

9. П од г о р н ы й, Э. В. Моделирование и расчеты переходных процессов в цепях релейной защиты / Э. В. Подгорный, С. Д. Хлебников. – М.: Энергия, 1974. – 206 с.
10. S i m P o w e r S y s t e m s. User's Guide. Version 5. The MathWorks, 2011 [Electronic Resource]. – Mode of Access: http://mathworks.com/help/releases/R2011a/pdf_doc/physmod/powersys/powersys.pdf. – Date of Access: 23.10.2014.

R E F E R E N C E S

1. D'y a k o n o v, V. (2002) *Simulink 4*. Special Manual. St. Petersburg, Piter. 528 p. (in Russian).
2. K o g o l y e v, Ye. P., & Liberzon, E. M. (1980) *Computations of Load-Capabilities in Current Circuits of the Protective Relaying*. Moscow, Energy. 207 p. (in Russian).
3. R o m a n i u k, F. A., & Novash, V. I. (1998) *Information Support of a Computational Experiment in the Relay Protection and Automation of Energy Systems*. Minsk, VUZ-UNITY. 174 p. (in Russian).
4. N o v a s h, I. V., & Rumyantsev, Yu. V. (2014) Realizing a Mathematical Model of a Three-Phase Bank of Current Transformers in the Dynamics Simulator System. *Izvestiya Vysших Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG – Energetika* [Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations – Energetika], 3, 19–28 (in Russian).
5. S T O 56947007–29.120.70.100–2011. Methodological Instructive Regulations on Selecting the Relay Protection and Automatic Equipment Actuating Data for the Substation Facilities Produced in ZAO 'AREVA Transmission and Distribution'. Organization standard. Moscow, JSC 'FSK UES', 2011. 284 p. (in Russian, Unpublished).
6. C h e r n o b r o v o v, N. V. (1971) *Relay Protection: Educational Aid for Technical Colleges*. Moscow, Energy. 623 p. (in Russian).
7. C u r r e n t Transformers: Specification Errors and Solutions. Cahier Technique No 195. Schneider Electric, 2000. Available at: http://www.engineering.schneider-electric.com.au/Attachments/ed/ct/current_transfo_specif_errors_solutions.pdf. (Accessed 8 December 2014).
8. B e s s o n o v, L. A. (1948) *Electrical Circuits with Steel*. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat. 344 p. (in Russian).
9. P o d g o r n y i, E. V., & Khlyebnikov, S. D. (1974) *Simulation and Estimation of Transient Processes in the Circuitry of Protective Relaying*. Moscow, Energy. 206 p. (in Russian).
10. S i m P o w e r S y s t e m s. User's Guide. Version 5. The MathWorks, 2011. Available at: http://mathworks.com/help/releases/R2011a/pdf_doc/physmod/powersys/powersys.pdf. (Accessed 23 October 2014).

Представлена кафедрой
электрических станций

Поступила 22.05.2015

УДК 621.3.051.025

ОЦЕНКА ВЗАИМОСВЯЗИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФОРТЕСКЬЮ И КЛАРКА НЕСИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ ВЕКТОРОВ ТОКА ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ

Канд. техн. наук, доц. БЯЛОБРЖЕСКИЙ А. В.,
аспиранты КАЧАЛКА В. Ю., ВЛАСЕНКО Р. В.

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

E-mail: seemAl@kdu.edu.ua

Одним из способов повышения качества электроэнергии является применение силовых активных фильтро-компенсирующих устройств, которые способны одновременно с высокой точностью и быстродействием осуществлять компенсацию потребляемой из сети реактивной мощности, мощности искажения и симметрировать фазные токи сети. Для формирования тока силового активного фильтро-компенсирующего устройства получили распространение несколько теорий мощности, среди которых выделены

теория Фризе и p - q -теория. Эти представления отличаются от методов, заложенных в системы учета электрической энергии.

В статье выполнен анализ влияния проекций тока в соответствующей системе на характер формирования составляющих мощности. Сформулированы преимущества и недостатки применения указанных теорий при работе силового активного фильтро-компенсирующего устройства с несимметричными параметрами режима сети. Рассмотрено представление несимметричной системы векторов методом симметричных составляющих 1–2–0 (преобразование Фортескью) и посредством α - β -0-преобразования (преобразование Кларка). Для практической оценки взаимосвязи токов в α - β -0 и 1–2–0 системах измерения поставлена и выполнена серия экспериментов, в ходе которых реализованы: одно- и двухфазная амплитудные несимметрии, однофазная фазовая несимметрия, а также несимметрии при наличии высших гармонических составляющих. На основании сводки эффективных значений токов для серии экспериментов, представленных графически в функции амплитуды тока несимметрии, выявлено несовпадение результатов. Однако визуально отмечено подобие формы и характера, на основании чего выполнен расчет коэффициента корреляции среднеквадратических значений токов в системах α - β -0 и 1–2–0, что позволило сделать вывод о высокой степени взаимосвязи полученных результатов.

Ключевые слова: несимметричная система векторов тока, трехфазная линия, теория Фризе, преобразования Фортескью и Кларка.

Ил. 4. Табл. 2. Библиогр.: 12 назв.

CORRELATION EVALUATION OF THE FORTESQUE AND CLARKE TRANSFORMATIONS FOR UNSYMMETRICAL SYSTEM OF THE CURRENT VECTORS IN THE THREE-PHASE LINE

BYALOBRZHYESKIY O. V., KACHALKA V. Yu., VLASENKO R. V.

Kremenchug National University n. a. Mikhail Ostrogradskiy

The paper considers one of the ways for improving power quality videlicet employment of the power active filtering-balancing devices capable of contemporaneous exercising compensation of the reactive power consumed from the mains, distortion power, and symmetrizing the phase currents with high precision and operating speed. In forming the current of the power active filtering-balancing device a few power theories gained ground, distinguishing among others the Frieze theory and the p - q theory. These presentations differ from the methods laid as theoretical grounds of the electric energy accounting systems.

The article presents an analysis in the compliant system of the effect of the current projections on the power components formation character. The authors formulate the advantages and defective features of the noted theories being applied in case of the power active filtering-balancing device operating with unsymmetrical parameters of the mains. The paper considers the vectors asymmetrical system presentation by means of the symmetrical components 1–2–0 (Fortescue transformation) and in via α - β -0 re-expression (Clarke transformation). For practical evaluation of the currents correlation in α - β -0 and 1–2–0 measuring systems, the authors stage and perform a series of experiments where one- and two-phase amplitude asymmetries, one-phase phasic dissymmetry as well as asymmetries with occurrence of higher harmonic components are realized. The currents effective values summary from the series of experiments being presented graphically as function of the unsymmetry current amplitude educe incongruity of the results. Visually however, a similarity of the form and the character is observed, which allows performing correlation coefficient estimation of the mean square values of the currents in α - β -0 and 1–2–0 systems. That allows making conclusion of a high degree of the obtained results correlation.

Keywords: the current vectors asymmetrical systems, three-phase line, the Frieze theory, the Fortescue and Clarke transformations.

Fig. 4. Tab. 2. Ref.: 12 titles.

В современной электроэнергетике большое внимание уделяется проблеме повышения качества электрической энергии. Принимая во внимание широкие функциональные возможности силовой полупроводниковой техники, разработаны так называемые силовые активные фильтро-компен-

сирующие устройства [1]. Работа устройства предполагает регулирование в зависимости от текущего потребления энергии нагрузкой для поддержания тока сети синусоидальной формы с амплитудой, соответствующей потреблению нагрузкой исключительно активной мощности [1]. Для формирования тока силового активного фильтро-компенсирующего устройства используются соответствующие теории о составляющих мощности [2]. Порой эти представления отличаются от методов, заложенных в системы учета электрической энергии [3]. Распространение получили несколько теорий, среди которых можно выделить теорию Фризе [4] и p - q -теорию [5].

В работах С. Фризе определение составляющих мощности основано на концепции, направленной на сохранение функционального характера описания энергетических свойств цепей при синусоидальных и несинусоидальных процессах. Так, в обоих случаях любой потребитель заменяется двумя элементами, один из которых – активный, а другой – неактивный [4]. Поэтому С. Фризе предложил по аналогии с полигармоническими формами тока и напряжения использовать две составляющие полной мощности S – активную P и пассивную (реактивную по Фризе) Q_Φ , определяя пассивную мощность в виде

$$Q_\Phi = \sqrt{S^2 - P^2}. \quad (1)$$

При этом Q_Φ – та мощность, среднее значение которой за период равно нулю, и соответствующая ей энергии колеблется между источником и нагрузкой. Определяя мощность P и Q_Φ , Фризе исходил из разложения тока I на две составляющие ($I_p + I_q = I$), первая из которых (I_p) имеет ту же форму, что и значение напряжения (находится в фазе) и выражает P ($P = UI_p$), а вторая (I_q) ортогональная к напряжению или связана с ней в квадратуре и определяет Q_Φ ($Q_\Phi = UI_q$). Q_Φ часто называют реактивной мощностью, по Фризе [4].

Мгновенные значения активного и реактивного токов для однофазного потребителя:

$$i_p = \frac{P}{U^2} u; \quad i_q = i - i_p, \quad (2)$$

где i_q , i , i_p – реактивный, полный, активный ток соответственно; u – напряжение в узле сети, для которого проводятся расчеты; $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$ – действующее значение напряжения; P – активная мощность.

Основное свойство идеального компенсатора при условии нулевых перетоков можно представить в виде:

$$P_S = P_L; \quad P_C = 0; \quad t > 0, \quad (3)$$

где P_S – активная мощность, генерируемая источником, Вт; P_L – активная мощность, потребляемая нагрузкой, Вт; P_C – активная мощность, потребляемая силовым активным фильтро-компенсирующим устройством, Вт.

Конфигурация модели компенсации реактивной мощности представлена на рис. 1.

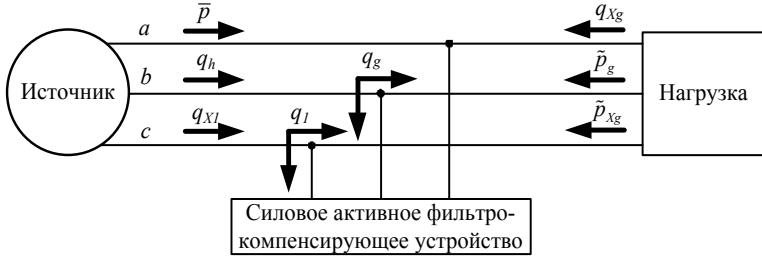


Рис. 1. Конфигурация модели компенсации реактивной мощности:

\tilde{p}_g – высшие гармонические составляющие активной мощности, генерируемые нагрузкой;
 \tilde{p}_{Xg} – активная мощность, генерируемая нагрузкой за счет разноименных гармоник тока и напряжения; q_1 – основная неактивная мощность; q_h – неактивная мощность высших гармоник, генерируемая источником; q_g – то же, генерируемая нагрузкой; q_{Xl} – неактивная мощность, генерируемая источником за счет разноименных гармоник тока и напряжения; q_{Xg} – то же, генерируемая нагрузкой за счет разноименных гармоник тока и напряжения

По расширению идеи Фризе для трехфазных цепей в [6] вводится понятие векторов фазных напряжений и токов. Так, для трехфазного контура соотношения (2) запишутся соответственно следующим образом:

$$\bar{i}_p = \frac{P}{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \bar{u}_p; \quad \bar{i}_q = \bar{i} - \bar{i}_p, \quad (4)$$

где $\bar{u}_p = [u_1, u_2, u_3]^T$; u_i – фазные напряжения i -й фазы, $i = 1, 2, 3$; P – суммарная трехфазная активная мощность; $\bar{i}_p = [i_{p1}, i_{p2}, i_{p3}]^T$; $\bar{i}_q = [i_{q1}, i_{q2}, i_{q3}]^T$; $\bar{i} = [i_1, i_2, i_3]^T$; i_{pi} , i_{qi} , i_i – активный, реактивный, полный ток соответственно i -й фазы.

В выражениях (4) фазные напряжения считаются практически симметричными; в противном случае их нужно заменить прямыми симметричными составляющими Фортескью, т. е. представление токов отдельных гармоник фаз сети соответственно векторами прямой, обратной и нулевой последовательностей [7]. Однако такой подход к применению теории в трехфазных сетях существенно усложняет расчет.

В работах Х. Акаги [5] предложена так называемая $p-q$ -теория мощности. Процедура вычисления составляющих мощности предусматривает преобразование трехфазной системы векторов (координаты $a-b-c$) в линейно-независимую двухфазную (система координат $\alpha-\beta-0$) – преобразование Кларка [8]:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где x_α , x_β , x_0 – функция в координатах $\alpha-\beta-0$; x_a , x_b , x_c – то же в координатах $a-b-c$.

В трехфазных трехпроводных сетях используют неподвижную в пространстве систему координат α - β . Векторы тока нагрузки и напряжения сети вращаются в этой системе координат с частотой сети ω и в любой момент времени могут быть представлены через свои проекции на оси α , β .

Векторы напряжения и тока:

$$\bar{u} = u_\alpha + u_\beta; \quad \bar{i} = i_\alpha + j i_\beta, \quad (6)$$

где u_α , u_β – проекция вектора напряжения на оси α , β ; i_α , i_β – то же вектора тока на оси α , β .

Полную мощность находили в результате перемножения комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока

$$\bar{s} = \bar{u}\bar{i}^*. \quad (7)$$

Подставив (6) в (7), имеем:

$$\bar{s} = \bar{u}\bar{i}^* = (u_\alpha + j u_\beta)(i_\alpha - j i_\beta) = (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) + j(u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta) = p + jq. \quad (8)$$

Соответственно мгновенная активная и реактивная мощности:

$$p = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta; \quad q = u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta. \quad (9)$$

Согласно теории, ток компенсации определяется переменной составляющей мгновенной активной и реактивной мощностей:

$$\begin{bmatrix} i_{F_a}^* \\ i_{F_b}^* \\ i_{F_c}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha & u_\beta \\ u_\beta & -u_\alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p - \bar{p} \\ q \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $i_{F_a}^*$, $i_{F_b}^*$, $i_{F_c}^*$ – токи, формируемые активным фильтром; u_α , u_β – проекция вектора напряжения на оси α , β ; p – мгновенная активная мощность; \bar{p} – постоянная составляющая мгновенной активной мощности.

Практически выделение постоянной составляющей активной мощности \bar{p} проводится фильтром низких частот с частотой среза ниже частоты сети, позволяет активному фильтру эффективно подавлять интергармоники тока нагрузки [9]. Таким образом, в рассматриваемом случае не выделяются как таковые составляющие мощности, обусловленные высшими гармониками и несимметрией системы векторов.

Метод симметричных составляющих [7] основан на представлении произвольной несимметричной трехфазной системы напряжений или токов в виде суммы трех симметричных систем – составляющих прямой (индекс 1), обратной (индекс 2) и нулевой (индекс 0) последовательностей. Векторное изображение несимметричной трехфазной системы токов приведено на рис. 2а. Представим каждый из токов в виде суммы трех величин:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{a1} + \bar{I}_{a2} + \bar{I}_{a0}; \quad \bar{I}_b = \bar{I}_{b1} + \bar{I}_{b2} + \bar{I}_{b0}; \quad \bar{I}_c = \bar{I}_{c1} + \bar{I}_{c2} + \bar{I}_{c0}. \quad (11)$$

Первая группа слагаемых \bar{I}_{a1} , \bar{I}_{b1} , \bar{I}_{c1} образует симметричную систему прямой последовательности, имеет одинаковые модули и фазовые сдвиги на 120° ($2\pi/3$) и прямой порядок следования фаз abc (рис. 2б), такой же как принят при анализе симметричных систем. Вторая группа слагаемых \bar{I}_{a2} , \bar{I}_{b2} , \bar{I}_{c2} образует симметричную систему обратной последовательности с порядком прохождения фаз acb (рис. 2в), что приводит к возникновению в машинах электромагнитных полей, вращающихся в противоположном направлении.

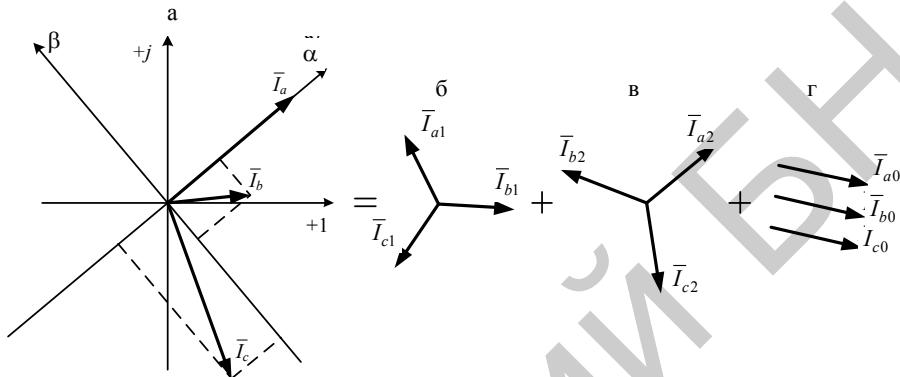


Рис. 2. Векторное представление метода симметричных составляющих

Наконец, система составляющих нулевой последовательности \bar{I}_{a0} , \bar{I}_{b0} , \bar{I}_{c0} включает три одинаковых вектора, совпадающих по фазе (рис. 2г). Для выражений отдельных составляющих используют сокращенную запись с помощью оператора $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$. Соответственно

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{a} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Применение оператора a позволяет записывать для составляющих:

- прямой последовательности:

$$\bar{I}_{b1} = \bar{I}_{a1} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \bar{I}_{a1} a^2; \quad \bar{I}_{c1} = \bar{I}_{a1} e^{j\frac{2\pi}{3}} = \bar{I}_{a1} a;$$

- обратной последовательности:

$$\bar{I}_{b2} = \bar{I}_{a2} e^{j\frac{2\pi}{3}} = \bar{I}_{a2} a; \quad \bar{I}_{c2} = \bar{I}_{a2} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \bar{I}_{a2} a^2;$$

- нулевой последовательности:

$$\bar{I}_{a0} = \bar{I}_{b0} = \bar{I}_{c0}.$$

Подстановкой этих связей в исходную систему для результирующих токов получим:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{a1} + \bar{I}_{a2} + \bar{I}_{a0}; \quad \bar{I}_b = \bar{I}_{a1} a^2 + \bar{I}_{a2} a + \bar{I}_{a0}; \quad \bar{I}_c = \bar{I}_{a1} a + \bar{I}_{a2} a^2 + \bar{I}_{a0},$$

или в матричном виде (преобразование Фортескью)

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_{a1} \\ \bar{I}_{a2} \\ \bar{I}_{a0} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

в котором симметричные составляющие фазы a (\bar{I}_{a1} , \bar{I}_{a2} , \bar{I}_{a0}) можно выразить через суммарные токи исходной несимметричной системы:

$$\bar{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + \bar{I}_b a + \bar{I}_c a^2); \quad \bar{I}_{a2} = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + \bar{I}_b a^2 + \bar{I}_c a); \quad \bar{I}_{a0} = \frac{1}{3}(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c). \quad (13)$$

Аналогичные соотношения имеют место для симметричных составляющих трехфазных систем напряжений. Разложение несимметричных систем позволяет свести задачу расчета мощности несимметричной трехфазной системы к анализу совокупности трех симметричных режимов для составляющих прямой, обратной и нулевой последовательностей. Используя метод симметричных составляющих и временные зависимости переменных величин в трехфазной системе напряжения, запишем симметричную систему [7]:

$$u_a = U_m \sin \theta; \quad u_b = U_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \quad u_c = U_m \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right),$$

где U_m – амплитудное значение напряжения; $\theta = \omega t$; ω – круговая частота питающего напряжения.

Полагая токи несимметричными и представляя их в виде суммы токов прямой, обратной и нулевой последовательностей, получим:

$$\begin{aligned} i_a &= I_{1m} \sin(\theta - \varphi_1) + I_{2m} \sin(\theta - \varphi_2) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0); \\ i_b &= I_{1m} \sin\left(\theta - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{2m} \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3}\right) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0); \\ i_c &= I_{1m} \sin\left(\theta - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) + I_{2m} \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0), \end{aligned}$$

где I_{1m} , I_{2m} , I_{0m} – амплитудное значение токов прямой, обратной и нулевой последовательностей; φ_1 , φ_2 , φ_0 – фазовый угол прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Определим мгновенные мощности фаз:

$$\begin{aligned} p_a &= U_m \sin \theta [I_{1m} \sin(\theta - \varphi_1) + I_{2m} \sin(\theta - \varphi_2) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0)]; \\ p_b &= U_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \left[I_{1m} \sin\left(\theta - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. + I_{2m} \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3}\right) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0) \right]; \end{aligned}$$

$$p_c = U_m \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \left[I_{1m} \sin\left(\theta - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) + I_{2m} \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + I_{0m} \sin(\theta - \varphi_0) \right].$$

Среднее значение мгновенной мощности – постоянная составляющая. Введем действующие значения напряжения и соответствующих токов последовательностей:

$$\begin{aligned} \bar{p}_a &= UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos \varphi_2 + UI_0 \cos \varphi_0; \\ \bar{p}_b &= UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos\left(\varphi_2 + \frac{2\pi}{3}\right) + UI_0 \cos\left(\varphi_0 - \frac{2\pi}{3}\right); \\ \bar{p}_c &= UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos\left(\varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + UI_0 \cos\left(\varphi_0 + \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

Активная мощность трехфазной системы \bar{p} равна сумме активных мощностей всех фаз

$$\bar{p} = 3UI_1 \cos \varphi_1.$$

Следовательно, в несимметричной трехфазной системе с симметричным питанием активная мощность переносится только активными составляющими токов прямой последовательности, которые и являются активными составляющими токов фаз. Мгновенная активная мощность p состоит из постоянной \bar{p} и переменной \tilde{p} составляющих. В рассматриваемом случае переменную составляющую мгновенной мощности можно представить в виде суммы трех слагаемых, обусловленных прямой \tilde{p}_1 , обратной \tilde{p}_2 и нулевой \tilde{p}_0 последовательностями составляющих токов:

$$\tilde{p} = p - \bar{p} = \tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 + \tilde{p}_0.$$

Прямая последовательность тока не создает пульсаций мгновенной мощности в трехфазной системе [7], поэтому $\tilde{p}_1 = 0$. Пульсация мгновенной мощности, обусловленная обратной последовательностью тока, равна

$$\begin{aligned} \tilde{p}_2 &= U_m I_{2m} \left[\sin \theta \sin(\theta - \varphi_2) + \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(\theta - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right] = UI_2 \left[\sin(2\theta - \varphi_2) + \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(2\theta - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(2\theta - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) \right] = 3UI_2 \sin(2\theta - \varphi_2). \end{aligned}$$

Переменная составляющая мгновенной мощности, обусловленная нулевой последовательностью тока, образует уравновешенную систему векторов

$$\begin{aligned}\tilde{p}_0 = & U_m I_{0m} \left[\sin \theta \sin(\theta - \varphi_0) + \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \sin(\theta - \varphi_0) + \right. \\ & \left. + \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \sin(\theta - \varphi_0) \right] = U I_2 \left[\sin(2\theta - \varphi_0) + \sin\left(2\theta - \varphi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. + \sin\left(2\theta - \varphi_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \right] = 0.\end{aligned}$$

Суммарная переменная составляющая мгновенной мощности имеет вид

$$\tilde{p} = 3U I_2 \sin(2\theta - \varphi_2).$$

В случае наличия высших гармоник данный подход не рационален, поэтому вычисления необходимо выполнять для каждой гармоники и находить среднее значение всех гармоник.

Достоинством методов, альтернативных методу Фортескью, в первую очередь является использование более простых матриц преобразований, но с сохранением возможности идентификации режима. Например, преобразование Кларка позволяет проводить измерения при изменении частоты сети, а также достаточно просто определять симметричные составляющие, сформированные высшими гармониками. Преобразование Кларка осуществляет переход из трехфазной в двухфазную систему координат (рис. 3) [8].

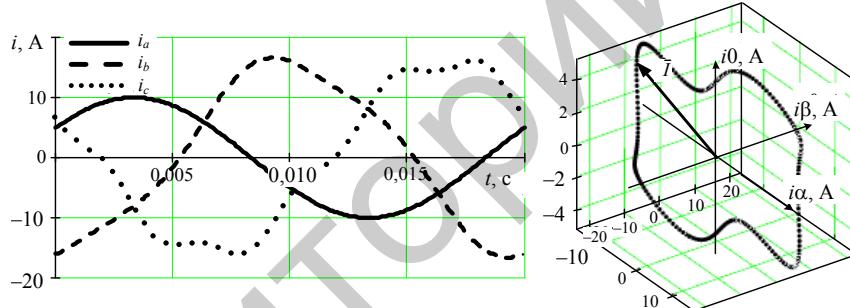


Рис. 3. Графическая интерпретация преобразования Кларка

Одним из преимуществ применения α - β -0-преобразования является то, что нулевая последовательность трехфазной трехпроводной системы (в такой системе – это α - β -преобразование) выделяется и в дальнейшем не учитывается. Это упрощает дальнейшие преобразования, уменьшая объем вычислений для обработки сигнала. Составляющие компоненты α и β не входят в нулевую последовательность. Три трехфазные координаты x_1 , x_2 и x_3 могут быть преобразованы в два вектора – прямой и обратной последовательностей, в комплексном виде называемые $\alpha\beta$ -системой [10, 11]:

$$\bar{x}_1 = x_{1\alpha} + jx_{1\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[x_1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} x_2 + e^{j\frac{4\pi}{3}} x_3 \right];$$

$$\bar{x}_2 = x_{2\alpha} + jx_{2\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[x_1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} x_2 + e^{j\frac{2\pi}{3}} x_3 \right],$$

где сумма трех фаз равна нулю при отсутствии нулевого провода в трехпроводной сети: $x_1 + x_2 + x_3 = 0$.

Гармоники в трехфазной системе преобразуются в аβ-систему с чередованием векторов в различных направлениях в зависимости от их номера [12]. Например, основная гармоника тока имеет чередование векторов против часовой стрелки, 5-я гармоника тока – по часовой стрелке, 7-я – опять против часовой стрелки. Гармоники с порядком $n = 3k$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) имеют нулевую последовательность. В аβ-системе этот гармонический вектор не вращается. В трехфазной трехпроводной системе без нулевого провода нулевая последовательность отсутствует. Гармоники с порядком $n = 6k + 1$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) составляют прямую последовательность. В аβ-системе данный вектор имеет чередование и вращается против часовой стрелки. В эту группу входят основная гармоника, 7-, 13- и 19-я. Гармоники с порядком $n = 6k - 1$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) составляют обратную последовательность. В аβ-системе данный вектор имеет чередование по часовой стрелке. В эту группу входят 5-, 11- и 17-я гармоники.

Для практической оценки взаимосвязи токов в а–β–0- и 1–2–0-системах измерения выполнена серия экспериментов. Полагали токи в трехфазной сети следующими:

$$i_a = I_{ma} \sin(\theta + \varphi_a); \quad i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right); \quad i_c = I_{mc} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \varphi_c\right), \quad (14)$$

где I_{ma} , I_{mb} , I_{mc} – амплитудное значение токов фаз a , b , c ($I_{ma} = I_{mb} = I_{mc} = 10$ А); φ_a , φ_b , φ_c – сдвиг фаз a , b , c ($\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = 30^\circ$ ($\pi/6$)).

Для условий, приведенных в табл. 1, реализованы одно- и двухфазная амплитудные несимметрии, однофазная фазовая несимметрия, а также несимметрии при наличии высших гармонических составляющих.

Таблица 1
Характер несимметрии, вводимой для реализации экспериментов

Обозначение	Условие
B	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right)$, $I_{mb} = 4\text{--}16$ А
BC	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right)$, $I_{mb} = 4\text{--}16$ А $i_c = I_{mc} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \varphi_c\right)$, $I_{mc} = 4\text{--}16$ А
φB	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - 2\frac{\pi}{3} + \varphi_b\right)$, $\varphi_b = \frac{\pi}{12}\dots\frac{\pi}{4}$
$B h3$	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right) + \frac{I_{mb}}{10} \sin\left(3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$, $I_{mb} = 4\text{--}16$ А
$BC h3$	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right) + \frac{I_{mb}}{10} \sin\left(3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$, $I_{mb} = 4\text{--}16$ А $i_c = I_{mc} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \varphi_c\right) + \frac{I_{mc}}{10} \sin\left(3\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$, $I_{mc} = 4\text{--}16$ А
$BC h3,5$	$i_b = I_{mb} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \varphi_b\right) + \frac{I_{mb}}{10} \sin\left(3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right)$, $I_{mb} = 4\text{--}16$ А $i_c = I_{mc} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \varphi_c\right) + \frac{I_{mc}}{10} \sin\left(5\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\right)$, $I_{mc} = 4\text{--}16$ А

В результате реализации указанных в табл. 1 комбинаций выполнены преобразования по формулам (5) и (13), а полученные эффективные значения токов представлены графически на рис. 4 в функции амплитуды тока несимметрии. Построенные линии не совпадают, однако их форма и характер подобны. Выполнен расчет коэффициента корреляции, значения которого для соответствующих пар приведены в табл. 2.

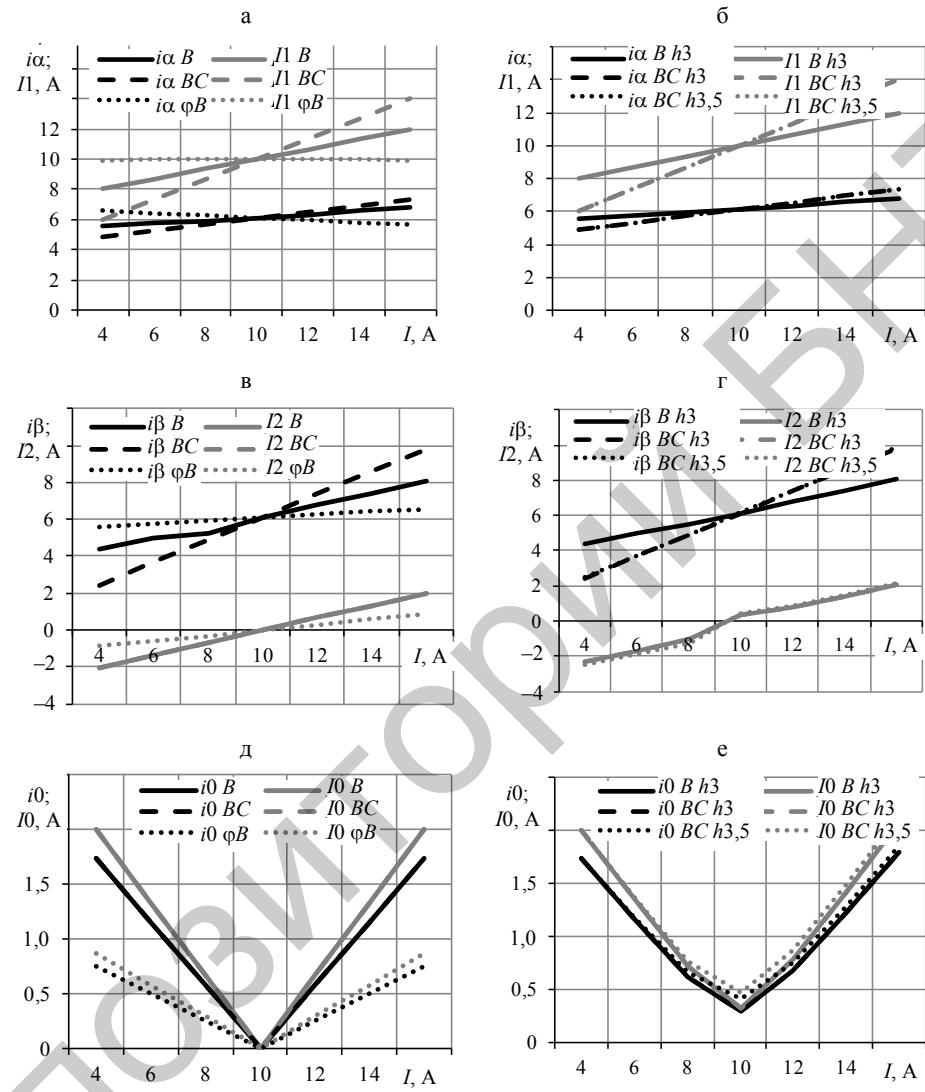


Рис. 4. Зависимость среднеквадратичных значений за период $\alpha-\beta-0$ координат и $1-2-0$ составляющих от действующих токов фаз и режимов сети

Таблица 2

Коэффициент корреляции среднеквадратических значений токов в системах $\alpha-\beta-0$ и $1-2-0$ для различных характеров несимметрии

Условие	B	BC	φB	$B h3$	$BC h3$	$BC h3,5$
$r_{i\alpha} I_1$	0,996	1,000	0,036	0,996	1,000	1,000
$r_{i\beta} I_2$	0,995	0,999	0,997	0,990	0,992	0,986
$r_{i0} I_0$	0,999	0,999	0,999	0,999	1,000	1,000

ВЫВОДЫ

1. Построение систем компенсации составляющих мощности электрической энергии должно сопровождаться условиями соответствия представлений о составляющих мощности с текущими условиями контроля и учета.
2. Подходы к компенсации на основании теории Фризе и p - q -теории связаны между собой способом представления составляющих тока и напряжения в виде проекций на оси координат, одна из которых совпадает с вектором напряжения сети, а другая ортогональна.
3. Рассмотрены преобразование Фортескью произвольной трехфазной системы векторов тока и их представление векторами тока прямой, обратной и нулевой последовательностей, что позволяет применить теорию Фризе для каждой из них, не согласуясь с преобразованием Кларка, используемым в p - q -теории.
4. При выполнении серии экспериментов получен высокий коэффициент корреляции по действующим значениям токов прямой, обратной и нулевой последовательностей с действующими значениями проекций тока α - β -0-координат соответственно, что подтверждает взаимную связь этих систем и возможность использования их при реализации устройств компенсации мощности несимметрии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурман, А. П. Управление потоками электроэнергии и повышение эффективности электроэнергетических систем: учеб. пособие / А. П. Бурман, Ю. К. Розанов, Ю. Г. Шакарян. – М.: Издательский дом МЭИ, 2012. – С. 56–152.
2. Современныe теории мощности и их использование в преобразовательных системах силовой электроники / И. Ф. Домнин [и др.] // Технічна електродинаміка.– Тематич. вип.: Проблеми сучасної електротехніки. – 2004. – Ч. 1. – С. 80–91.
3. Качество электрической энергии. Термины и определения: ГОСТ 23875–88. – Взамен ГОСТ 23875–79; введ. 01.07.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 15 с.
4. Fryze, S. Active, Reactive and Apparent Power in Circuits with Nonsinusoidal Voltage and Current / S. Fryze // Przeglad Elektrotechniczny. – 1931. – № 7. – P. 193–203; № 8. – P. 225–234; 1932. – № 22. – P. 673–676.
5. Akagi, H. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning / H. Akagi, E. H. Watanabe, M. Aredes. – New Jersey: John Wiley&Sons, Inc, 2007. – 379 p.
6. Гніліцький, В. В. Розрахунок компенсації реактивної потужності та симетрування навантаження у трипровідних мережах на основі теорії Фризе / В. В. Гніліцький, О. А. Поліщук // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – № 1–8 (55). – С. 38–41.
7. Чаплыгин, Е. Е. Теория мощности в силовой электронике: учеб. пособие для студ., обучающихся по специальности «Промышленная электроника» / Е. Е. Чаплыгин. – М.: МЭИ, 2006. – С. 19–23.
8. Clarke, E. Circuit Analysis of A-C Power Systems / E. Clarke. – New York: Wiley, 1943. – Vol. I. Symmetricaland Related Components.
9. Бялобржеский, О. В. Аналіз енергетичних процесів в трифазному силовому активному фільтрі з використанням спектрального моделювання / О. В. Бялобржеський, Р. В. Власенко // Електротехніка та електроенергетика. – 2014. – Вип. 1. – С. 12–18.
10. Bollen, M. Signal Processing of Power Quality Disturbances / M. Bollen, I. Gu. – New York: Wiley Interscience, 2006. – 861 p.
11. Sanjit K. Mitra. Digital Signal Processing. A Computer-Based Approach / Sanjit K. Mitra. – McGraw-Hill, 2000. – 879 p.
12. Ribeiro, E. M. Signal Processing Techniques for Power Quality Applications / Edited by Ribeiro. – M.: Hindawi Publishing Corporation, 2007. – 154 p.

R E F E R E N C E S

1. Burman, A. P., Rozanov, Yu. K., & Shakaryan, Yu. G. (2012) *Managing Electric Energy Flows and Increasing Efficiency of the Electric Power Systems: Educational aid*. Moscow: Publishing house of MEI [Moscow Power Engineering Institute], 56–152 (in Russian).
2. Domnin, I. F., Zhemerov, G. G., Krylov, D. S., & Sokol, E. I. (2004) Contemporary Theories of Power and Their Application in the Conversion Systems of Power Electronics. *Tekhnichna Elektrodinamika. Tem. Vipusk ‘Problemi Suchasnoї Elektrotekhniki’* [Technical Electrodynamics. Special Issue. Power Electronics and Energy Efficiency], 1, 80–91 (in Russian).
3. State Standard 23875–88. Electrical Power Quality. Terms and Definitions. Moscow, Standards Publishing, 1988. 15 p. (in Russian).
4. Fryze, S. (1931) Active, Reactive and Apparent Power in Circuits with Nonsinusoidal Voltage and Current. *Przegld Elektrotechniczny* [Electrical Review], 7, 193–203; 8, 225–234; 22, 673–676 (in Polish).
5. Akagi, H., Watanabe, E. H., & Aredes, M. (2007) *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. New Jersey, John Wiley&Sons, Inc. 389 p. Doi: 10.1002/0470118938.
6. Gilitskiy, V. V., & Polishchuk, A. A. (2012) Assessment of Reactive Power and Load Compensation in Three-Wire Mains Based on Fryze Theory. *Vostochno-Europeiskii Zhurnal Perekovykh Tekhnologii* [Eastern-European Journal of Advanced Technologies], 1–8 (55), 38–41 (in Russian).
7. Chaplygin, E. E. (2006) *Capacity Theory in Power Electronics: Educational Aid for Students with Major in Industrial Electronics*. Moscow: MEI [Moscow Power Engineering Institute], 19–23 (in Russian).
8. Clark, E. (1943) *Circuit Analysis of A-C Power Systems. Vol. I. Symmetrical and Related Components*. New York, Wiley.
9. Yalobrzhsky, O. V., & Vlasenko, R. V. (2014) Analysis of Energy Processes in Three-Phase Power Active Filter with Application of Spectral Simulation. *Elektrotehnika ta Elektroenergetika* [Electrotechnics and Electroenergetics], 1, 12–18 (in Ukrainian).
10. Bolle, M., & Gu, I. (2006) *Signal Processing of Power Quality Disturbances*. New York, Wiley Interscience. 861 p.
11. Sanjiti, K. Mitra. (2000) *Digital Signal Processing. A Computer-Based Approach*. McGraw-Hill. 879 p.
12. Ribiero, M. V., Szczupak, J., Iravani, M. R., Gu, I. Y. H., Dash, P. K., & Mamishev, A. V. (2007) Emerging Signal Processing Techniques for Power Quality Applications. *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 2007, Article Number 87425. Doi: 10.1155/2007/87425.

Представлена кафедрой
систем электропотребления
и энергетического менеджмента

Поступила 25.03.2015