

Численное решение одной вязкоупругой задачи

Крушевский Е.А., Кузнецова А.А.

Белорусский национальный технический университет

В работах [1], [2] рассматривался переход от упругой к вязкоупругой постановке в задаче о воздействии сосредоточенной нагрузки на полупространство при движении по его поверхности. После разложения ([3]) поля перемещений на потенциальную и соленоидальную составляющие ($\vec{U} = \nabla\Phi + \vec{U}'$) применен метод Фурье разделения переменных для каждого из скалярных составляющих правой части последнего представления. В терминах комплексного представления констант Ламе $\lambda_1 + i\lambda_2$ и $\mu_1 + i\mu_2$ для весовых коэффициентов двумерных интегралов Фурье получены следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} ((\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_1^2) - c^2\rho\alpha^2)\Phi_1 - (\lambda_2 + 2\mu_2)\alpha^2 + (\lambda_1 + 2\mu_1)(\beta^2 - \gamma_3^2)\Phi_2 = 0 \\ ((\lambda_2 + 2\mu_2)\alpha^2 + (\lambda_1 + 2\mu_1)(\beta^2 - \gamma_1^2))\Phi_1 + ((\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_3^2) - c^2\rho\alpha^2)\Phi_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\mu_1(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_2^2) - \rho c^2\alpha^2)\bar{U}'_1 - (\mu_2\alpha^2 + \mu_1(\beta^2 - \gamma_4^2))\bar{U}'_2 = 0 \\ (\mu_2\alpha^2 + \mu_1(\beta^2 - \gamma_2^2))\bar{U}'_1 + (\mu_1(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma_4^2) - \rho c^2\alpha^2)\bar{U}'_2 = 0 \end{cases}$$

где коэффициенты γ_i выражаются через α и β ([1]). В зависимости от вязкоупругих свойств данная система может оказаться как вырожденной, так и невырожденной. После выполнения условий сопряжения балки и полупространства на основе формул ([3]) можно записать выражения для действительной и мнимой части нормального перемещения поверхности упругого полупространства под движущейся нагрузкой с использованием интегрального синуса и интеграла от функции Макдональда. Проведены вычисления квадратур, входящих в полученные формулы. Применены методы ускорения сходимости рядов и несобственных интегралов 1-го рода.

Литература:

1. Крушевский Е.А. Кузнецова А.А. Задача о воздействии сосредоточенной нагрузки // Тезисы докладов международной конференции AMADE-2006. – Минск, 2006.
2. Крушевский Е.А. Кузнецова А.А. Решение одной вязкоупругой задачи в терминах специальных функций // – Наука – образованию, производству, экономике: Материалы Десятой международной научно-технической конференции. – Минск, 2012. – Т. 3. – С. 340–341.
3. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с.