

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Надольский В.В., канд. техн. наук (БНТУ)

Аннотация. Известно, что неопределенности моделей сопротивления и эффектов воздействий играют важную роль в анализе надежности конструкции. Все модели создаются с осознанными упрощениями, принятые для удобства использования, и упущениями из-за недостатка информации, знаний, что вносит систематические отклонения. Имеющиеся знания о неопределенностях моделей и об их статистических характеристиках в своем большинстве основаны на интуитивных суждениях, а попытки их установления на основе экспериментальных данных сопровождаются несогласованностью используемых методик. Настоящая статья посвящена описанию общей методологии оценки неопределенностей моделей сопротивления стальных конструкций.

Введение

В строительной отрасли используемые модели выполняют важную роль, так как совершенные ошибки при их применении могут привести к потере жизни наряду с другими неприятными последствиями. Широко известно, что неопределенности (случайные и систематические отклонения) моделей сопротивления и эффектов воздействий играют важную роль при анализе надежности конструкции.

Исследования эффектов воздействий и их комбинаций, как правило, направлены не только на разработку адекватных детерминированных и вероятностных моделей, но и на развитие системы частных коэффициентов посредством анализа надежности. В свою очередь большинство исследований сопротивления конструкций сосредоточены только на улучшении модели сопротивления, даже при ее сравнении с результатами эксперимента, не уделяется должного внимания анализу статистических различий между экспериментальным (измеренным) и теоретическим (прогнозируемым) сопротивлением. При этом игнорируется развитие вероятностных моделей для оценки сопротивления и анализ надежности конструкции.

В этой статье сделана попытка улучшить понимание общей методике вычисления неопределенностей моделей при помощи сравнения экспериментальных и теоретических значений и ее описания для применения в расчетах надежности. Акцент сделан на описании неопределенностей моделей сопротивления для предельных состояний несущей способности.

Общие сведения о неопределенности модели

Все модели создаются с осознанными упрощениями модели и абстрактным представлением исследуемой особенности реального объекта, при этом ряд других особенностей игнорируется. При этом нахождение абсолютно точной

модели некоторого явления является задачей неразрешимой по причине вероятностной природы величин, оказывающих влияния на это явление.

Согласно ISO 2394 [1] определяет неопределенность модели (model uncertainty) как базисную переменную, связанную с точностью физической или статистической моделей. Согласно JCSS [2] неопределенность модели учитывает случайные эффекты, которыми пренебрегают в моделях, и упрощения математических зависимостей.

При оценке неопределенности расчетной модели следует учитывать факторы, оказывающие влияние на экспериментальное (результат испытаний) и (результат модели) теоретическое значения сопротивления [3]. Во многих случаях важным является установить взаимосвязь между реальной работой конструкции и испытываемым образцом, чем определить неопределенность экспериментального значения, вносимую процедурой испытания.

Насколько возможно статистические свойства неопределенности модели должны быть получены на основании экспериментального значения сопротивления или результатов исследований с использованием более точных моделей. В общем случае статистические параметры неопределенности модели определяют эмпирическим путём, сопоставляя экспериментальные и теоретические значения.

В соответствии с ISO 2394 [1] неопределенность модели может быть выражена через одну или несколько случайных переменных θ_i , которые содержат неопределенность модели. В общем случае экспериментальное значение Y' можно записать как

$$R_e = f(X_1 \dots X_n, \theta_1 \dots \theta_m). \quad (1)$$

Чаще всего необходимая информация для такой записи недоступна, поэтому наибольшее распространение получила запись вида [2]

$$R_e(X, Y) = \theta(X, Y) \cdot R_t(X), \quad (2)$$

где R_e – экспериментальное значение сопротивления;

R_t – теоретическое значение сопротивления;

θ – случайная переменная с некоторым законом распределения вероятностей, характеризующая неопределенность модели;

X – вектор переменных X_i , входящий в модель;

Y – вектор неучтенных в модели переменных, но которые влияют на сопротивление конструкции.

Статистическая оценка результатов вычисления неопределенности модели

В дополнение к рассмотренной выше качественной оценке результатов исследования неопределенности модели должен быть выполнен анализ с помощью инструментов математической статистики.

– Репрезентативность выборки. Репрезентативная выборка - это такая выборка, в которой все основные признаки генеральной совокупности, из которой извлечена данная выборка, представлены приблизительно в той же пропорции или с той же частотой, с которой данный признак выступает в этой генеральной совокупности. Критерий репрезентативности выборки может быть получен с помощью рассмотрения диапазона распределения базисных переменных из базы данных экспериментов в виде гистограммы. Обеспечение репрезентативности осложняется тем, что экспериментальные исследования сопротивления конструкции обычно разработаны для исследований влияния отдельных переменных. При определении генеральной совокупности необходимо учитывать ограничения, наложенные на диапазон базисных переменных, таких как расстояние между ребрами жесткости или ограничения размеров профилей.

– Корреляция между неопределенностью модели и переменными. В общем случае неопределенность модели зависит от базисных переменных X . Влияние отдельных переменных может быть определено с помощью регрессионного анализа. Диаграмма рассеивания результатов неопределенности модели от базисной переменной позволяет определить тренд зависимости и разброс относительно тренда. Корреляция между неопределенностью модели θ и переменными X или Y количественно оценивается с помощью коэффициентов корреляции. Представление неопределенности модели как случайной переменной является целесообразным и корректным в случае, когда корреляция между θ и $\{X, Y\}$ является статистически несущественной, т.е. неопределенность модели не связана с систематическим изменением переменных X и Y .

– Выбросы. Выбросы могут возникнуть из-за ошибок при проведении испытания, оформлении отчетов и вычислений, из-за нестандартных условий испытания, вида отказа за пределами области рассматриваемой модели, значительного отличия образца (например, результаты испытания балки с большим поперечным сечением не должны находиться в одной выборке с балками обычных размеров, так как размер балки может оказывать значительное влияние) и т.д. Наличие выбросов может сильно влиять на значения статистических показателей. Поэтому нужно уделять особое внимание определению выбросов. Для определения выбросов можно использовать различные статистические методики. Выбросами не следует полностью пренебрегать, потому что они могут представлять истинные крайние значения результатов.

– Выборочные статистические моменты. Окончательная база данных должна быть использована для статистической оценки параметров распределения. Оценки методом моментов не зависят от лежащего в основе распределения, в то время как оценки с помощью метода максимального правдоподобия, полученные для гипотетического распределения, считаются статистически более эффективными. Наибольшее внимание уделяется определению коэффициента вариации (V_θ), который определяет точность модели и оказывает непосредственное влияние на показатели надежности, и среднего значения (μ_θ), которое отражает систематическое различие между экспериментальным и теоретическим значением. На практике модель должна включать ограниченную степень консервативной систематической ошибки ($\mu_\square > 1$).

– Статистическая неопределенность. Обязательным является учет статистических неопределенностей, обусловленных ограниченным количеством результатов испытаний. Статистическая неопределенность параметров распределения необходимо рассматривать в случае малой выборки. В таких случаях полезным является Байесовский подход, особенно, когда так называемая предварительная информация может быть получена на основании анализа неопределенности похожей модели или на основе экспертного заключения.

– Вероятностное описание неопределенности модели. Особое место занимает вопрос установления закона распределения. Обычно закон распределения устанавливается на основе доступных экспериментальных данных. Часто наличие экспериментальных данных ограничено, что не позволяет получить статистически достоверные результаты. Поэтому при назначении закона распределения используют теоретические предположения. Обычно вероятностные модели для неопределенности модели предварительно выбирают из принятой практики моделирования надежности. Это не столько отражает прагматичный подход, сколько является результатом непригодности данных, полученных при соответствующих статистических распределениях. В нормативных документах ТКП EN [4], СТБ ISO [1] и JCSS [2] приведены рекомендации по выбору закона распределения для базисных переменных. Для описания неопределенности модели рекомендовано логарифмически нормальное распределение или распределение Вейбулла. При первом приближении можно использовать нормальное распределение в качестве консервативного подхода к определению нижнего квантиля неопределенности модели для функции сопротивления. Двухпараметрическое логонормальное распределение более объективно, но несколько неконсервативно. Если доступны соответствующие данные, с помощью которых можно было сделать удовлетворительную оценку отклонения неопределенности модели (коэффициента асимметрии, сдвига), произвольное или трехпараметрическое логонормальное распределение представляет более объективные варианты.

Особенности статистической оценки неопределенность расчетной модели для новых и существующих конструкций

Параметрическая оценка влияния погрешности модели может представлять полезную информацию для оценки надежности целевой функции. Различные методики могут быть рассмотрены для уточнения характеристик неопределенности модели сопротивления. Область применения модели может быть ограничена или разделена на подобласти для того, чтобы можно было регулировать частный коэффициент для модели.

Применение неопределенности модели может различаться для новых и существующих конструкций в связи со следующими причинами:

1) При проектировании новых конструкций затраты на обеспечение безопасности обходятся дешевле, чем при усилении существующих конструкций. Поэтому допускается при проектировании новых конструкций использовать более консервативную модель.

2) Уточнения работы и параметров существующей конструкции часто позволяют существенно уменьшить неопределенности, связанные с сопротивлением и постоянными нагрузками. Коэффициенты чувствительности для этих переменных уменьшаются, в то время как коэффициенты чувствительности для погрешности модели возрастают.

Основываясь на этих доводах усовершенствование модели и связанные с этим затраты могут быть оправданы для существующих конструкций, так как усиление является дорогостоящим и погрешность модели играет значительную роль при оценке надежности.

Выводы. Неопределенности расчетных моделей при проверках предельных состояний в рамках метода частных коэффициентов учитываются посредством системы частных коэффициентов. Поэтому определение неопределенностей расчетных моделей и разработка их вероятностных моделей является актуальной и важной задачей процесса нормирования значений частных коэффициентов.

Литература. 1. СТБ ISO 2394-2007. Надежность строительных конструкций. Общие принципы. Минск: Госстандарт Республики Беларусь, 2007. – 69с. 2. JCSS Probabilistic Model Code // Joint Committee of Structural Safety [Electronic resource]. –2001. –Mode of access: <http://www.jcss.ethz.ch>. – Date of access: 15.01.2012. 3. Nadolski, V. Uncertainty in resistance models for steel members / V. Nadolski, M. Sykora // Transactions of the VŠB –Technical University of Ostrava No. 2, 2014, Vol. 14, Civil Engineering Series – 2014. – 119-130 с. 4. ТКП EN 1990-2011. Еврокод. Основы проектирования конструкций. Минск: Госстандарт Республики Беларусь, 2012.