

*The numerical model of hardening of continuously-casted eutectic silumin is worked out. The average speed of enthalpy decreasing in different geometrical zones of casting is calculated on its basis. The experimental samples of the continuously casted eutectic silumin microstructure are received.*

Е. И. МАРУКОВИЧ, А. М. БРАНОВИЦКИЙ, Ю. А. ЛЕБЕДИНСКИЙ,  
ИТМ НАН Беларуси

УДК 621.74.047.001.57

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ЭВТЕКТИЧЕСКОГО СИЛУМИНА

### Введение

Методы математического исследования объектов в настоящее время получают все большее развитие в различных областях науки. Современное литейное производство также не довольствуется только качественным описанием структуры металлов и сплавов. Необходим поиск количественных критериев, которые однозначно связывали бы основные параметры технологического процесса получения отливки, структуру и свойства металлов и сплавов. В данной работе представлены математическая модель роста кристаллов, определены параметры охлаждения и микроструктуры для математического моделирования.

Цель работы – численный анализ структуры непрерывнолитой отливки эвтектического сплава алюминий–кремний.

Основной проблемой при получении литых заготовок данного сплава является получение высокодисперсной структуры, обладающей лучшими механическими и эксплуатационными свойствами [1]. Диспергирование структуры литых заготовок достигается в первую очередь повышением скорости охлаждения в процессе кристаллизации за счет увеличения количества зародышей кристаллизации и скорости их роста. Одновременно увеличение скорости охлаждения приводит к уменьшению пространственной области кристаллизации, что затрудняет диффузию легирующих элементов и в свою очередь способствует диспергированию структуры. Для управления структурообразованием сплавов системы алюминий–кремний используются также модифицирование, легирование и различные способы термической обработки.

Основным фактором, влияющим на формирование структуры, являются тепловые условия формирования отливки. С различием в скоростях охлаждения центрального и периферийных учас-

тков отливки связана неравномерность микроструктуры внешней и внутренней зон, в том числе и при непрерывном литье.

### Модель кристаллизации

Физические процессы, проходящие во время затвердевания эвтектики Al–Si, описываемые в макро-микромодели, состоят из трех этапов. Вначале с понижением температуры ниже определенного уровня начинается образование зародышей, второй этап – свободный рост зерен, третий – стесненный рост, при котором скорость роста начинает замедляться из-за влияния соседних зерен.

В классической модели [2] считается, что образование новых зародышей прекращается в момент времени, когда температура в данной зоне затвердевающего расплава начинает повышаться из-за тепловыделения при кристаллизации. Другими словами, рост прекращается, когда имеет место рекалесценция. В это время число зародышей кристаллов достигает своего максимального значения. После начинается процесс роста, время которого определяется скоростью теплоотвода. Как правило, это самая длительная стадия затвердевания. Когда растущие зерна приходят в контакт друг с другом, начинается третий период стесненного роста.

Использование данной модели позволяет более точно по сравнению с макромоделью рассчитывать время затвердевания и зависимость температуры от времени в области затвердевания. Кроме того, данная модель позволяет получать данные, связанные с переохлаждением расплава, т. е. число зерен эвтектики и их размер.

Макро-микромодель основана на уравнении теплопереноса, но отличается от макромодели способом учета теплоты затвердевания.

При разработке математической модели были сделаны допущения о сферичности зерен

эвтектики Al-Si и об отсутствии конвекции расплава во время затвердевания.

Уравнение теплопереноса можно записать как:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \frac{\partial}{\partial t}(c_p T) + \rho L \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $T$  – температура в данной зоне;  $\lambda$  – теплопроводность;  $c$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $L$  – теплота плавления;  $f_s$  – доля твердой фазы в рассматриваемом элементарном объеме.

Поскольку форма зерен считается сферической, можно записать

$$f_s(t) = \frac{4}{3} \pi R^3(t) N(t), \quad (2)$$

где  $N(t)$  – число зерен на единицу объема;  $R(t)$  – радиус зерна. Производная по времени записывается как:

$$\frac{df_s(t)}{dt} = \frac{4}{3} \pi R^3(t) \frac{dN(t)}{dt} + 4 \pi R^2(t) N(t) \frac{dR(t)}{dt}. \quad (3)$$

Первое слагаемое в правой части (3) отвечает за прирост доли твердой фазы за счет увеличения числа зерен, вторая – за счет увеличения их радиуса. Предполагается, что на первой стадии затвердевания, когда образуются новые зародыши, их объем очень мал и первым слагаемым можно пренебречь. На последующих этапах число зародышей  $N$  практически не изменяется со временем. Поэтому можно считать

$$\frac{df_s(t)}{dt} = 4 \pi R^2(t) N(t) \frac{dR(t)}{dt}. \quad (4)$$

На третьем этапе, когда доля твердой фазы  $f_s$  уже близка к 1, рост кристаллов замедляется. Это учитывается вводом в (4) коэффициента, зависящего от  $f_s$ . Для случая сферических эвтектических кристаллов используется коэффициент  $1 - f_s$ , что приводит к общему выражению для  $f_s$ :

$$f_s = 1 - \exp(-(4/3)\pi N R^3). \quad (5)$$

Впервые данная модель была использована [3] для описания роста эвтектики серого чугуна.

Для получения замкнутой системы в макромикромодели необходимо выразить текущий радиус и текущее число частиц через время и температуру. Модели зародышеобразования связывают скорость появления новых зародышей с текущей температурой. В настоящей работе использована модель [2], описывающая рождение новых зародышей с помощью распределения Гаусса. Плотность зародышей при этом является гауссовой функцией переохлаждения  $\Delta T = T - T_e$ , где  $T_e$  – эвтектическая температура:

$$n(\Delta T) = \frac{n_{\max}}{\Delta T \sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\Delta T} \exp\left[-\frac{(\Delta T - \Delta T_N)^2}{2\Delta T \sigma}\right] d(\Delta T), \quad (6)$$

где  $\Delta T_N$  – центр распределения;  $\Delta T_\sigma$  – стандартное отклонение;  $n_{\max}$  – максимальное число частиц в распределении. Данная модель используется для описания роста дендритов и эвтектических зерен. Зародышеобразование прекращается, когда температура начинает повышаться. Параметры распределения находятся из экспериментальных кривых рекалесценции и средней плотности зерен.

Отметим, что в данной постановке задачи все зародыши описываются только одной величиной – текущим радиусом. Поэтому новые зародыши появляются с уже этим же текущим радиусом. В более точных моделях новые зародыши появляются с неким минимальным радиусом, называемым критическим. Такое название выбрано, поскольку зародыши, размером менее критического, неспособны существовать в растворе долгое время и переходят снова в жидкое состояние. Зародыши растут одновременно с появлением новых и в результате моделирования рассчитывается распределение зерен по размерам.

В качестве модели роста эвтектических зерен обычно используют закон вида [3]:

$$\frac{dR}{dt} = \mu(\Delta T)^2, \quad (7)$$

где  $\frac{dR}{dt}$  – скорость роста радиуса кристалла. Для роста дендритов используется целый ряд моделей, отличающихся допущениями о диффузии в области кристаллизации.

#### Определение параметров охлаждения и микроструктуры, используемых в математической модели

Проводили эксперименты по непрерывному литью эвтектического силумина в графитовый кристаллизатор, размеры отливки – 40x80 мм. Температура заливки – 800 °С. Время цикла вытяжки равно 11 с, шаг вытяжки – 32 мм.

С использованием экспериментальных данных были уточнены коэффициенты теплоотдачи на границах отливка–кристаллизатор в областях с зазором и без зазора между отливкой и кристаллизатором. Для определения коэффициентов теплоотдачи использован алгоритм, аналогичный [4]. Для границы отливка–графит в зоне плотного контакта коэффициенты теплоотдачи составляли 7000 Вт/(м<sup>2</sup>·град) и при наличии зазора – 2500 Вт/(м<sup>2</sup>·град). В промежуточных точках коэффициенты рассчитывали методом линейной интерполяции. Коэффициенты теплоотдачи на боковых поверхностях без водяного охлаждения и в зоне вторичного охлаждения равны 100 Вт/(м<sup>2</sup>·град). Аналогичным образом ставились граничные усло-

вия для расчета температурного поля в графитовых пластинах кристаллизатора. Значение коэффициента теплоотдачи на границе вода–кристаллизатор выбирали равным 2000 Вт/(м<sup>2</sup>·град).

Проводили численную оценку скорости охлаждения в различных участках отливки. Моделирование осуществляли на основе решения уравнения теплопереноса методом конечных разностей (без учета кристаллизации) [5, 6]. Теплоту затвердевания учитывали путем ввода эффективной теплоемкости в интервале  $\pm 2,5$  °С вблизи температуры кристаллизации эвтектики. Получены усредненные по определенному участку пространства и времени данные о скорости кристаллизации, которые дают общее представление о различии режимов охлаждения наружных и внутренних частей отливки. Данный параметр фактически определяет скорость убывания энтальпии в зоне кристаллизации и является основой для расчетов кристаллизации в макро-микроближении.

Усреднение скорости производили по всему времени, за которое происходит изменение температуры от  $t_{\text{эвт.}} - 2,5$  до  $t_{\text{эвт.}} + 2,5$  °С, т. е. фактически изображена величина, обратная общему времени затвердевания. Усредненная скорость охлаждения (скорость убывания приведенной энтальпии) во время кристаллизации для сечения отливки показана на рис. 1. Скорость охлаждения при данных условиях составила 5–15 °С/с в зоне перегретого металла; 0,7–1,5 – в зоне кристаллизации вблизи эвтектической температуры; 5–8 °С/с – в зоне затвердевшего металла. Дополнительное усреднение было произведено по пространству для сглаживания осцилляций скорости охлаждения, возникающих при извлечении отливки в цикле вытяжки. При извлечении отливки исследуемая зона отливки быстро перемещается в область с более низкой температурой кристаллизатора, что приводит к росту охлаждения и немонотонной зависимости скорости охлаждения от расстояния до кристаллизатора в данном сечении.

Многие методы численного моделирования роста кристаллов требуют в качестве одного из основных входных параметров для расчетов учитывать плотность зародышей кристаллизации, которая определяется из экспериментальных данных. При этом [7] данная величина должна на 30–50% превышать максимальную плотность кристаллов. Для моделирования роста дендритов необходимо знать их плотность, для моделирования роста эвтектических зерен достаточно знать их размер, считая что они заполняют весь объем.

Под эвтектическими зернами в настоящей работе понимаются объекты макроструктуры, выросшие из одного зародыша. При

этом внутренняя структура таких объектов может быть достаточно сложной и содержать разные морфологические формы эвтектики, дендриты алюминия и т.д.

Анализировали микроструктуру различных зон отливки. Шлифы образцов получены по стандартной методике. Металлографические исследования проведены на микроскопе МИКРО-200. Травление на микроструктуру произведено реактивом Келлера.

На рис. 2 показана микроструктура образцов, вырезанных из середины и края отливки. Структура имеет вид типичной структуры эвтектического сплава и представлена эвтектикой:  $\alpha$ -алюминиевый твердый раствор + кремний. Известно, что увеличение скорости охлаждения приводит к диспергированию эвтектики [8, 9]. В исследуемом случае разница в дисперсности структуры обусловлена различиями в скорости охлаждения центральных и периферийных частей отливки. В центральной части отливки (рис. 2, б, 3, б), характеризующейся более низкой скоростью охлаждения, дисперсность структуры значительно ниже. В основном увеличение размеров кристаллов кремния происходит за счет увеличения их толщины.

Из микрофотографий вычисляли средний размер светлых участков. При этом размеры выбирались по нескольким направлениям, потом усреднялись. При наличии вытянутых дендритов число направлений для усреднения повышалось для корректного расчета максимального размера дендрита.

Изображения выбирались случайным образом, а увеличение образцов подбиралось таким образом, чтобы эффекты на краях выбранных изображений не оказывали существенного влияния на получаемое значение размера дендрита.

Расчеты проводили по восьми случайно выбранным изображениям на краю и в центральной зоне. Средний размер дендритов алюминия составил 25 и 22 мкм со среднеквадратическим отклонением 1,8 и 1,0 мкм соответственно в центральной и периферийной областях отливки.

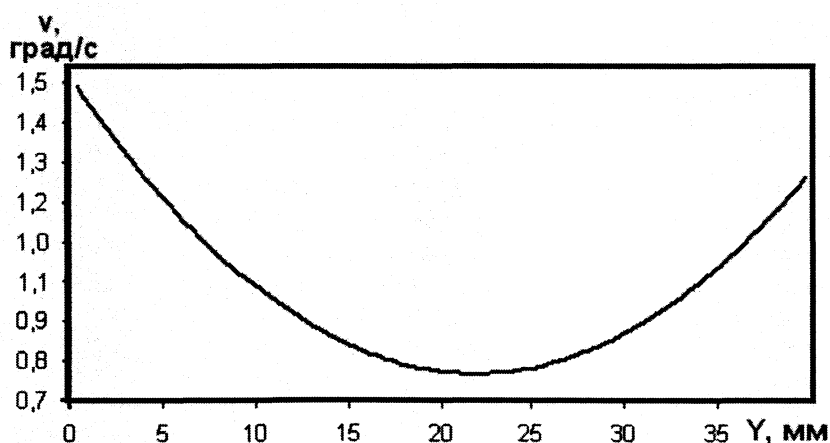


Рис. 1. Скорость охлаждения отливки во время затвердевания в зависимости от расстояния от нижней пластины кристаллизатора

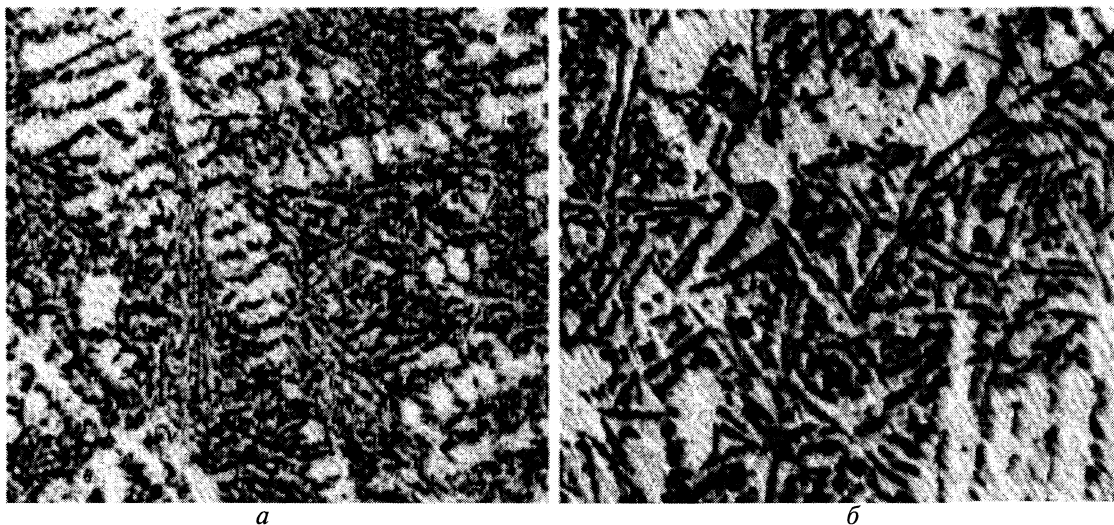


Рис. 2. Микроструктура эвтектического силумина в наружной части отливки (а) и центральной части (б). х160

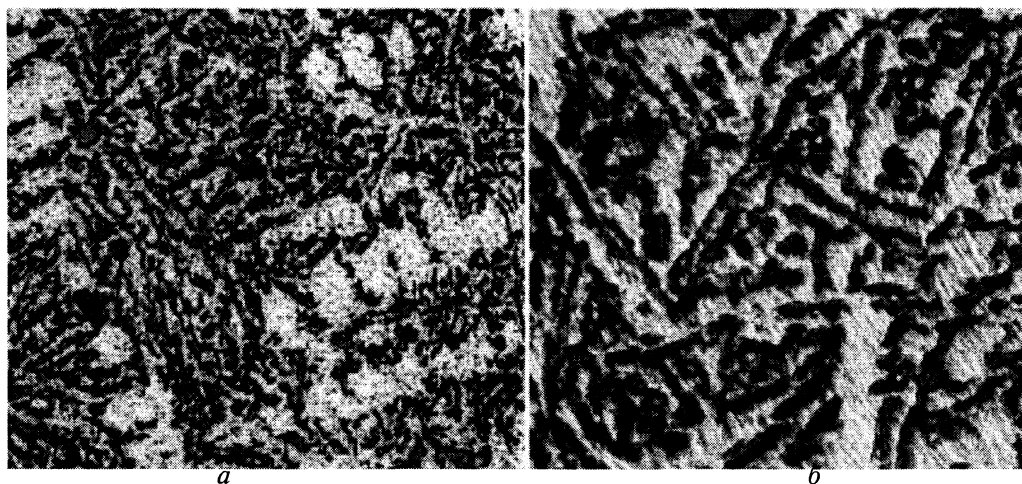


Рис. 3. Микроструктура эвтектического силумина в наружной части отливки (а) и центральной части (б). х310

Подобный алгоритм может быть использован и для определения радиуса данных зон, приближенно считая их случайно расположенными сферами. При этом радиус сферы определяется как  $2L/\pi N$ , где  $L$  – общая длина белых участков на прямой, усредненная по направлениям прямых;  $N$  – число сфер на данном изображении [2].

Для оценки параметров макроструктуры необходима предварительная обработка образца с целью установления эвтектических зерен. Химическое травление образцов не выявило границ зерен. Поэтому в данном случае использовали термическую обработку образцов с нагревом до температуры плавления и быстрым охлаждением [10]. После шлифовки поверхности по стандартной методике и при металлографическом исследовании образцов в наклонном освещении были выявлены границы зерен, средний размер зерна составил 0,5–0,7 мм. Учитывая наличие зерен размером 0,2–0,3 мм, максимальную плотность зародышей в данном случае можно оценить как  $10^{12}$  1/м<sup>3</sup>.

Таким образом, в данной работе представлена математическая модель и получены размерные

параметры структуры (средний размер дендритов и плотность зародышей) и скорость убывания приведенной энтальпии, которые могут быть использованы для математического моделирования структурообразования силуминов.

Работа выполнена при поддержке Белорусского Республиканского фонда фундаментальных исследований, грант №Т04МС-024.

#### Литература

1. Chen W. et al. The Role of Dendrite Arm Spacing in Fatigue of Aluminum Castings // *Advances in Aluminum Casting Technology*. ASM International. 1998.
2. Thevoz Ph., Desbiolles J.L., Rappaz M. Modeling of Equiaxed Microstructure Formation in Casting / Ph. Thevoz // *Metallurgical Transactions A*. 1989. Vol. 20A. P. 311–322.
3. Oldfield W. A Quantitative Approach to Casting Solidification. Freezing of Cast Iron // *ASM Trans*. 1966. Vol. 59. P. 945–960.
4. Брановицкий А.М., Станюленис Ю.Л., Лебединский Ю.А. Уточнение коэффициентов теплопередачи для решения задачи затвердевания цилиндрических непрерывнолитых заготовок с использованием экспериментальных температурных данных кристаллизатора в установившемся режиме литья // *Литье и металлургия*. 2005. №1. С. 91–93.

5. Marukovich E.I., Branovitsky A.M. Three-dimensional thermal model of solidification of continuous casted rectangular billets // The 4-rd International Conference Simulation, Designing and Control of Foundry Processes 25–26 November 1999, Krakow, Poland.

6. Марукович Е. И., Брановицкий А.М. Трехмерная тепловая модель процесса непрерывного литья прямоугольных биметаллических заготовок // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т. 45. №2.

7. S. -h. Cho, T. Okane, T. Umeda. CA-DFD analysis of nucleation parameter effects on the grain structures of casting // Int. J. Cast Metals Res. 2001. Vol. 13. P. 327–335.

8. Hague M.M., Ismail A F. Effects of cooling rate on structure and properties of Aluminium-Silicon Alloys // Proceedings of 65<sup>th</sup> world foundry congress. 2002.

9. Napolitano R.E., Месо H., Jung C. Faceted solidification Morphologies in low-growth-rate Al–Si eutectics // JOM. 2004. Vol. 56. N. 4. P. 16–21.

10. McDonald S., Dahle A., Taylor J., StJohn D. Eutectic Grains in Unmodified and Strontium-Modified Hypoeutectic Aluminum-Silicon Alloys // Metallurgical and materials transactions A. 2004. Vol. 35A.



**В РАМКАХ ПРАЗДНОВАНИЯ  
ДНЯ ГОСУДАРСТВЕННОСТИ УДМУРТИИ**

**Международная  
специализированная  
выставка**

**24-27 октября**

**МАШИНОСТРОЕНИЕ.  
МЕТАЛЛУРГИЯ.  
МЕТАЛЛООБРАБОТКА - 2006**

Место проведения:  
г. Ижевск, ФОЦ "Здоровье", ул. Кооперативная, 9

426008, г. Ижевск, ул. Карла Маркса, 300 а  
тел./факс (3412) 25-44-65, 25-48-68, 25-48-33,  
25-47-33, 25-48-74

e-mail: metal@vcudmurtia.ru  
http://www.metal.vcudmurtia.ru

**ПРАВИТЕЛЬСТВО УДМУРТСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
УДМУРТСКАЯ ТОРГОВО-ПРОМЫШЛЕННАЯ ПАЛАТА  
ВЫСТАВОЧНЫЙ ЦЕНТР "УДМУРТИЯ" УТПП**



**Международная научно-практическая конференция  
«Новые технологии управления -  
новое качество роста»**

Официальный  
информационный  
спонсор:  
**ЭКСПЕРТ**  
УРАЛ

Информационные  
спонсоры:



Интернет-спонсоры:

