УДК 517.4

Естественный выход на число *e*

Гахович А.С.
Белорусский национальный технический университет

При чтении спецкурса «Прикладная математика» в разделе приложений рядов и преобразования Фурье к передаче электромагнитных сигналов основополагающую роль играет число ***e***. В связи с этим вызывает естественный интерес вопрос выхода на число ***e***, исходя из логических соображений на основе простейших понятий высшей математики. Далее излагаются основные моменты искомой логической цепочки.

Понимая $df(x)$ как предельно локальное приращение функции, вызванное предельно локальным приращением аргумента, а $\int_a^b df(x)$ – как предельно локальное суммирование указанных приращений функции, получаем формулу Ньютона-Лейбница $\int_a^b df(x) = f(b) - f(a)$, которая при $a = x_o$, $b = x$ равносильна равенству

$$f(x) = f(x_o) + \int_{x_o}^{x} df(t) = f(x_o) + \int_{x_o}^{x} f'(t)dt. \tag{1}$$

При бесконечно-кратном использовании равенства (1) получаем ряд Тейлора. Разложения $\sin x$ и $\cos x$ в ряд Маклорена наводят на ряд

$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots \equiv \sum_0^\infty \frac{x^k}{k!} = S(x)$. Поскольку $S(0) = S'(1) = 1$, то $S(x)$ естественно искать среди функций a^x, что приводит к числу

$$a = \lim_{x\to 0}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, \tag{2}$$

которое назвали ***e*.**

Из формулы (2) следует, что $\left(e^x\right)' = e^x$ и, действительно, $e^x = \sum_0^\infty \frac{x^k}{k!}$.

При $x = 1$ можно получить приближенное значение ***e*** с любой наперед заданной точностью, минимизируя соответствующим образом остаток ряда $e = \sum_0^\infty \frac{1}{k!}$.