

УДК 531.3; 796.01

**ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ
СПОРТИВНОГО СНАРЯДА**

ПОКАТИЛОВ А. Е., докт. пед. наук, доц. ЗАГРЕВСКИЙ В. И., ЛАВШУК Д. А.

Могилевский государственный университет продовольствия,

Современные методы научного поиска позволяют расширить исследования в области биомеханики двигательных действий человека. Связано это с такими факторами, как состояние вычислительной техники и программного обеспечения, развитие методов и технических средств биомеханических исследований, а также полученными теоретическими моделями в области механики управляемого тела.

Укажем, что одним из важнейших инструментов анализа является компьютерное моделирование [1–3]. Именно эта технология исследования дает возможность изучить влияние упругой опоры на движение человека. Результаты представляют интерес для тех видов спорта,

в которых спортсмен выполняет упражнения со снарядом, являющимся опорой, которая проявляет упругие свойства.

При исследовании целенаправленного движения спортсмена широкое применение нашел метод оптической регистрации двигательных действий человека. Расшифровка данных видеосъемки дает исходные данные для последующего компьютерного моделирования. По результатам замеров на видеокадрах положения спортсмена получают обобщенные координаты опорно-двигательного аппарата человека. Дальнейшие исходные данные в виде обобщенных скоростей и ускорений получают методом численного дифференцирования [4].

Сегодня существуют достаточно развитые комплексы символьной математики, оформленные в виде различных математических пакетов. Они представляют собой мощные средства для работы с векторами, матрицами и тензорами, а также имеют широкие возможности проведения математических операций над функциями. Тем не менее конкретные задачи не всегда поддаются решению с помощью стандартных пакетов: на практике зачастую требуются дополнительные усилия для анализа стоящих перед исследователем проблем, что актуально и в данной теме, так как обусловлено методикой получения и обработки экспериментальных данных, представленных в виде таблиц (массивов данных), а не функциональных зависимо-

стей. Для получения параметров кинематики исходные данные в табличной форме дифференцируют несколько раз с помощью численных методов. Но так как подобные формулы давно известны и широко используются в научных исследованиях, проблемы дифференцирования таблиц в математических редакторах не существует даже без наличия дополнительных модулей. Сочетание возможностей таких современных интегрированных систем компьютерной алгебры, как MathCad для Windows, Derive, Maple V, Mathematica, языка программирования символьных вычислений Reduce

и ряда численных методов позволяет быстро создавать мощные и объемные программы для компьютерного моделирования движения человека [5].

Исследование большого оборота назад на перекладине. За обобщенные координаты спортивного снаряда можно принять его линейные перемещения в горизонтальном и вертикальном направлениях или угол наклона прогиба снаряда к горизонтальной координатной оси, а также величину такого прогиба. На рис. 1 показан большой оборот назад на перекладине в исполнении мастера спорта Республики Беларусь. Съемка выполнялась двумя видеокамерами с синхронизацией кадров светодиодами. Камера № 1 фиксировала движение человека (рис. 1), а камера № 2 – перемещение опоры.



Рис. 1. Большой оборот назад на перекладине
Траектория спортивного снаряда (рис. 2) получена по результатам видеосъемки камерой № 2. Траектория имеет форму улитки Паскаля

[6, 7]. Данные для графика сглажены при помощи локального адаптивного алгоритма, основанного на анализе ближайших соседей каждой пары данных.

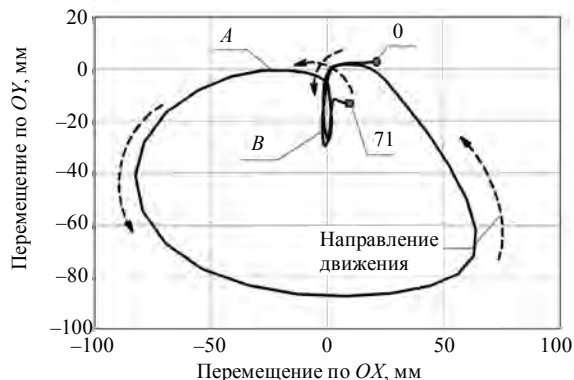


Рис. 2. Обобщенные координаты упругой опоры (сглаженные): 0 – кадр № 0, начало движения; 71 – кадр № 71, окончание движения

Кинематические характеристики перемещения спортивного снаряда. Каждому номеру кинокадра соответствует определенное значение времени и обобщенных координат. Следовательно, обобщенные координаты биомеханической системы в процессе выполнения спортивных упражнений изменяются по определенному закону, но эта зависимость задана в табличном виде. В этом случае для расчета средней скорости изменения функции на некотором интервале времени можно воспользоваться любым из методов численного дифференцирования [8–10].

Метод конечных разностей по трем ординатам – один из наиболее легко алгоритмизируемых вариантов численного дифференцирования и привлекает своей простотой и доступностью для программирования на ЭВМ. Технология использования этого метода в биомеханических исследованиях кинематики спортивных упражнений с применением ЭВМ заключается в следующем: в результате выполнения промера исследуемого упражнения и считывания обобщенных координат составляется таблица значений углов наклона звеньев тела к оси абсцисс. То же самое выполняют и для спортивного снаряда. В качестве аргумента функций обобщенных координат рассматривается время, которое вычисляется по данным частоты видеосъемки. Допустим, видеосъемка проводилась с частотой

K кадров в секунду. Тогда временной интервал между двумя ближайшими видеокдрами

$$\Delta t = \frac{1}{K}. \quad (1)$$

Для рассматриваемых табулируемых величин функции значения аргумента в таблице образуют арифметическую прогрессию, разность которой называется шагом таблицы:

$$h = \Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (i = 0, 1, \dots, n - 1), \quad (2)$$

где n – количество кадров видеосъемки; $n - 1$ – номер последнего видеокдра.

Первая и вторая производные обобщенных координат по времени, заданных в табличном виде, определим из симметричных конечно-разностных отношений.

Выполним расчет обобщенных кинематических характеристик для варианта, когда опора представлена двумя поступательно движущимися пружинами, моделирующими движение спортивного снаряда по горизонтали и вертикали.

Первую и вторую производные обобщенных координат по времени, заданные в табличном виде, рассчитаем из симметричных конечно-разностных отношений:

$$\dot{Q}_i = \frac{Q_{i+1} - Q_{i-1}}{2h}; \quad (3)$$

$$\ddot{Q}_i = \frac{Q_{i+1} - 2Q_i + Q_{i-1}}{h^2}, \quad (4)$$

где \dot{Q}_i, \ddot{Q}_i – приближенные значения первой и второй производных обобщенных координат по времени в момент $t = t_i$.

Так как по рассмотренным уравнениям для первого и последнего кадров, т. е. при $i = 0$ и $i = n - 1$, значения Q_i не определяются, для угловых кинематических характеристик их можно найти с помощью следующих разностей [4]:

- правые разности

$$\dot{Q}_0 = \frac{-Q_2 + 4Q_1 - 3Q_0}{2h};$$

$$\ddot{Q}_0 = \frac{Q_2 - 2Q_1 + Q_0}{h^2}; \quad (5)$$

- левые разности

$$\dot{Q}_{n-1} = \frac{3Q_{n-1} - 4Q_{(n-1)-1} + Q_{(n-1)-2}}{2h};$$

$$\ddot{Q}_{n-1} = \frac{Q_{n-1} - 2Q_{(n-1)-1} + Q_{(n-1)-2}}{h^2}. \quad (6)$$

Во всех случаях моделирования снаряда в виде пружин обобщенные характеристики звеньев биомеханической системы являются угловыми характеристиками, поэтому каждое уравнение необходимо умножить на $\pi/180^\circ$. А вот для самой опоры возможны следующие варианты:

- при моделировании опоры вращающейся пружиной дифференцирование угла Q_0 дает угловую скорость \dot{Q}_0 и ускорение \ddot{Q}_0 , а дифференцирование длины пружины L_0 – линейные скорость \dot{L}_0 и ускорение \ddot{L}_0 (скорость и ускорение сжатия или удлинения вращающейся пружины);

- при моделировании опоры двумя поступательно движущимися пружинами дифференцирование дает только линейные характеристики: для горизонтальной пружины L_{0r} – это скорость \dot{L}_{0r} и ускорение \ddot{L}_{0r} , а для вертикальной пружины L_{0v} – соответственно \dot{L}_{0v} и \ddot{L}_{0v} .

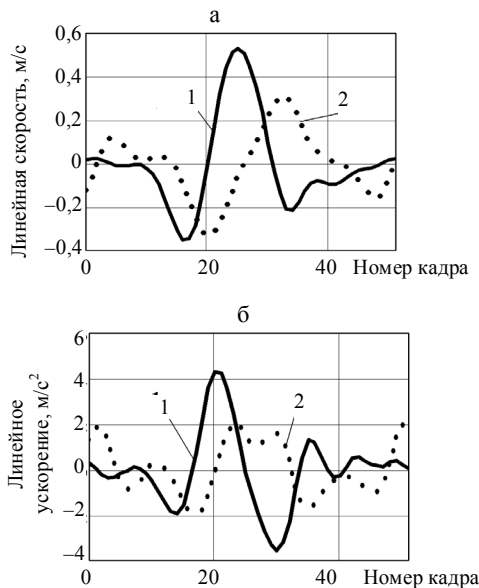


Рис. 3. Обобщенные кинематические параметры опоры при ее моделировании двумя пружинами: а – изменение скорости; б – то же ускорения; 1 – проекция на горизонтальную ось OX ; 2 – то же на вертикальную ось OY

По результатам вычислительного эксперимента на рис. 3а, б построены графики измене-

ния во времени проекций скоростей (рис. 3а) и проекций ускорений (рис. 3б) спортивного снаряда. Максимальные значения по модулю для скорости в горизонтальном направлении наблюдаются для кадра № 25, а в вертикальном – для кадра № 20.

Максимальные значения ускорений в горизонтальном и вертикальном направлениях (рис. 3б) наблюдаются в другие моменты времени, чем достигают максимальных величин скорости в этих же плоскостях (рис. 3а).

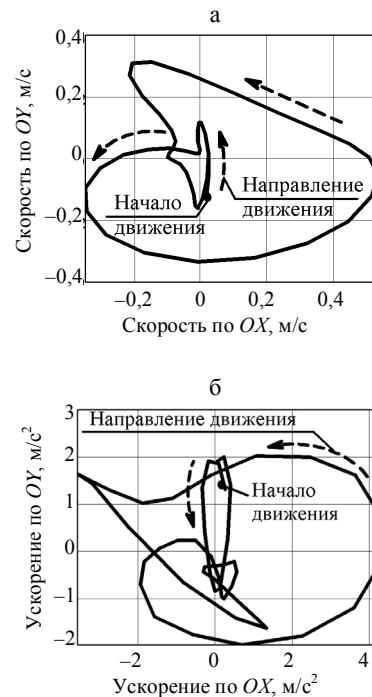


Рис. 4. Обобщенные скорости и ускорения опоры: а – годограф скорости; б – то же ускорения

Представляют интерес абсолютные скорости и ускорения опоры в своих максимальных значениях, причем с учетом направления. Для этой цели удобно использовать годографы [11], дающие знание не только максимальных значений и направлений изучаемых характеристик кинематики, но и показывающие картину в целом. На рис. 4а изображен годограф скорости опорного шарнира, а на рис. 4б – годограф его ускорения.

Анализ рис. 4а, б показывает, что ни одно из направлений в пространстве не имеет приоритета с точки зрения максимальных значений, что по рис. 3а, б явно не просматривается.

Ранее показано [12], что колебания спортивного снаряда можно рассматривать независимо друг от друга в двух ортогональных плоскостях [13]. В нашем случае удобно использовать плоскости OX и OY . Фазовая горизонтальная плоскость представлена на рис. 5, вертикальная плоскость – на рис. 6.

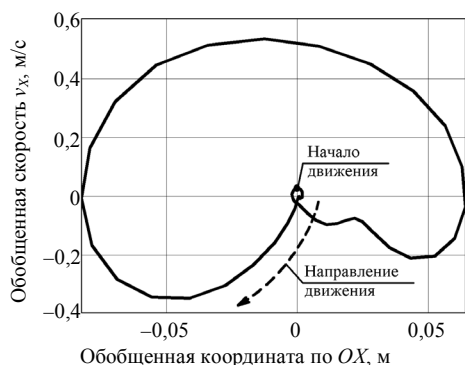


Рис. 5. Фазовая горизонтальная плоскость

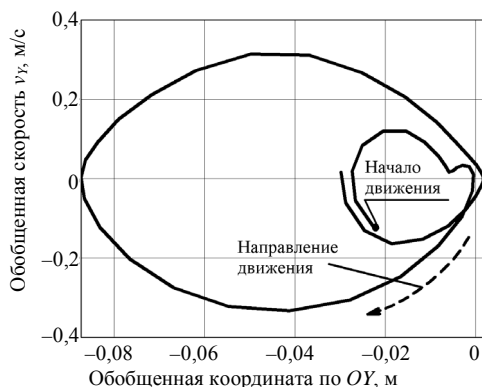


Рис. 6. Фазовая вертикальная плоскость

Движение в каждой плоскости в любой момент времени определяется значениями обобщенных координаты и скорости [13, 14].

ВЫВОДЫ

Взаимодействие спортсмена со снарядом, являющимся упругой опорой, оказывает существенное влияние на выполнение упражнения как на этапе его разучивания, так и в соревновательной практике. Для учета такого влияния необходимо знание обобщенных координат опоры, ее обобщенных скоростей и ускорений. Обобщенные координаты получают путем расшифровки кадров видеосъемки, а скорости и ускорения можно найти с помощью методов

вычислительной математики.

Анализ результатов вычислительного эксперимента, проведенного при исследовании большого оборота назад на перекладине, показал сложный характер изменения кинематических характеристик движения спортивного снаряда за время выполнения упражнения, одна из причин которого – сложная форма траектории движения опорного шарнира биомеханической системы. Резкие изменения направления упругой деформации всей сборной конструкции, каковой является спортивный снаряд, определяют и соответствующие резкие изменения величин и направлений кинематических характеристик движения опоры.

Знание обобщенных скоростей и ускорений необходимо для последующего выполнения динамического анализа, и в частности для анализа динамических уравнений движения биомеханической системы в условиях упругой опоры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Технология** системного моделирования / Е. Ф. Аврамчук [и др.]. – М.: Машиностроение; Берлин: Техник, 1988. – 520 с.
2. **Васильков, Ю. В.** Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании / Ю. В. Васильков, Н. Н. Василькова. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 256 с.
3. **Загrevский, В. И.** Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. – Могилев–Томск, 2000. – 190 с.
4. **Загrevский, В. И.** Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск–Могилев, 1999. – 156 с.
5. **Кирьянов, Д. В.** Самоучитель MathCad 11 / Д. В. Кирьянов. – СПб.: БХВ–Петербург, 2003. – 560 с.
6. **Гавердовский, Ю. К.** Техника гимнастических упражнений: попул. учеб. пособие / Ю. К. Гавердовский. – М.: Terra–Спорт, 2002. – 512 с.
7. **Гусак, А. А.** Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак. – Минск: Навука і тэхніка, 1991. – 480 с.
8. **Блох, А. Ш.** Вычислительная математика и программирование / А. Ш. Блох, А. Т. Кузнецов. – Минск: Народная асвета, 1988. – 207 с.
9. **Волков, Е. А.** Численные методы / Е. А. Волков. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
10. **Демидович, Б. П.** Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
11. **Никитин, Н. Н.** Курс теоретической механики / Н. Н. Никитин. – М.: Высш. шк., 1990. – 608 с.