

**Исследование обобщенной математической модели  
сверхизлучательной лавины**

Самодуров А.А., Федорако Е.И.

Белорусский государственный университет,  
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' + f(x, z)y' + \Phi(y, z) + F(x, z) = 0, \quad (1)$$

где  $y = y(x)$  - искомая функция,  $z$  - параметр, следовательно  $\Phi(y, z)$  - функция аргумента  $y$ ,  $f(x, z)$  и  $F(x, z)$  - функции аргумента  $x$ . Частным случаем уравнения (1) является уравнение сверхизлучательной лавины (в терминологии работ [1,2])

$$\ddot{X} + \frac{\tau}{T_1} \dot{X} + 8e^x + 2N \left( 1 + \frac{\tau}{N} \right) + \frac{2\tau^2}{T_1 T_2} = 0 \quad (2)$$

в которых  $X$  - неизвестная функция, все остальные величины - параметры с конкретными физическими смыслами.

Уравнение (1) было исследовано теоретико-групповым методом с целью решения обратной задачи группового анализа, а именно: поиска вида функций  $f(x, z)$ ,  $\Phi(y, z)$  и  $F(x, z)$ , для которых соответствующее уравнение вида (1) допускает группу непрерывных по параметру преобразований. Оказалось, что если перечисленные функции удовлетворяют условиям:

а)  $f(x, z) = f(x)$ , т.е. не зависит от  $z$ ; б)  $\Phi(y, z) = -\frac{2\tilde{c}}{c_2} + V \left( y - c_2 \int \frac{dz}{\eta^2(z)} \right)$ ,

где  $V$  - произвольная функция,  $\eta^2(z)$  - заданная функция, определяющая преобразование параметра  $z$ ; в)  $F(x, z) = const$ , то уравнение вида

$$y'' + f(x)y' - \frac{2\tilde{c}}{c_2} + V \left( y - c_2 \int \frac{dz}{\eta^2(z)} \right) + const = 0 \quad (3)$$

допускает преобразование переменных

$$\begin{cases} x^* = x + \tilde{c}a, \\ y^* = y + c_2 a, \\ z^* = \varphi(z, a) \end{cases}$$

где  $\varphi(z, a)$  определяется как решение задачи Коши  $\frac{d\varphi}{da} = \eta^2(a)$ ,  $\varphi(0) = z$ .

Литература:

1. Чудновский В.М. Теория сверхизлучательных лавин радиоволнового диапазона /В. М. Чудновский, Е.Д. Холодkevич // Физика твердого тела. - 1982. - Т.24. №4. - С.1118-1123.