

The results of theoretical description of the melt moving in liquid ingot and in two-phase zone on the basis of numerical solution of problem are given.

Ю. А. САМОЙЛОВИЧ, НПП «Платан», Россия,
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, НАН Беларуси, Е. В. КАЛИНЕВИЧ, БНТУ

УДК 621.746

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЖИДКОМ ЯДРЕ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ СТАЛЬНЫХ СЛИТКОВ

Процессы конвективного движения расплава в жидком ядре стальных слитков оказывают большое влияние на структуру и свойства литого металла, в частности на химическую неоднородность по сечению слитков (макросегрегацию). Среди экспериментальных методов определения скоростей циркуляции расплава в жидком ядре затвердевающих слитков наибольшее распространение получили методы радиоактивных изотопов [1–4]. Теоретические исследования термогравитационной конвекции развивались в двух направлениях: использование классических представлений о термогравитации идеальной несжимаемой жидкости под воздействием сил тяжести [5–7, 9]; решение задач термогравитационной конвекции в затвердевающих слитках при использовании современных ЭВМ [8, 10, 11].

Ниже приведены результаты теоретического описания движения расплава в жидком ядре слитка и в двухфазной зоне на основе численного решения задачи.

При постановке задачи используется ряд допущений:

- рассматривается продольное сечение листового стального слитка, затвердевающего в изложнице;
- движение расплава в жидком ядре слитка обусловлено эффектом термогравитации, при этом инерционными эффектами, преобладающими в начальный период затвердевания слитка, пренебрегаем;
- основной целью является определение поля скоростей движения расплава в жидком ядре и двухфазной зоне на основе совместного решения уравнений теплопроводности и гидродинамики;
- конфигурация жидкого ядра в затвердевающем слитке считается известной на основе математического моделирования процесса затвердевания слитка в изложнице.

Исходная система уравнений включает двумерное уравнение нестационарной теплопроводности с учетом конвективных составляющих переноса теплоты:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где T — температура; t — время; ρ , c_p , λ — соответственно коэффициенты массовой плотности, удельной теплоемкости и теплопроводности металла; v_x , v_y — компоненты вектора скорости течения расплава. В процессе затвердевания слитка образуется слой двухфазной зоны, свойства которой нуждаются в специальном обсуждении. Как известно, двухфазная зона затвердевающего слитка представляет собой переплетение дендритных ветвей растущих металлических кристаллитов с остаточным расплавом и характеризуется коэффициентом проницаемости K , величина которого определяет степень сопротивления передвижению расплава в пределах двухфазной зоны в соответствии с законом Дарси:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} \text{grad } P, \quad (2)$$

где P — текущее значение давления в жидкой фазе; μ — динамическая вязкость расплава.

Коэффициент проницаемости дендритной сетки является важнейшей характеристикой фильтрационного течения. Эксперименты японских исследователей [12, 13] позволили установить зависимость коэффициента проницаемости углеродистой стали от доли жидкой фазы ϕ в двухфазной системе «дендритные кристаллиты — расплав» в виде следующих соотношений:

$$K = 10^{-7} + (\phi - 0,85) \cdot 10^{-4} \quad (3)$$

$$\left(\text{м}^2 \right) \text{ при } \phi > 0,85,$$

$$K = 10^{-9} \left(\text{м}^2 \right) \text{ при } 0,85 > \phi > 0,7,$$

$$K = 3,25 \cdot 10^{-10} \phi^3$$

$$\left(\text{м}^2 \right) \text{ при } \phi < 0,7.$$

Следует отметить, что закон Дарси был установлен при изучении фильтрации воды через песчаные фильтры и в последующем явился базовым соотношением при построении теории фильтрации разнообразных физических систем. По нашему представлению, при анализе фильтрационных явлений в затвердевающих отливках закон Дарси нуждается в определенной корректировке с учетом особенностей движения расплава в двухфазной зоне. В связи с этим представляется возможным использовать обобщенное уравнение баланса моментов движения, представляющее собой суперпозицию уравнения Дарси и уравнений Навье–Стокса в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \mu \nabla^2 \vec{v} + (\mu / K) \times \vec{v} + \nabla p = F, \quad (4)$$

где p – локальное давление; F – вектор внешней силы.

Расчеты фильтрационного течения расплава в двухфазной зоне показали, что скорость течения расплава железа пропорциональна порядку величины коэффициента проницаемости K и при значениях $K < 10^{-12} \text{ м}^2$ становится исчезающе малой величиной. Эти расчеты согласуются с результатами экспериментов по выливаемости жидкого остатка затвердевающих отливок [14, 15]. На основании таких экспериментов Б.Б.Гуляевым [16] введено понятие границы выливаемости сплавов как некоторой температуры $T_{\text{выл}}$, лежащей в интервале между ликвидусом ($T_{\text{лик}}$) и солидусом ($T_{\text{сол}}$) и определяющей степень подвижности расплава в двухфазной зоне слитка. Представление о границе выливаемости развивается в работе [10] представлением об «активном районе двухфазной зоны» (АРДЗ), в пределах которого считается возможным изменение локальных температур в режиме автоколебаний.

В связи с изложенным выше предположим, что пространство двухфазной зоны можно разделить на две части по признаку степени сопротивления продвижению расплава:

- при значениях коэффициента $K > 10^{-4} - 10^{-5} \text{ м}^2$ скорость передвижения расплава в двухфазной зоне считается достаточно большой и принимается во внимание в ходе гидродинамических расчетов;
- при $K < 10^{-5} \text{ м}^2$ перемещение расплава в пределах двухфазной зоны не принимается во внимание.

Таким образом, для двухфазной зоны принимали значения коэффициента проницаемости $K = 10^{-5} \text{ м}^2$, а для расплава, циркулирующего в жидком ядре слитка, $K = 1$.

На рис. 1–3 приведены результаты расчетов для металлической ванны высотой 0,5 м, шириной 0,3 м при задании граничных условий:

- $T = T_{\text{выл}}$ – для боковой и донной границ ванны,
- $T = T_{\text{лик}} + \Delta T$ – для верхней границы ($Y = 0,5 \text{ м}$),

где $T_{\text{выл}} = T_{\text{лик}} - 0,05 (T_{\text{лик}} - T_{\text{сол}})$; $T_{\text{лик}} = 1724 \text{ К}$; $T_{\text{сол}} = 1644 \text{ К}$; $\Delta T = 1$ град и следующих теплофизических свойств расплава: $\rho_{\text{ж}} = 6900 \text{ кг/м}^3$; $\rho_{\text{в}} = 7200 \text{ кг/м}^3$; $\lambda_{\text{ж}} = 60 \text{ Вт/(м·К)}$; $\lambda_{\text{в}} = 40 \text{ Вт/(м·К)}$; $c_p = 650 \text{ Дж/(кг·К)}$; $\alpha = 10^{-5} \text{ 1/град}$; $\mu = 0,0062 \text{ Па·с}$; $K_{\text{р}} = 10^{-5} \text{ м}^2$, $K_{\text{ж}} = 1 \text{ м}^2$, $T_{\text{нач}} = 1725 \text{ К}$ (индексы «ж» и «в» относятся соответственно к жидкому ядру и двухфазной зоне).

В центральной части жидкого ядра преобладают восходящий поток расплава, а вблизи от фронта кристаллизации наблюдаются нисходящие потоки (рис. 1). Характер изменения скоростей металла в жидком ядре во времени показан на рис. 2 для четырех горизонтов по высоте (точки A, B, C и D указаны на рис. 1). Из рисунка видно, что скорость течения расплава нарастает во времени от нуля до $v_{\text{макс}}$, причем наибольшие скорости потоков составляют 5–6 см/с.

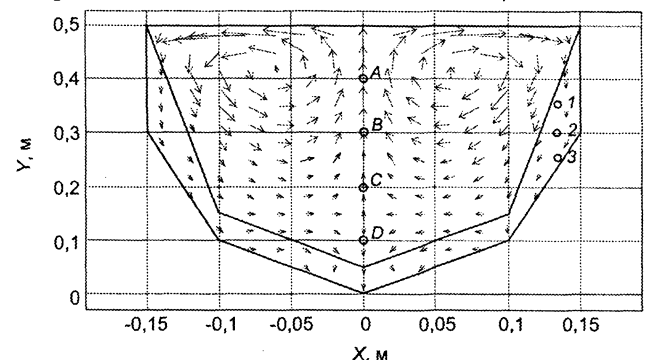


Рис. 1. Картина течения расплава и расположение контрольных точек A, B, C, D (в жидком ядре слитка) и $1, 2, 3$ (в сечении двухфазной зоны)

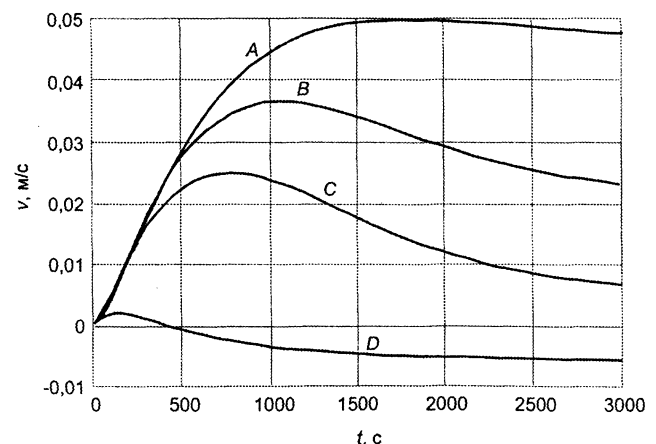


Рис. 2. Изменение во времени скоростей течения расплава в нескольких точках по высоте жидкого ядра (расположение точек A, B, C, D указано на рис. 1)

С увеличением перепада температур ΔT_m по высоте жидкого ядра скорости восходящих потоков в центральной части металлической ванны нарастают. Ниже приведены максимальные значения вертикальной компоненты вектора скорости течения в точке A при нескольких значениях перепада температур:

ΔT_m , град	5	6	7	9	14,
$v_{\text{макс}}$, см/с	5,0	5,6	6,4	8,1	12,1.

Полученные расчетом значения скорости восходящих потоков расплава удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для слитка массой 23 т, полученными с использованием радиоактивных изотопов [2].

На рис. 3 приведены результаты расчетов по определению скорости передвижения расплава в пределах двухфазной зоны; кривые 1, 2, 3 соответствуют точкам, указанным на рис. 1 для сечения, отстоящего на расстоянии 0,135 м от плоскости симметрии слитка. Из рисунка видно, что скорости потоков в двухфазной зоне во времени изменяются аналогично потокам в жидком ядре – вначале нарастают, достигают максимума и затем постепенно убывают. Максимальные значения потоков в двухфазной зоне изменяются в пределах 3–10 мм/с при значениях $\Delta T_m = 5–10$ град.

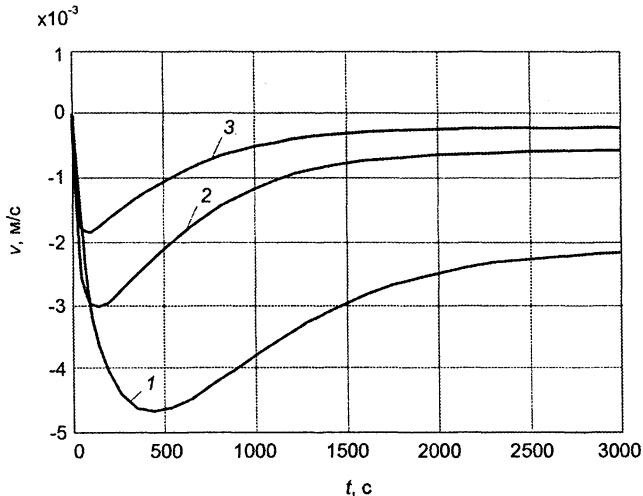


Рис. 3. Изменение во времени скоростей течения расплава в нескольких точках по сечению двухфазной зоны (расположение точек 1, 2, 3 указано на рис. 1)

С целью возможностей сопоставления различных видов конфигурации слитков уравнения теплопроводности и движения расплава ограничимся допущением о стационарности процесса.

При таком допущении система уравнений теплопроводности и движения расплава имеет следующий вид:

$$-\mu \nabla^2 \vec{U} + \left(\frac{\mu}{K}\right) \vec{U} + \nabla p = \vec{F}, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0, \quad (6)$$

$$\vec{U} \nabla T = \nabla (\lambda \cdot \nabla T), \quad (7)$$

где T – температура; p – давление в жидкости; \vec{F} – вектор внешней силы; \vec{U} – вектор скорости потока ($u_x = u$, $u_y = v$); μ и K – коэффициенты динамической вязкости и проницаемости двухфазной зоны.

Для двух измерений изучаемой системы (X , Y) компоненты вектора внешней силы имеют вид

$$F_y = -\alpha \rho g_0 (T - T_0), F_x = 0. \quad (8)$$

При проведении расчетов использовали следующие значения физических характеристик расплава: $\rho = 7000$ кг/м³; $\lambda = 60$ Вт/(м·К); $\alpha = 10^{-5}$ град⁻¹; $T_{\text{выл}} = 1720$ К; $\mu = 0,0062$ Па·с. Значения перепада температур по высоте жидкого ядра варьировали в пределах $\Delta T = 3–10$ град.

На рис. 4 показана картина течений расплава в сечении жидкого ядра размерами $2S = 0,3$ м, $H = 0,5$ м при задании перепада температур $\Delta T = 3$ град. В центре сечения наблюдаются восходящие, а вдоль боковых граней – нисходящие потоки расплава в полном соответствии с эмпирическими наблюдениями [17]. Более конкретная картина открывается при построении поля скоростей вдоль линий $A-B$ и $C-D$ в наиболее характерных сечениях жидкого ядра. На рис. 5 показано распределение вертикальной (вдоль оси Y) компоненты вектора скоростей вдоль линии $C-D$ (горизонт $Y = 0,4$ м) при нескольких значениях перепада температур ΔT . Отметим, что графики на рисунке могут быть представлены формулой

$$v(x) = v_0 \left[1 - (n+2) \left(\frac{x}{R}\right)^n + (n+1) \left(\frac{x}{R}\right)^{2n} \right], \quad (9)$$

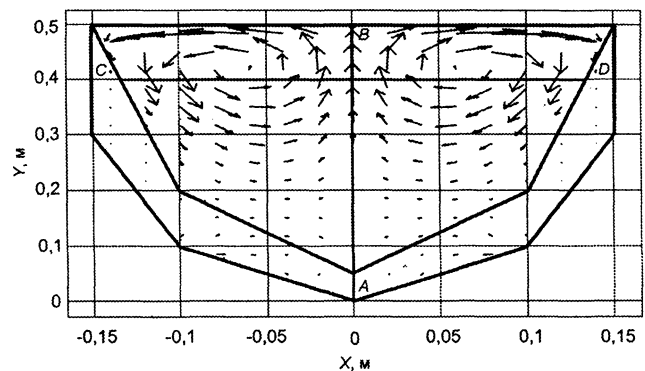


Рис. 4. Картина течений расплава в сечении жидкого ядра размерами $H = 0,5$ м, $2S = 0,3$ м при задании $K_b = 10^{-5}$ м, $\Delta T = 3$ град

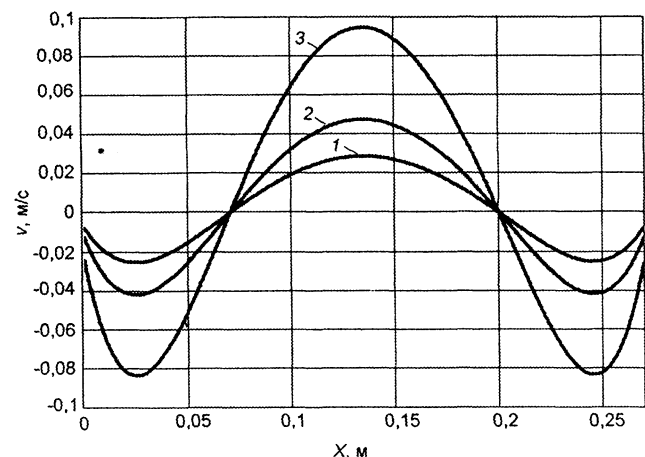


Рис. 5. Распределение температуры в поперечном сечении жидкого ядра толщиной $2S = 0,3$ м (вдоль линии $C-D$) при задании нескольких значений перепада температуры ΔT : 1 – $\Delta T = 3$ град; 2 – 5; 3 – $\Delta T = 10$ град

впервые приведенной в работе [8]. Особенность формулы (9) состоит в том, что с ее помощью удается с удовлетворительной точностью представить описание поля скоростей как при ламинарном, так и турбулентном характере течения металла.

Результаты расчетного анализа по влиянию высоты жидкого ядра на характер конвективных потоков представлены на рис. 6, где приведено распределение скорости течения вдоль линии $A-B$ (см. рис. 4) при трех значениях высоты жидкого ядра: $H=0,5$ м (а) и 1,5 м (б). Из рисунка видно, что максимальные значения скоростей течения (при задании перепада температур $\Delta T=10$ град) при весьма существенном изменении высоты жидкого ядра изменяются незначительно, составляя $v_{\text{макс}}=0,095, 0,115$ и $0,123$ м/с при задании $H=0,5, 1,0$ и $1,5$ м соответственно.

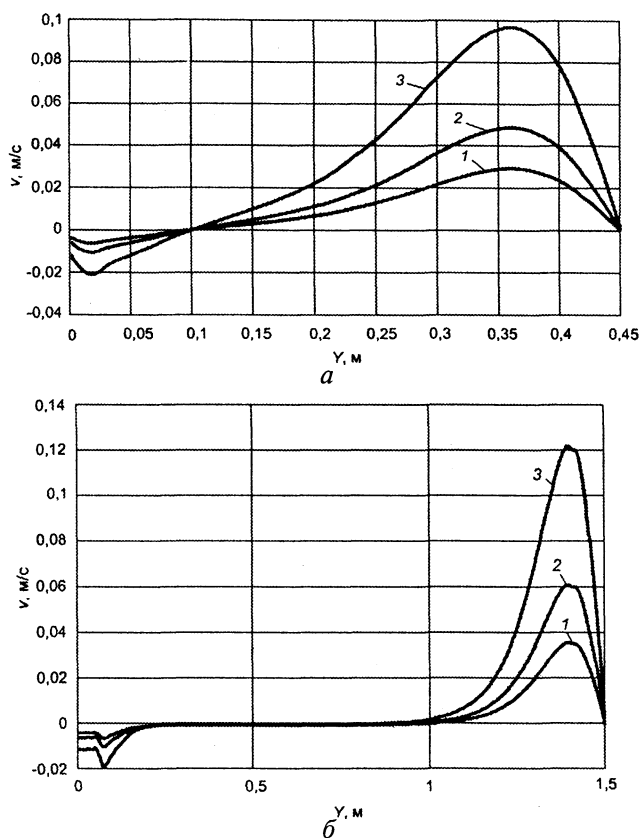


Рис. 6. Влияние высоты жидкого ядра (H) на распределение скорости течения по вертикали (вдоль линии $A-B$) при нескольких значениях $\Delta T=3$ (1), 5 (2) и 10 град (3); $H=0,5$ м (а); $H=1,5$ м (б); $2S=0,3$ м

На рис. 7 показана картина течений расплава в жидком ядре высотой 0,6 м и толщиной $2S=0,5$ м при задании $\Delta T=3$ град. Из рисунка видно, что характер течений расплава качественно не отличается от картины течения при меньшей толщине жидкого ядра: восходящие потоки в центре, нисходящие — по боковым граням полости ядра. Однако влияние высоты ядра на величину максимальной скорости течения в дан-

ном случае отличается от ядра толщиной 0,3 м. На рис. 8 показано распределение вертикальной компоненты вектора скорости течения (v) вдоль линии $A-B$ (см. рис. 4) при трех значениях высоты жидкого ядра и нескольких значениях перепада температуры (ΔT). Из рисунка видно, что изменение высоты ядра с 0,6 до 1,0 м приводит к росту максимальной скорости течения почти вдвое (с 0,163 до 0,3 м/с), а дополнительное увеличение высоты ядра от 1,0 до 1,5 — к приросту максимальной скорости течения всего лишь на 11–12% (с 0,3 до 0,335 м/с).

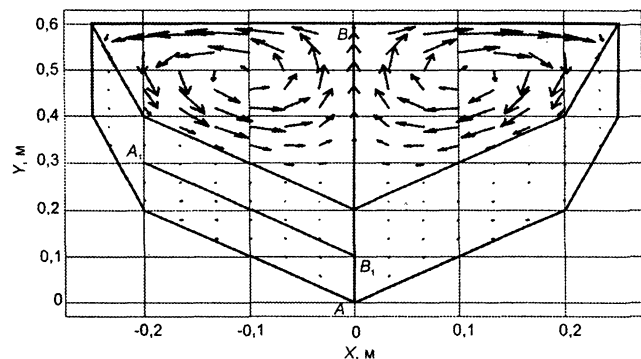


Рис. 7. Картина течений расплава в сечении жидкого ядра размерами $H=0,6$ м; $2S=0,5$ м при задании $K_b=10^{-5}$ м², $\Delta T=3$ град

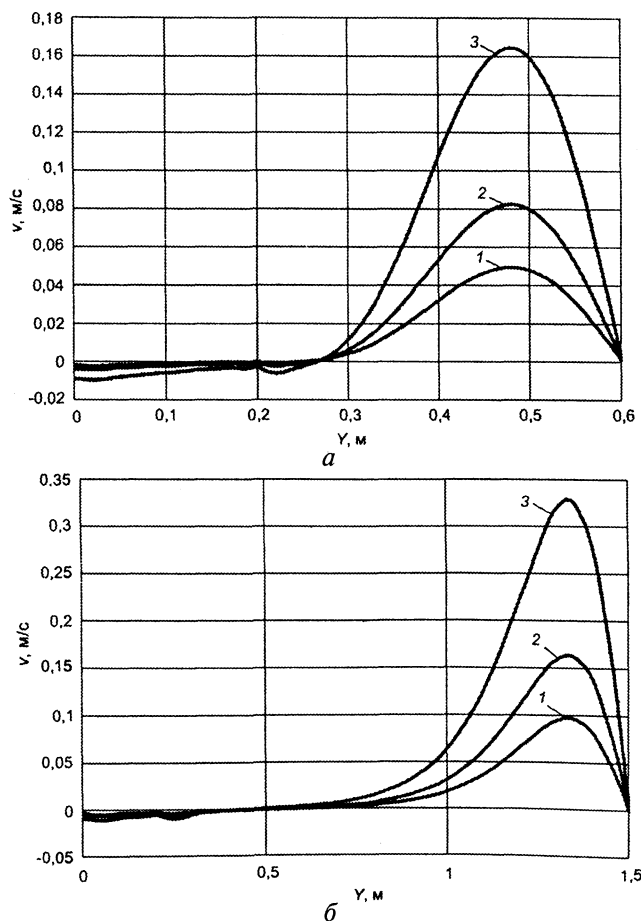


Рис. 8. Влияние высоты жидкого ядра (H) на распределение скорости течения по вертикали (вдоль линии $A-B$) при нескольких значениях $\Delta T=3$ (1), 5 (2) и 10 град (3); $H=0,6$ м (а); $H=1,5$ м (б); $2S=0,5$ м

Приведенные выше расчетные данные указывают на то, что влияние конфигурации жидкого ядра слитка на характер конвективных течений носит достаточно сложный характер: существенное возрастание скоростей течения расплава получено лишь для достаточно крупных слитков (при толщине жидкого ядра $2S=0,5$ м), в то время как для слитков меньшего размера ($2S=0,3$ м) прирост скорости течения с увеличением высоты ядра не превышает 10–12%.

Литература

1. Беляев Ю.П., Скребцов А.М., Казачков Е.А. и др. Определение скорости движения металла в изложницах при затвердевании крупных листовых слитков спокойной стали с помощью радиоактивных изотопов // Проблемы стального слитка. Т. 3. М., 1969. С. 39–42.
2. Беляев Ю.П., Липка Н.П. Развитие конвективных потоков в жидкой спокойной стали в процессе кристаллизации крупных слитков // Тр. IV конф. по стальному слитку. М., 1969. С. 87–89.
3. Марковский Е.А., Ефимов В.А., Малыхов В.Б. и др. Определение конвективных потоков при кристаллизации слитка методом радиоактивных индикаторов // Тр. IV конф. по стальному слитку. М., 1969. С. 93–95.
4. Скребцов А.М. Исследование с помощью радиоактивных изотопов некоторых вопросов гидродинамики жидкого ядра в сердцевине затвердевающего слитка // Проблемы стального слитка. Т. 5. М., 1974. С. 116–120.
5. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М., 1952.
6. Бер Л.Э. К теории термогравитационной конвекции в условиях турбулентного режима // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. 1957. №11. С. 75–83.
7. Славнова Э.И. Об ячейистой структуре конвективного потока жидкости в вертикальном канале круглого сечения // ИФЖ. 1961. Т. 4. № 8. С. 80–86.
8. Самойлович Ю.А. Гидродинамические явления в незатвердевшей части (жидком ядре) слитка // Изв. АН СССР. Металлы. 1969. № 2. С. 84–92.
9. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., 1972.
10. Самойлович Ю.А. Теплообмен между потоком расплава и фронтом кристаллизации слитка // Физика и химия обработки материалов. 1978. № 4. С. 28–35.
11. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование гидродинамики и тепломассопереноса в слитках. Ижевск: Изд. Удмуртского университета, 1995.
12. Ohnaka L., Fukusako T. Solidification Analysis of Steel Ingots with consideration on Fluid Flow. Trans, of Iron and Steel Inst. Japan. 1981. Vol.21. P. 485–494.
13. Ohnaka L., Kobayashi K. Flow analysis during Solidification by the Direct Finite Difference Method. Trans, of ISI Japan. May 1986. Vol. 26. P. 781–789.
14. Затвердевание стального слитка в изложнице. Методы исследования режимов затвердевания и охлаждения (справ.) / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова и др. Мн., 2003.
15. Стальной слиток. В 3-х т. Т. 2. Затвердевание и охлаждение / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова и др.; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Мн., 2000.
16. Гуляев Б.Б. Литейные процессы. М., 1960.
17. Хворинин Н.И. Кристаллизация и неоднородность стали. М., 1958.