

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ ДВУХМАССОВЫМ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Канд. техн. наук, доц. ОПЕЙКО О. Ф.

Белорусский национальный технический университет

Электромеханические объекты с упругими свойствами механической части обычно изучаются на основании двухмассовой модели [1–8]. Синтезу систем управления двухмассовым электромеханическим объектом посвящены многочисленные работы, в том числе [4–8]. Проблема синтеза таких систем остается актуальной, поскольку предложенные структуры и методы синтеза обычно имеют ограниченные области применения. В [6–8] используется метод синтеза, основанный на оценке качества по коэффициентам характеристического полинома [6, 7].

Целью данной работы является синтез управления двухмассовым электромеханическим объектом на основании данного метода в сочетании с методом малого параметра [11–13] для упрощения модели. Синтез предполагает определение быстродействия электропривода, необходимое для управления заданной механической частью. За малый параметр принято отношение требуемой характеристической частоты синтезируемой системы к характеристической частоте контура управления скоростью электропривода. Синтезируемая система должна обладать свойством параметрической грубости (робастности, инвариантности к внутренним возмущениям объекта).

Желаемая линейная модель замкнутой системы задана нормальным характеристическим полиномом [9, 10, 13, 14].

Характеристическая частота ν_0 и показатель κ_i затухания синтезируемой системы принимаются в зависимости от требуемого быстродействия и допустимого в системе перерегулирования и должны удовлетворять условиям (4) из [14]: $\kappa_i \in [\underline{\kappa}, \bar{\kappa}]$; $\nu_0 \in [\underline{\nu}_0, \bar{\nu}_0]$. Для системы управления двухмассовым электромеханическим объектом [14] рассмотрим задачу синтеза при условии, что измеряемая датчиком скорость рабочего органа ω_2 рассматривается в качестве выходной величины системы. Динамика системы (6)–(9) зависит от обобщенных параметров [14]: $T_M = J_1 R / (k k_M)$; $\lambda = J_2 / J_1$; $\bar{\lambda} = b^2 J_2 / J_1 + 1$, собственных частот $\nu_1 = 1 / \sqrt{T T_M}$; $\nu_2 = 1 / \sqrt{c / J_2}$.

Введем обозначения: $x_1 = \omega_2$; $x_2 = \dot{x}_1$; $z_1 = b \omega_1$; $z_2 = \dot{z}_1$. Система уравнений объекта принимает вид:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2; \\
\dot{x}_2 &= v_2^2(z_1 - x_1); \\
\dot{z}_1 &= z_2; \\
\dot{z}_2 &= b\lambda v_2^2 x_1 - \left(\frac{b}{J_1 T}\right)x_2 + (\lambda b^2 v_2^2 + v_1^2)z_1 - \frac{z_2}{T} + b_2 u.
\end{aligned} \tag{1}$$

В качестве быстрой составляющей движения рассматривается подсистема переменных z , описываемая двумя последними уравнениями (1). Тогда медленное движение определяется первыми двумя уравнениями системы (1) и переменной x . В соответствии с [11, 12] при изучении быстрого движения медленные переменные приближенно принимаются за постоянные величины, а при анализе медленной составляющей инерционностью быстрого звена пренебрегают.

Представим сигнал управления в виде суммы двух составляющих: $u = u_1 + u_2$. Здесь u_1 – сигнал управления внешнего контура, которому соответствует выходная величина x_1 , и в то же время задающим сигналом для внутреннего контура. Сигнал u_2 формирует внутренний замкнутый контур управления скоростью z_1 электропривода. Если потребовать, чтобы синтезируемые подсистемы принадлежали заданному множеству моделей, то можно получить выражения для коэффициентов k_i ($i = 0, \dots, 4$) сигнала управления. Для пропорционально-интегрирующего ПИ-регулятора скорости x_1 рабочего органа справедливы выражения:

$$\begin{aligned}
u_1 &= -k_0 x_0 - k_1 (\omega^* - x_1) - k_2 x_2; \quad x_0 = -\int_0^t (\omega^* - \bar{x}_1) dt; \\
u_2 &= -k_3 z_1 - k_4 z_2.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь ω^* – заданное значение скорости. Управление u_1 синтезируется в предположении, что подсистема переменных z является безынерционной.

Чтобы характеристический полином подсистемы переменных z с управлением u_2 имел вид $N_2(p) = p^2 + \bar{\kappa}v_{01}p + \bar{\kappa}v_{01}^2$, параметры k_3, k_4 должны удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned}
b_2 k_3 &= \bar{\kappa}v_{01}^2 - v_1^2; \\
b_2 k_4 &= \bar{\kappa}v_{01} - 1/T.
\end{aligned} \tag{3}$$

Для подсистемы переменных x с управлением u_1 в случае ПИ-регулятора характеристический полином должен иметь вид $N_3(p) = p^3 + \kappa^2 v_0 p^2 + \kappa^3 v_0^2 p + \kappa^3 v_0^3$. Подсистема с ПИ-регулятором будет иметь третий порядок, если в процессе синтеза управления u_1 применить редуцированную модель системы. С учетом (3) подсистема переменных z примет вид:

$$\dot{z}_1 = \dot{z}_2;$$

$$\dot{z}_2 = b\lambda v_2^2 x_1 - \left(\frac{b}{J_1 T} \right) x_2 - (\lambda b^2 v_2^2 + \bar{\kappa} v_{01}^2) z_1 - \bar{\kappa} v_{01} z_2 + b_2 u_1. \quad (4)$$

Введем обозначения: $\mu = v_0/v_{01}$; $\mu_2 = v_2/v_{01}$. Умножая на μ^2 обе части последнего уравнения системы (4), получим

$$\mu^2 \dot{z}_2 = \mu^2 b\lambda v_2^2 x_1 - \mu^2 (b/J_1 T) x_2 - (\mu^2 \lambda b^2 v_2^2 + \bar{\kappa} v_0^2) z_1 - \mu \bar{\kappa} v_0 z_2 + \mu^2 b_2 u_1.$$

Значению $\mu = 0$ соответствует медленная составляющая движения, приближенная модель для которого примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2; \\ \dot{\bar{x}}_2 &= v_2 (b\bar{z}_1 - \bar{x}_1); \\ \dot{\bar{z}}_1 &= \bar{z}_2; \\ 0 &= -(\bar{\kappa} v_0^2) \bar{z}_1 + \mu^2 b_2 \bar{u}_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Из последнего уравнения получается $(\bar{\kappa} v_0^2) \bar{z}_1 = \mu^2 b_2 \bar{u}_1$, что позволяет медленное движение описать только переменными x . С учетом (2) получим:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_0 &= \bar{x}_1; \\ \dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2; \\ \dot{\bar{x}}_2 &= v_2^2 (b b_2 \mu^2 \bar{u}_1 / (\bar{\kappa} v_0^2) - \bar{x}_1), \end{aligned} \quad (6)$$

Параметры регулятора (2) с учетом заданного полинома $N_3(p)$ должны удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned} b_2 k_0 &= \bar{\kappa} \kappa^3 v_0^3 v_{01}^2 / v_2^2; \\ b_2 k_1 &= \bar{\kappa} v_{01}^2 (\kappa^3 v_0^2 / v_2^2 - 1); \\ b_2 k_2 &= \bar{\kappa} \kappa^2 v_0 v_{01}^2 / v_2^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Сигнал управления u , полученный для модели (6), будет действовать в системе (1), которая принимает вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= x_1; \\ \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= v_2^2 (z_1 - x_1); \\ \dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= -a_{50} x_0 - a_{51} x_1 - a_{52} x_2 - a_{53} z_1 - a_{54} z_2 + b_2 \omega^*. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь приняты обозначения:

$$\begin{aligned}
a_{50} &= \bar{\kappa} \kappa^3 v_0^3 / \mu_2^2; & a_{53} &= \bar{\kappa} v_{01}^2 + b^2 \lambda v_2^2; \\
a_{51} &= \bar{\kappa} \kappa^3 v_0^2 / \mu_2^2 - \bar{\kappa} v_{01}^2 - b^2 \lambda v_2^2; & a_{54} &= \bar{\kappa} v. \\
a_{52} &= \bar{\kappa} \kappa^2 v_0^2 / \mu_2^2 + b^2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Характеристический полином данной системы в случае ПИ-регулятора скорости имеет вид

$$\begin{aligned}
N_5(p) &= p^5 + a_{54} p^4 + (a_{53} + v_2^2) p^3 + v_2^2 (a_{52} + a_{54}) p^2 + \\
&+ v_2^2 (a_{51} + a_{53}) p + v_2^2 a_{50}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Для данного полинома условия обеспечения заданных показателей качества принимают вид:

$$\begin{aligned}
a_{54}^2 &\geq \underline{\kappa} (a_{53} + v_2^2); & (a_{52} + a_{54})^2 v_2^2 &\geq \underline{\kappa} (a_{53} + v_2^2) (a_{51} + a_{53}); \\
(a_{53} + v_2^2)^2 &\geq \underline{\kappa} a_{54} v_2^2 (a_{51} + a_{53}); & (a_{51} + a_{53})^2 &\geq \underline{\kappa} a_{50} (a_{52} + a_{54}).
\end{aligned} \tag{11}$$

После преобразований с учетом выражений (9), обозначая $s = \lambda b^2 / (v_{01} T)$, получим:

$$\begin{aligned}
\bar{\kappa}^2 &\geq \underline{\kappa} (\bar{\kappa} + \bar{\lambda} \mu_2^2); \\
(\bar{\kappa} + \bar{\lambda} \mu_2^2)^2 &\geq \underline{\kappa} \bar{\kappa} (\bar{\kappa} \kappa^2 \mu / \mu_2^2 + \bar{\kappa} + s \mu);
\end{aligned} \tag{12}$$

Существуют малые значения μ , μ_2 , при которых можно приближенно принять: $(\bar{\kappa} + \bar{\lambda} \mu_2^2) \approx \bar{\kappa}$; $(\bar{\kappa} \kappa^2 \mu / \mu_2^2 + \bar{\kappa} + s \mu) \approx \bar{\kappa} (1 + \kappa^2 \mu / \mu_2^2)$. Тогда для выполнения системы неравенств (12) достаточно, чтобы:

$$\bar{\lambda} \mu_2^2 < \min(\bar{\kappa}(\bar{\kappa}/\underline{\kappa} - 1), \varepsilon \bar{\kappa}); \tag{13}$$

$$\frac{\underline{\kappa} \mu_2^2}{\kappa^2 (\kappa - \underline{\kappa})} \leq \mu \leq \frac{1}{\underline{\kappa} \kappa^2}. \tag{14}$$

Условие (13) непосредственно следует из первого неравенства (12), а также из условия $(\bar{\lambda} \mu_2^2 < \varepsilon \bar{\kappa})$ малости составляющей $\lambda \mu_2^2$. Здесь ε – малая величина, определяемая необходимой точностью расчетов, например можно принять $\varepsilon = 0,05$. Условие (13) можно также записать в виде

$$\bar{\lambda} \mu_2^2 < \min(\bar{\kappa}(\bar{\kappa}/\underline{\kappa} - 1), \bar{\lambda}(\kappa - \underline{\kappa})/\underline{\kappa}^2, \varepsilon \bar{\kappa}). \tag{15}$$

Заданными являются величины: $\bar{\lambda}$, $\underline{\kappa}$, $\bar{\kappa}$, ε , v_2 , v_0 , а определить требуется значения: μ_2 , μ , κ . Как правило, в (15) правая часть равна $\varepsilon \bar{\kappa}$, а из

(14) с учетом $\kappa > \underline{\kappa}$ следует $\mu < 1/8$. Сначала из (15) определяется $\mu_2^2 = \varepsilon \bar{\kappa} / \bar{\lambda}$. Затем с помощью полученного значения μ_2^2 находим

$$\kappa \geq \underline{\kappa} + \varepsilon \underline{\kappa}^2 \bar{\kappa} / \bar{\lambda}. \quad (16)$$

После этого можно определить μ из (14). Затем, учитывая обозначения $\mu = v_0 / v_{01}$; $\mu_2 = v_2 / v_{01}$, можно рассчитать характеристическую частоту v_{01} , определяющую быстродействие электропривода, а затем и параметры регуляторов на основании выражений (3), (7).

В случае П-регулятора скорости условия примут вид:

$$\bar{\lambda} \mu_2^2 < \min(\bar{\kappa}(\bar{\kappa} / \underline{\kappa} - 1), \varepsilon \bar{\kappa}); \quad \mu \leq \frac{1}{\underline{\kappa} \kappa^2}.$$

При $\kappa = \underline{\kappa}$, $\underline{\kappa} = 2$, $\bar{\kappa} = 4$, $\varepsilon = 0,05$ получим:

$$\bar{\lambda} \mu_2^2 < 4\varepsilon = 0,2; \quad \mu \leq \frac{1}{8}.$$

На рис. 1 представлена структура системы управления при наличии обратных связей по скорости и ускорению электродвигателя, с ПИД-регулятором K_{p1} скорости ω_2 рабочего органа. На рисунке приняты обозначения:

$$K_p = b_1(1 + b_0/p) + K_D; \quad K_T = \frac{k_M}{R(T_p + 1)}; \quad K_M = \frac{1}{J_1 p};$$

$$K_{M1} = \frac{b^2 J_2 p^2}{J_2 p^2 + c} = \frac{b^2 p^2}{p^2 + v_2^2}; \quad K_D = \frac{Jp}{Tp + 1}; \quad b_4 = k_4 / k_{02}; \quad b_3 = k_3 / k_{02}.$$

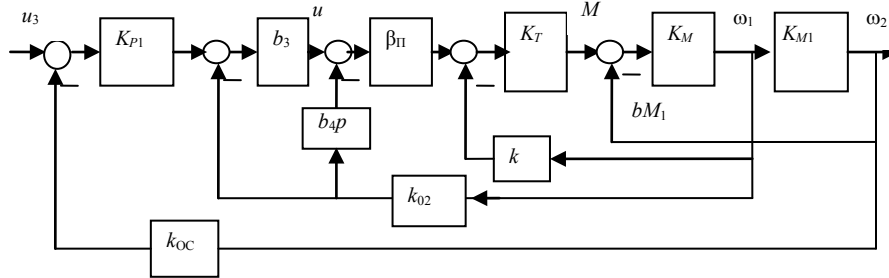


Рис. 1. Структура системы управления

Пример расчета для модели (1) выполнен при значениях параметров: $J_1 = 0,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $J_2 = 20 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $c = 2,10^4 \text{ сДж/рад}$, $b = 0,1$, $T = 0,02 \text{ с}$, $R = 0,4 \text{ Ом}$, $k = 2,44$, $k_M = 4,5$, $k_{0c} = 1$. Показатель затухания κ ограничен пределами: $\underline{\kappa} = 2$, $\bar{\kappa} = 4$. Тогда $\bar{\lambda} = 2$, собственная частота упругих колебаний $v_2 = 10 \text{ с}^{-1}$. Из (15) определяем $\bar{\lambda} \mu_2^2 \leq \varepsilon \bar{\kappa} = 0,02 \cdot 4 = 0,08$. Если принять $\mu_2^2 = 0,0025$, то из (16) получим $\kappa \geq \underline{\kappa} + \varepsilon \underline{\kappa}^2 \bar{\kappa} / \bar{\lambda} = 2,16$. Из (14) получается, что $0,01 \leq \mu \leq 0,1$.

На рис. 2 представлены процессы в системе с ПИД-регулятором скорости при плавном задающем воздействии.

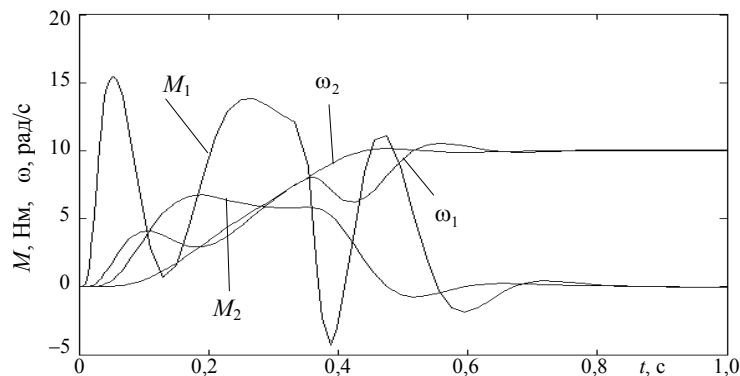


Рис. 2. Процесс разгона электропривода

ВЫВОД

Метод синтеза позволяет оценить быстродействие контура скорости, которое требуется для демпфирования упругих колебаний в механической части. Синтезированная система обладает свойством робастности.

Областью применения предложенного метода синтеза являются системы, в которых собственная частота упругих колебаний сравнима с характеристической частотой замкнутой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. К о в ч и н, С. А. Теория электропривода: учеб. для вузов / С. А. Ковчин, Ю. А. Сабинин. – СПб.: Энергоатомиздат, 2000. – 496 с.
2. Ф и р а г о, Б. И. Теория электропривода: учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Минск: ЗАО «Техноперспектива», 2004. – 527 с.
3. Б а ш а р и н, А. В. Управление электроприводами / А. В. Башарин, В. А. Новиков, Г. Г. Соколовский. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
4. Б о р ц о в, Ю. А. Автоматизированный электропривод с упругими связями / Ю. А. Борцов, Г. Г. Соколовский. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
5. Б о р ц о в, Ю. А. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением / Ю. А. Борцов, Н. Д. Поляхов, В. В. Путов. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 216 с.
6. И ш м а т о в, З. Ш. Синтез методом полиномиальных уравнений систем электропривода, инвариантных к параметрическим и внешним возмущениям / З. Ш. Ишматов, М. А. Волков, Е. А. Гурентьев // Электротехника. – 2007. – № 11. – С. 30–37.
7. В о л к о в, М. А. Синтез систем управления электроприводом с использованием коэффициентов оценок качества / М. А. Волков, З. Ш. Ишматов // Электротехника. – 2007. – № 11. – С. 38–42.
8. A n h i m i u k, V. L. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów I pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej / V. L. Anhimuk, O. F. Opeiko // Studia i Materialy. – 2003. – № 23. – P. 241–248.
9. N a s l i n, P. Polinômes normaux et critère algebrique d'amortissement (I) / P. Naslin // Automotisme. – 1963. – T. 8, № 6. – P. 215–223.
10. С и с т е м ы автоматического управления объектами с переменными параметрами. Инженерные методы анализа и синтеза / Б. Н. Петров [и др.]. – М.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
11. M o i s e e v, N. N. Asymptotic Methods in the Theory of Optimal Control / N. N. Moiseev, F. L. Chernousko // IEEE Trans. on Autom. Contr. – 1981. – Vol. AC-26, № 5. – P. 993–1000.

12. C h o w, J. N. A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes / J. N. Chow, P. V. Kokotovic // IEEE Trans. on Autom. Contr. – 1976. – Vol. AC-21, № 5. – P. 701–705.

13. О п е й к о, О. Ф. Синтез линейной системы на основании упрощенной модели объекта / О. Ф. Опейко // АиТ.– 2005. – № 1. – С. 29–35.

14. О п е й к о, О. Ф. Синтез робастной системы управления двухмассовым электромеханическим объектом / О. Ф. Опейко // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2009. – № 1. – С. 14–21.

Представлена кафедрой электропривода
и автоматизации промышленных установок
и технологических комплексов

Поступила 14.04.2008