опоры 1,2			опоры 3,4			$f_{\min}$ Гц	$f_{\max}$ Гц	$P_u$ Вт
				$x$ мм	$y$ мм	$z$ мм	$x$ мм	$y$ мм	$z$ мм			
Базовый	1950	1950	11140	726	265	-213	-29	265	-213	4,6	22,5	0,501
Предлагаемый	2320	1032	2590	706	225	200	700	265	200	5,85	9,5	0,25

Реализация предлагаемой схемы подвески с оптимальными параметрами позволит, по сравнению с существующей подвеской, сместить резонанс в нерабочую зону частоты вращения двигателя и этим самым значительно снизить уровень вибрации.

Рассмотренный метод синтеза параметров колебаний может быть включен в процесс проектирования новых АТС. Его эволюционный характер определяется не только широким ис-

пользованием результатов эксплуатации существующих образцов машин, но также и тем, что разработка нового образца сопровождается сравнением результатов моделирования процессов эксплуатации нескольких вариантов подвесок АТС. Ускоренный характер процедуры обеспечивается заменой значительной части реального процесса эксплуатации экспериментальных образцов машины процессом моделирования, что в сочетании с широким использованием средств вычислительной техники и метода планируемого многофакторного эксперимента обеспечивает сокращение сроков как проектирования новых машин, так и введения их в эксплуатацию.

**Выводы.** 1. Разработаны факторные модели систем поддресоривания и модули прикладных программ для исследования виброн нагруженности, содержащие как стандартные программы расчета систем дифференциальных уравнений, так и набор разработанных модулей. 2. С помощью разработанных моделей и прикладных программ обеспечена возможность выбора оптимальных режимов виброизолирующей подвески систем поддресоривания.

### Литература

1. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. // Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М., 1976.
2. Рейзина Г. Н. // Инженерно-физический журнал. 2000. Т. 74, № 1. С. 175—176.
3. Рейзина Г. Н., Микублик Н. А. // Материалы, технологии, инструменты. 2000. Т. 2. С. 28—31.

*MIKULIK N. A., REYZINA G. N.*

### DEVELOPMENT OF FACTOR MODELS AND APPLICATIONS FOR SOLUTION OF PROBLEMS OF VIBRATION LOADING OF VEHICLE CUSHIONING SYSTEMS

### Summary

Idea and the concept of analysis of vibration loading of cushioning systems are stated on the basis of mathematical tool and oscillations of complex dynamic systems. Application modules for vibration loading analyses are developed.