

Вычисление кратных интегралов модифицированным методом Монте-Карло

Гундина М.А.

Белорусский национальный технический университет

При использовании метода Монте-Карло для вычисления кратных интегралов строится сетка, состоящая из n^2 узлов. Тогда среднее значение функции в узлах, умноженное на площадь интегрирования, и будет примерным значением интеграла.

Модификация этого метода построена на том, что выбираются не все точки, а только некоторые из них (их количество не превышает n^2). Выбор осуществляется в соответствии с расположением номера точки в магическом квадрате размерности n .

Таким образом, кроме сетки для области интегрирования строится магический квадрат, причем количество узлов сетки должно совпадать с количеством элементов в магическом квадрате, т.е. размерность магического квадрата равна n .

Затем первой точкой выбирается та, которая строит на месте, соответствующем единице в магическом квадрате. Следовательно, за i -ю точку сетки выбираются та, которая соответствует числу i в магическом квадрате. Затем согласно основному методу Монте-Карло, значение интеграла приблизительно равно среднему значению подынтегральной функции в выбранных точках сетки, умноженному на площадь области интегрирования.

Рассмотрим конкретные результаты оценки абсолютной погрешности, при вычислении повторного интеграла

$$\int_0^1 dx \int_0^1 x \cdot \sqrt{1-y^2} dy.$$

Если применять классический метод Монте-Карло, то погрешность составит 10^{-2} (16^2 узлов), а при использовании модифицированного метода Монте-Карло получается погрешность 10^{-4} (уже при 9 узлах), 10^{-5} (при использовании 222 узлов).

Достоинством данной модификации является то, что приходится работать не со всем набором n^2 узлов, а с меньшим количеством точек. Реализация алгоритмов Монте-Карло и его модификации проста и легко осуществляется в математических пакетах.