УДК 621

Оценка точности аппроксимации Δ-вейвлетами

Романчак В.М., Серенков П.С.
Белорусский национальный технический университет

Сингулярные вейвлеты являются аппаратом универсальной аппроксимации функции. Могут использоваться в теории сигналов, теории нечетких множеств и при построении непараметрической регрессии функции.

Определение. Функция $F(x)$ удовлетворяет условию обобщенному условию Липшица L^n в точке x, если конечная разность порядка n с переменным шагом $h_0 h_1, ..., h_{n-1}$ удовлетворяет условию $\Delta^n_{k_0 h_1, ..., h_{n-1}}(x) \le C h_0 h_1, ..., h_{n-1}$.

Теорема. Пусть функции $F(x)$ и $\psi(x)$ абсолютно интегрируемы на промежутке $[\infty,+\infty]$ и непрерывны, функция $F(x)$ удовлетворяет обобщенному условию Липшица в точке x, тогда

$$F(x)=\sum_{k=0}^{K}\frac{1}{a_n}\int_{-\infty}^{\infty}F^k(t)\psi\left(\frac{t-x}{a_k}\right)dt+R(x),$$

где $F^k(x)$ - последовательность сингулярных преобразований функции

$$F(x):\ F^{k+1}(x)=F^k(x)-\frac{1}{a_k}\int_{-\infty}^{\infty}F^k(t)\psi\left(\frac{x-t}{a_k}\right)dt,\ k=0,\ ...,\ K,$$

а $R(x)=F^k(x)$ – остаточный член, который можно сделать сколь угодно малым и, в частности справедлива оценка

$$|R(x)|\le 2^{-\frac{k(k+1)}{2}}h^{k+1}M^{k+1},$$

где h, M – постоянная.

Функция $\psi(x)$ удовлетворяет условию $\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x)dx=1,\ \psi(x)>0$.