



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный
технический университет**

**Кафедра «Сопротивление материалов
машиностроительного профиля»**

ИЗГИБ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

*Методическое пособие
по механике материалов*

**Минск
БНТУ
2015**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Сопротивление материалов
машиностроительного профиля»

ИЗГИБ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Методическое пособие
по механике материалов
для студентов технических специальностей
высших учебных заведений

Минск
БНТУ
2015

УДК 620.1 (075.4)

ББК 31.3я7

ИЗ5

А в т о р ы :

Ю. В. Василевич, Ж. Г. Дикан,

Е. В. Томило, А. М. Язневич

Р е ц е н з е н т ы :

А. П. Ласковнѳв, В. Г. Шепелевич

ИЗ5 **Изгиб** стержневых систем : методическое пособие по механике материалов для студентов технических специальностей высших учебных заведений / Ю. В. Василевич [и др.]. – Минск : БНТУ, 2015. – 31 с.
ISBN 978-985-550-294-5.

Методическое пособие предназначено для студентов технических специальностей высших учебных заведений для самостоятельного освоения учебного материала и отработки навыков решения задач на тему «Изгиб статически определимых стержней» по дисциплине «Механика материалов» («Сопротивление материалов»). В пособии приведены методические аспекты расчета статически определимых стержневых систем различного конструктивного исполнения и содержится необходимая информация для самостоятельного изучения данной темы курса.

Методическое пособие будет полезно студентам при подготовке к практическим занятиям по теме «Статически определимые системы, подверженные изгибу», а также может способствовать качественному выполнению студентами различных форм обучения расчетно-графических и контрольных работ.

УДК 620.1 (075.4)

ББК 31.3я7

ISBN 978-985-550-294-5

© Белорусский национальный
технический университет, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Деформация изгиба призматического стержня с прямой осью происходит, если к нему в плоскостях, проходящих через ось стержня, будут приложены пары сил или силы, перпендикулярные к его оси. Стержень, работающий на изгиб, обычно называют балкой. Опыт показывает, что при указанном действии сил ось балки искривляется и балка изгибается.

Балки являются наиболее часто встречающимися элементами сооружений и машин, принимающими давления от других элементов конструкции и передающими их тем частям, которые поддерживают балку. Следовательно, на балку действуют приложенные силы и реакции опор. Например, вагонная ось представляет собой балку, опирающуюся на колеса и нагруженную давлением букс; балки, входящие в состав крыла самолета, изгибаются давлением воздуха.

Для определения неизвестных реакций необходимо использовать уравнения статики, выражающие условие, что балка в целом при действии всех сил и реакций, приложенных к ней, находится в равновесии. Поскольку эти силы лежат в одной плоскости, то уравнений равновесия для них можно написать три. Задача определения реакций из условий статики разрешима при наличии трех неизвестных реакций. Балки с устройством опор, дающим три реакции, являются статически определимыми. К статически определимым балкам относятся многопролетные (многоопорные) балки с промежуточными шарнирами. Такие балки могут быть расчленены на основные статически определимые балки и подвесные, опирающиеся на первые через шарнир. Другие балки относятся к категории статически неопределимых, расчет которых осуществляется по специально разработанным методам.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ ТЕОРИИ ИЗГИБА СТЕРЖНЕЙ

Стержень, работающий на изгиб, называется *балкой* (или брусом). В дальнейшем будем рассматривать прямолинейные балки, поперечное сечение которых имеет хотя бы одну ось симметрии. В сопротивлении материалов различают изгиб плоский, косой и сложный (рис. 1.1).

При *плоском изгибе* все усилия, изгибающие балку, лежат в одной из плоскостей симметрии балки (в одной из главных плоскостей).

Главными плоскостями инерции балки называют плоскости, проходящие через главные оси поперечных сечений и геометрическую ось балки (ось x).

При *косом изгибе* нагрузки действуют в одной плоскости, не совпадающей с главными плоскостями инерции.

При *сложном изгибе* нагрузки действуют в различных (произвольных) плоскостях.

Далее будем рассматривать плоский изгиб, то есть все силы будем прилагать в плоскости симметрии балки.

Плоский изгиб можно подразделить на чистый и поперечный.

Чистый изгиб – плоский изгиб, при котором в сечениях стержня из шести внутренних усилий возникает только одно – изгибающий момент.

При *поперечном изгибе* в сечениях стержня кроме внутреннего изгибающего момента возникает и поперечная сила.

При определении внутренних усилий следует придерживаться следующего правила знаков (рис. 1.2, табл. 1.1):

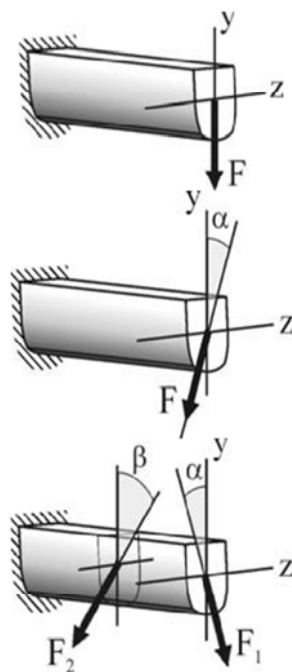


Рис. 1.1

1) поперечная сила Q_y считается положительной, если она стремится повернуть рассматриваемый элемент балки по часовой стрелке;

2) изгибающий момент M_z считается положительным, если при изгибе элемента балки верхние волокна элемента оказываются сжатыми, а нижние – растянутыми (правило зонты).

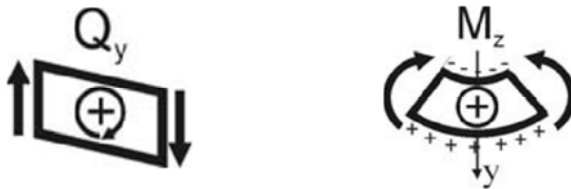


Рис. 1.1

Таблица 1.1

Правило знаков для определения поперечной силы Q и изгибающего момента M при изгибе балки		
Правило знаков	Q	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> Q \oplus </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div>
	M	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> M \oplus </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div>

Дифференциальные зависимости при изгибе

Установим некоторые взаимосвязи между внутренними усилиями и внешними нагрузками при изгибе, а также характерные особенности эпюр Q и M , знание которых облегчит построение эпюр и позволит контролировать их правильность. Для удобства записи будем обозначать $M = M_z$ и $Q = Q_y$.

На участке балки с произвольной нагрузкой в месте, где нет сосредоточенных сил и моментов, выделим малый элемент dx (рис. 1.3).

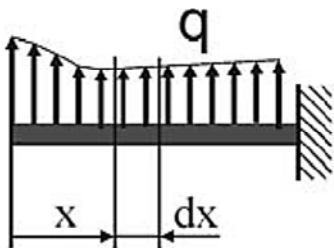


Рис. 1.2

Так как вся балка находится в равновесии, то и элемент dx будет находиться в равновесии под действием приложенных к нему поперечных сил, изгибающих моментов и внешней нагрузки.

Поскольку Q и M в общем случае меняются вдоль оси балки, то в сечениях элемента dx будут возникать поперечные силы Q и $Q + dQ$, а также изгибающие моменты M и $M + dM$ (рис. 1.4).

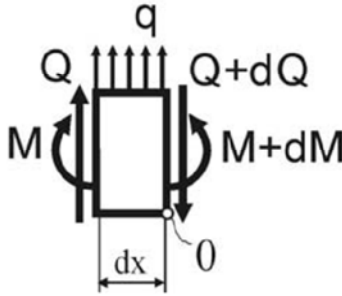


Рис. 1.3

Из условия равновесия выделенного элемента получим

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q + qdx - (Q + dQ) = 0;$$

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow M + Qdx + qdx \frac{dx}{2} - (M + dM) = 0.$$

Первое из двух записанных уравнений дает условие

$$q = \frac{dQ}{dx}. \quad (1.1)$$

Из второго уравнения, пренебрегая слагаемым $qdx(dx/2)$, как бесконечно малой величиной второго порядка, найдем

$$Q = \frac{dM}{dx}. \quad (1.2)$$

Рассматривая выражения (1.1) и (1.2) совместно, получаем

$$q = \frac{d^2M}{dx^2}. \quad (1.3)$$

Соотношения (1.1), (1.2) и (1.3) называют *дифференциальными зависимостями Д. И. Журавского при изгибе*.

Анализ приведенных выше дифференциальных зависимостей при изгибе позволяет установить некоторые особенности (правила) построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил:

рис. 1.5, *a* – на участках, где нет распределенной нагрузки q , эпюры Q ограничены прямыми, параллельными базе, а эпюры M – наклонными прямыми;

рис. 1.5, *б* – на участках, где к балке приложена распределенная нагрузка q , эпюры Q ограничены наклонными прямыми, а эпюры M – квадратичными параболой. При этом если эпюру M строим на растянутом волокне, то выпуклость параболы будет направлена по направлению действия q , а экстремум будет расположен в сечении, где эпюра Q пересекает базовую линию;

рис. 1.5, *в* – в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенная сила, на эпюре Q будут скачки на величину и в направлении данной силы, а на эпюре M – перегибы, острием направленные в направлении действия этой силы;

рис. 1.5, *г* – в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенный момент, на эпюре Q изменений не будет, а на эпюре M будут скачки на величину этого момента.

На участках, где $Q > 0$, момент M возрастает, а на участках, где $Q < 0$, момент M убывает.

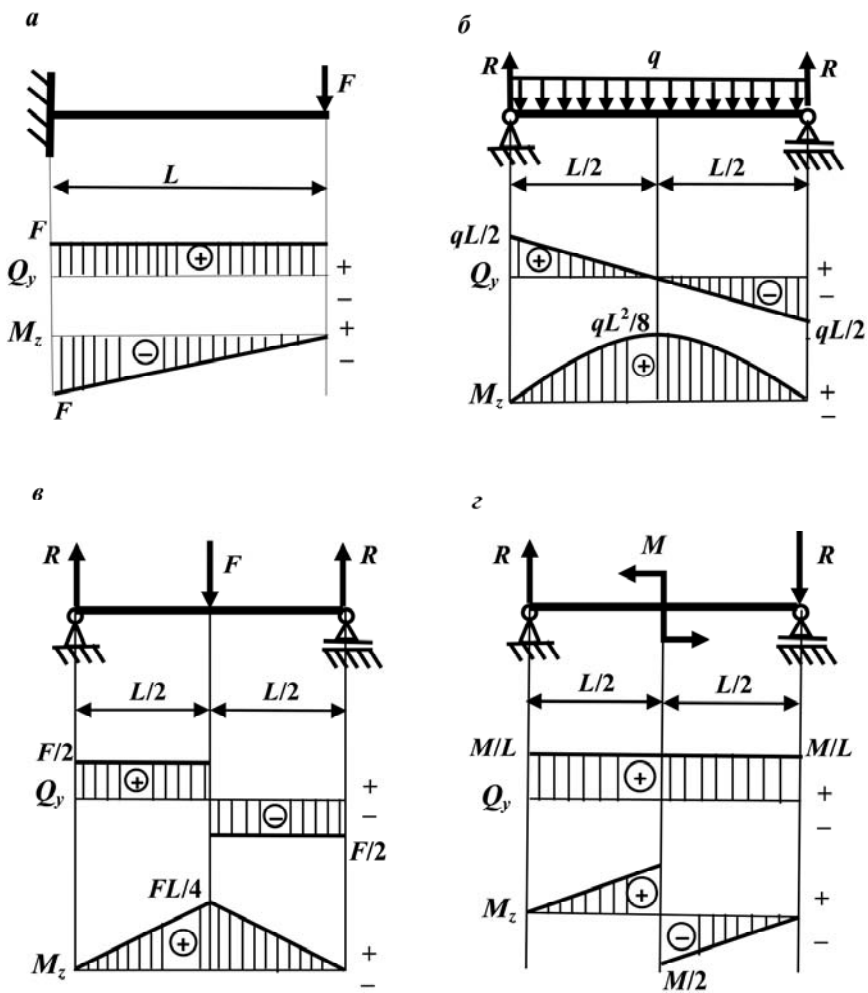


Рис. 1.5

2. НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОГО БРУСА

Рассмотрим случай чистого плоского изгиба балки и выведем формулу для определения нормальных напряжений для данного случая (рис. 2.1). Отметим, что в теории упругости можно получить точную зависимость для нормальных напряжений при чистом изгибе. Если же решать эту задачу методами сопротивления материалов, необходимо ввести некоторые допущения.

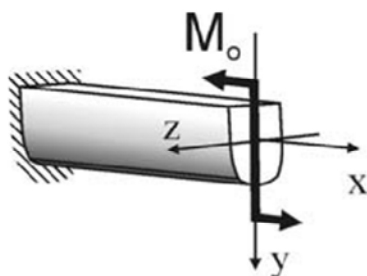


Рис. 2.1

Таких гипотез при изгибе три (рис. 2.2, а–в):

1) *гипотеза плоских сечений* (гипотеза Бернулли) – сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации, а лишь поворачиваются относительно некоторой линии, которая называется *нейтральной осью сечения* балки. При этом волокна балки, лежащие с одной стороны от нейтральной оси, будут растягиваться, а с другой – сжиматься; волокна, лежащие на нейтральной оси своей длины не изменяют, рис. 2.2, а;

2) *гипотеза о постоянстве нормальных напряжений* – напряжения, действующие на одинаковом расстоянии y от нейтральной оси, постоянны по ширине бруса, рис. 2.2, б;

3) *гипотеза об отсутствии боковых давлений* – соседние продольные волокна не давят друг на друга.

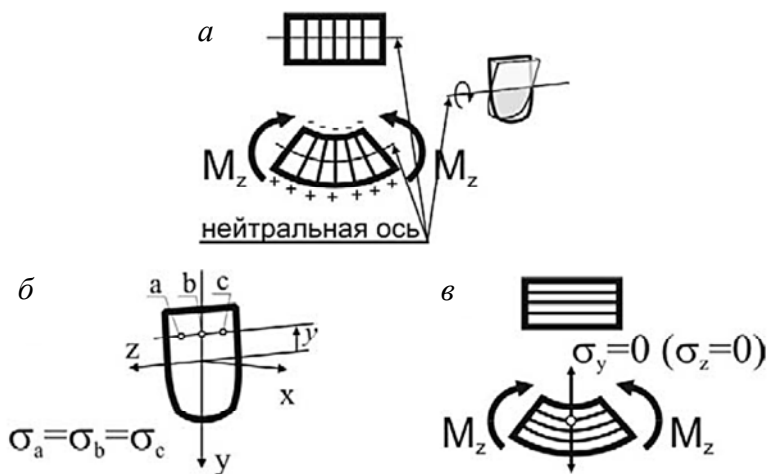


Рис. 2.2

2.1. Статическая сторона задачи

Чтобы определить напряжения в поперечных сечениях балки, рассмотрим статическую сторону задачи. Применяя метод мысленных сечений и составляя уравнения равновесия для отсеченной части балки, найдем внутренние усилия при изгибе.

Как было показано ранее, единственным внутренним усилием, действующим в сечении бруса при чистом изгибе, является внутренний изгибающий момент, а значит, здесь возникнут связанные с ним нормальные напряжения (рис. 2.3).

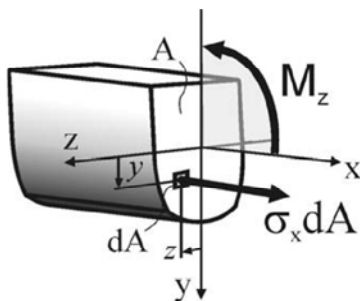


Рис. 2.3

Связь между внутренними усилиями и нормальными напряжениями в сечении балки найдем из рассмотрения напряжений на элементарной площадке dA , выделенной в поперечном сечении A балки в точке с координатами y и z (ось y для удобства анализа направлена вниз):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow N = 0 \Rightarrow \int_A \sigma_x dA = 0; \\ \sum M_y = 0 \Rightarrow M_y = 0 \Rightarrow \int_A \sigma_x z dA = 0; \\ \sum M_z = 0 \Rightarrow M_z = M_0 \Rightarrow \int_A \sigma_x y dA = M_0. \end{array} \right.$$

Как видим, задача является внутренне статически неопределимой, так как неизвестен характер распределения нормальных напряжений по сечению. Для решения задачи рассмотрим геометрическую картину деформаций.

2.2. Геометрическая сторона задачи

Рассмотрим деформацию элемента балки длиной dx , выделенного из изгибаемого стержня в произвольной точке с координатой x . С учетом принятой ранее гипотезы плоских сечений после изгиба сечения балки повернутся относительно нейтральной оси (н.о.) на угол $d\varphi$, при этом волокно ab , отстоящее от нейтральной оси на расстояние y , превратится в дугу окружности a_1b_1 , а его длина изменится на некоторую величину. Здесь напомним, что длина волокон, лежащих на нейтральной оси, не изменяется, а потому дуга a_0b_0 (радиус кривизны которой обозначим ρ) имеет ту же длину, что и отрезок a_0b_0 до деформации: $a_0b_0 = dx$ (рис. 2.4).

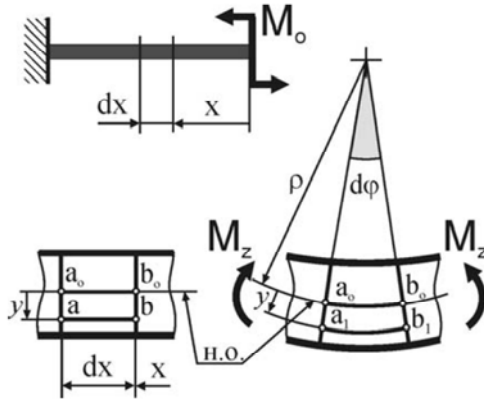


Рис. 2.4

Найдем относительную линейную деформацию ε_x волокна ab изогнутой балки:

$$\varepsilon_x = \frac{a_1 b_1 - a_0 b_0}{a_0 b_0} = \frac{(\rho + y) d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} \Rightarrow \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_x = \frac{y}{\rho}.$$

2.3. Физическая сторона задачи

Учитывая, что в соответствии с гипотезой об отсутствии боковых давлений $\sigma_y = \sigma_z = 0$, закон Гука для изгиба запишем в виде

$$\sigma_x = E \varepsilon_x. \quad (2.2)$$

2.4. Математическая сторона задачи

Из формулы (2.2) с учетом (2.1), получим закон распределения нормальных напряжений по сечению балки:

$$\sigma_x = E \cdot \frac{y}{\rho}. \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в каждое из уравнений системы, имеем следующие соотношения:

$$N = \int_A \sigma_x dA = 0 \Rightarrow \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0 \Rightarrow S_z = 0;$$

$$M_y = \int_A \sigma_x z dA = 0 \Rightarrow \frac{E}{\rho} \int_A yz dA = 0 \Rightarrow J_{yz} = 0;$$

$$M_z = \int_A \sigma_x y dA = M_0 \Rightarrow \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = M_z \Rightarrow \frac{E}{\rho} J_z = M_z.$$

Из анализа первого и второго полученных выражений следует, что оси y и z являются главными центральными осями сечения, а нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения.

Из последнего равенства получим формулу для определения *кривизны бруса* ($1/\rho$) при изгибе

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_z},$$

подставляя которую в выражение (2.3), получим формулу определения *нормальных напряжений при изгибе*:

$$\sigma_x = \frac{M_z y}{J_z}.$$

Из анализа полученного уравнения следует, что нормальные напряжения при изгибе равны нулю в точках, лежащих на нейтральной оси, и достигают экстремальных значений на поверхности балки при $y = |y|_{\max}$.

Максимальные нормальные напряжения при изгибе (рис. 2.5) находят по формуле

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z| |y|_{\max}}{J_z} = \frac{|M_z|}{W_z},$$

где W_z – осевой момент сопротивления:

$$W_z = \frac{J_z}{|y|_{\max}}.$$

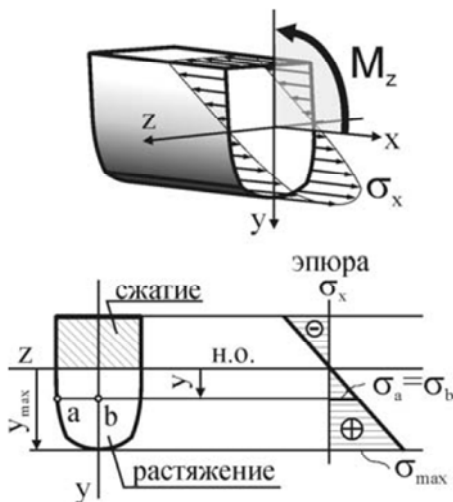


Рис. 2.5

Таким образом, в случае изгиба *условие прочности по нормальным напряжениям* может быть записано в следующем виде (для материала балки, одинаково сопротивляющегося растяжению-сжатию):

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_z|}{W_z} \leq [\sigma].$$

3. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОГО БРУСА

При плоском поперечном изгибе, когда в сечениях балки действуют и изгибающий момент M , и поперечная сила Q (рис. 3.1), возникают не только нормальные σ , но и касательные напряжения τ .

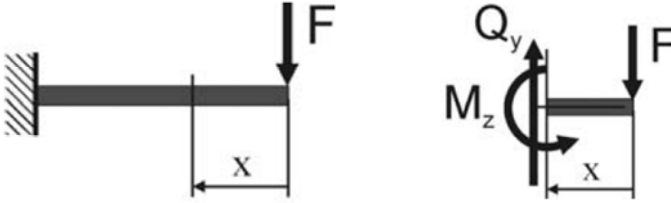


Рис. 3.1

Нормальные напряжения при поперечном изгибе рассчитываются по тем же формулам, что и при чистом изгибе:

$$\sigma_x = \frac{M_z y}{J_z};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z}.$$

Далее получим зависимости для определения касательных напряжений τ в случае поперечного изгиба балки.

При выводе формулы примем некоторые гипотезы, которые сделают данную задачу статически определимой:

- 1) касательные напряжения, действующие на одинаковом расстоянии y от нейтральной оси, постоянны по ширине бруса;
- 2) касательные напряжения всюду параллельны силе Q .

Рассмотрим консольную балку, находящуюся в условиях поперечного изгиба под действием силы F . Построим эпюры внутренних усилий Q_y и M_z (рис. 3.2).

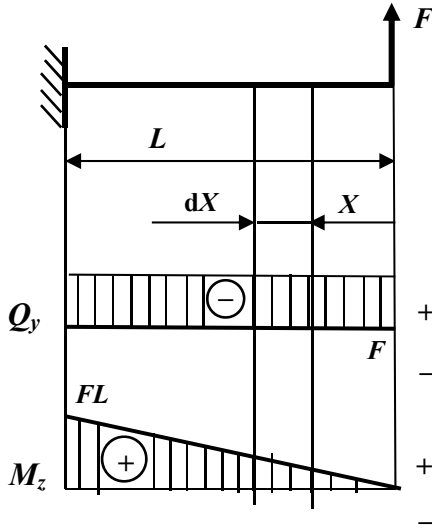


Рис. 3.2

На расстоянии x от свободного конца балки выделим элементарный участок балки $abcd$ длиной dx и шириной, равной ширине балки b (рис. 3.3). Покажем внутренние усилия, действующие по граням элемента: на грани cd возникают поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_z , а на грани ab – также поперечная сила Q_y и изгибающий момент $M_z + dM$ (так как Q_y остается постоянной по длине балки, а момент M_z изменяется, см. эпюру).

На расстоянии y от нейтральной оси отсечем часть элемента $abcd$, покажем напряжения, действующие по граням полученного элемента $mbscn$, и рассмотрим его равновесие. На гранях, являющихся частью наружной поверхности балки, нет напряжений. На боковых гранях элемента от действия изгибающего момента M_z возникают нормальные напряжения σ^* и σ^{**} , причем

$$\sigma^* = \frac{M_z y}{J_z};$$

$$\sigma^{**} = \frac{(M_z + dM) y}{J_z}.$$

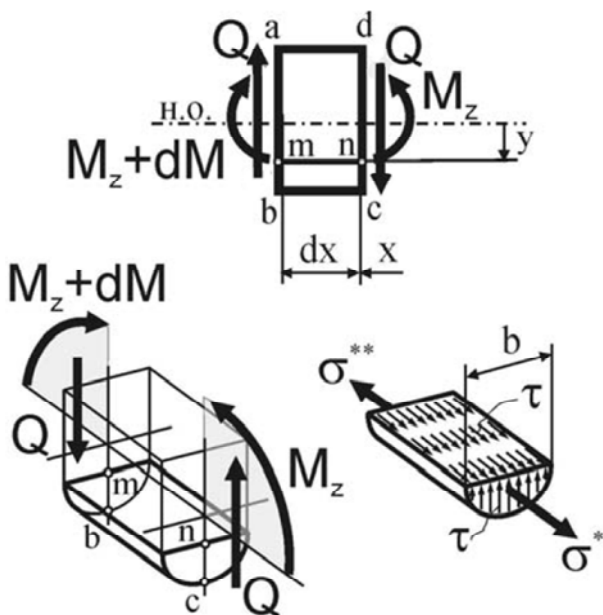


Рис. 3.3

Кроме того, на этих гранях от действия поперечной силы Q_y возникают касательные напряжения τ , такие же напряжения возникают по закону парности касательных напряжений и на верхней грани элемента.

Составим уравнение равновесия элемента $mbcn$, проецируя равнодействующие рассмотренных напряжений на ось x :

$$\int_A \sigma^* dA - \int_A \sigma^{**} dA + \tau b dx = 0;$$

$$\int_A \frac{M_z y}{J_z} dA - \int_A \frac{M_z y}{J_z} dA - \int_A \frac{dM y}{J_z} dA + \tau b dx = 0;$$

$$\tau b dx - \frac{dM}{J_z} \int_A y dA = 0.$$

Выражение, стоящее под знаком интеграла, представляет собой ничто иное, как статический момент боковой грани элемента $mbsn$ относительно оси z , поэтому можем записать

$$\tau = \frac{S'_z dM}{b J_z dx}.$$

Учитывая, что согласно дифференциальным зависимостям Журавского Д. И. при изгибе

$$Q = \frac{dM}{dx},$$

выражение для *касательных напряжений при поперечном изгибе* τ можем переписать следующим образом (*формула Журавского*):

$$\tau = \frac{Q_y S'_z}{b J_z}.$$

Здесь $Q = Q_y$ – поперечная сила в рассматриваемом сечении;
 S'_z – статический момент относительно оси z части сечения, расположенной выше (или ниже) того волокна, где определяется касательное напряжение τ ;

b – ширина сечения в том месте, где определяются касательные напряжения;

J_z – осевой момент инерции сечения относительно оси z .

3.1. Полная проверка прочности. Опасные сечения и опасные точки

Для проверки на прочность при изгибе по действующим на балку внешним нагрузкам строят эпюры изменения внутренних усилий (M_z , Q_z) по ее длине и определяют опасные сечения балки, для каждого из которых необходимо провести проверку прочности.

При полной проверке прочности таких сечений будет, как минимум, три (иногда они совпадают):

1) сечение, в котором изгибающий момент M_z достигает своего максимального по модулю значения (именно по этому сечению подбирают сечение всей балки);

2) сечение, в котором поперечная сила Q_z достигает своего максимального по модулю значения;

3) сечение, в котором и изгибающий момент M_z , и поперечная сила Q_z достигают по модулю достаточно больших величин.

В каждом из опасных сечений, построив эпюры нормальных и касательных напряжений, необходимо найти опасные точки сечения (проверка прочности проводится для каждой из них), которых также будет, как минимум, три:

1) точка, в которой нормальные напряжения σ_x достигают своего максимального значения, то есть точка на наружной поверхности балки, наиболее удаленная от нейтральной оси сечения;

2) точка, в которой касательные напряжения τ_{xy} достигают своего максимального значения, то есть точка, лежащая на нейтральной оси сечения;

3) точка, в которой и нормальные напряжения σ_x , и касательные напряжения τ_{xy} достигают достаточно больших вели-

чин (эта проверка имеет смысл для сечений типа тавра или двутавра, где ширина резко изменяет свое значение).

3.2. Общий ход определения усилий и построения эпюр (табл. 3.1)

1. Определить опорные реакции (для консольной балки реакции в заделке можно и не находить, если рассматривать балку со свободного конца).

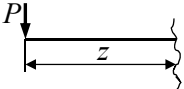
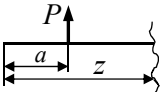
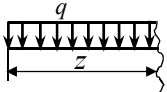
2. Наметить характерные сечения балки, принимая за границы участков сечения приложения сил, сечения изменения формы или размеров балки, сечения и закрепления балки, поперечное сечение границы разных материалов.

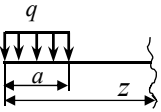
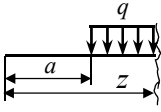
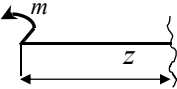
3. Определить внутренние усилия в сечениях балки – поперечную силу и изгибающий момент, рассматривая условия равновесия элементов балки на каждом из участков.

4. По найденным значениям поперечной силы и изгибающих моментов построить эпюры.

Таблица 3.1

Определение Q и M в сечениях балки

	$Q = -P$ $M = -Pz$
	$Q = P$ $M = P(z - a)$
	$Q = -qz$ $M = -qz \frac{z}{2} = q \frac{z^2}{2}$

	$Q = -qa$ $M = -qa \left(z - \frac{a}{2} \right)$
	$Q = -q(z - a)$ $M = -q(z - a) \frac{(z - a)}{2} = -q \frac{(z - a)^2}{2}$
	$Q = 0$ $M = -m$

4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ БАЛОК, ПОДВЕРГАЮЩИХСЯ ЧИСТОМУ И ПОПЕРЕЧНОМУ ИЗГИБАМ

Исходя из формулы

$$\sigma = My / I,$$

по которой вычисляется нормальное напряжение при изгибе балки в любой точке ее сечения, можно сделать следующие выводы, которые составляют основу выбора рациональной формы сечения балок при изгибе.

Нормальные напряжения в сечении распределяются неравномерно. Материал, расположенный в области нейтрального слоя по сравнению со слоями, находящимися на достаточном удалении от нейтрального слоя, нагружен мало. Следовательно, для снижения веса деталей, испытывающих изгиб, следует выбирать такие формы сечения, чтобы основная часть материала была удалена от нейтральной линии. Наиболее приемле-

мым с теоретической точки зрения является сечение, состоящее из узких прямоугольных полочек, расположенных на одинаково удаленном расстоянии от нейтральной оси (рис. 4.1).

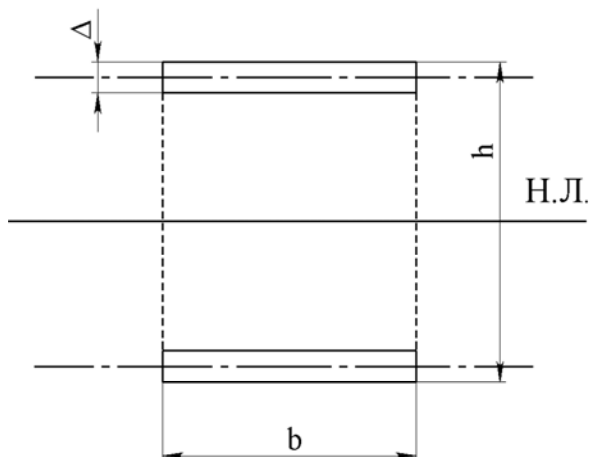


Рис. 4.1

На практике эта идея реализована в конструкциях, предусматривающих соединение упомянутых полочек, например, в виде двутаврового сечения, изображенного на рис. 4.2.

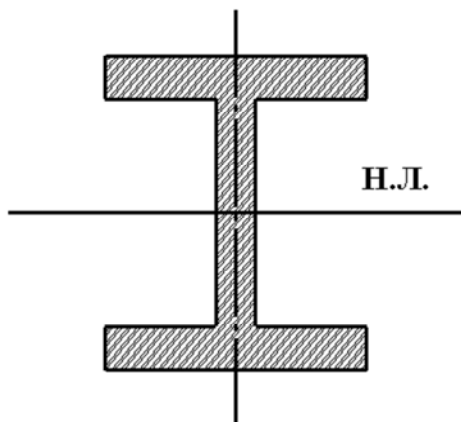


Рис. 4.2

В случае симметрии сечения относительно горизонтальной оси z при $y = \pm h/2$ абсолютное значение напряжения

$$\sigma = \frac{M0,5h}{I} = \frac{M}{W},$$

где $W = \frac{I}{h/2}$ – осевой момент сопротивления сечения балки (размерность – ед. длины в кубе).

Следовательно, безопасный изгибающий момент, действующий на балку, пропорционален W .

Поскольку максимальное напряжение σ_{\max} ограничивается величиной предельного допускаемого напряжения $[\sigma]$ в сечении, то значение допускаемого момента вычисляется по формуле

$$[M] = \sigma_{\max} W = [\sigma] W.$$

Расход материала пропорционален площади сечения A , поэтому если взять отношение геометрических характеристик W/A , то оно будет являться критерием качества профиля при изгибе балок. Чем больше отношение W/A , тем меньше материала будет востребовано для изготовления стержня.

Воспользовавшись критерием качества профиля и обратив внимание на часть материала, расположенного вблизи нейтральной линии, можно сделать вывод, что кольцевое сечение, изображенное на рис. 4.3, будет рациональным по сравнению с круглым.

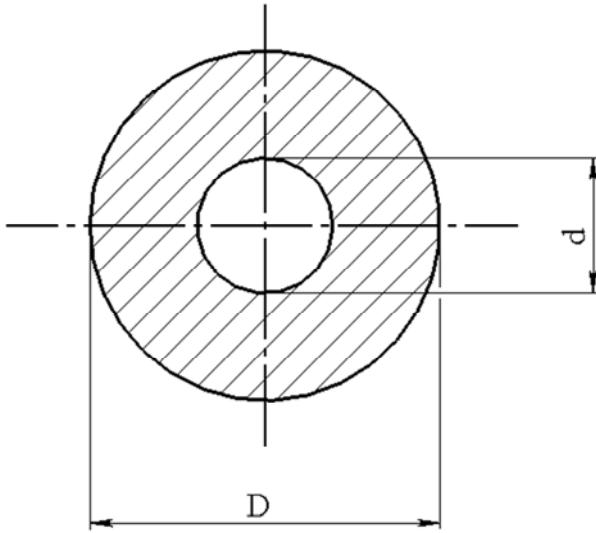


Рис. 4.3

При действии вертикальной нагрузки на балку расположенные двутавра и прямоугольника, представленное на рис. 4.4, является более выгодным, чем расположение этих же сечений по рис. 4.5.

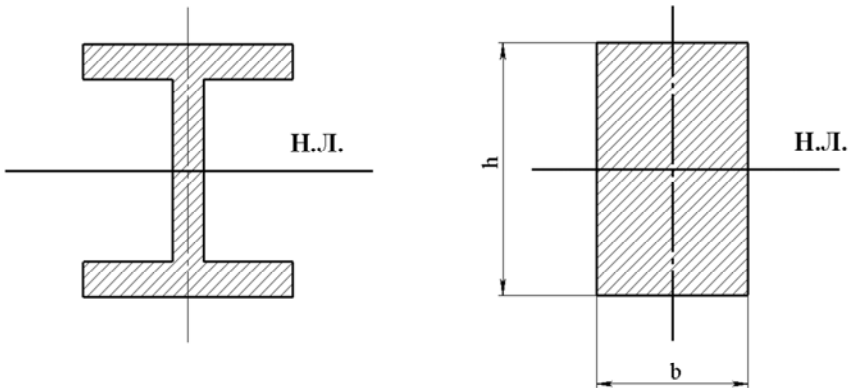


Рис. 4.4

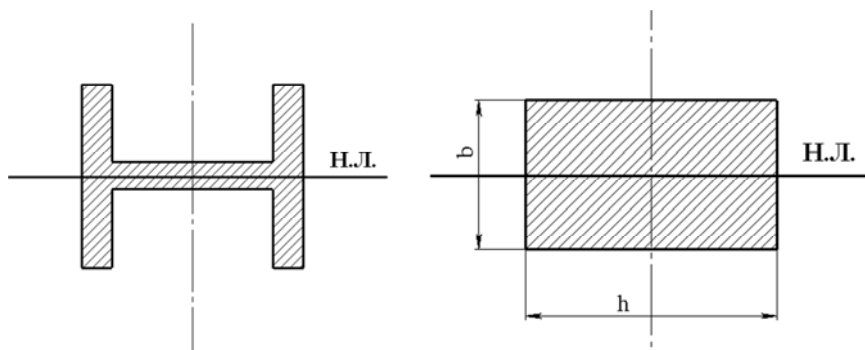


Рис. 4.5

Все приведенные формулы и рассуждения справедливы для чистого изгиба прямого стержня. При действии поперечной силы гипотезы, принятые для чистого изгиба, не выполняются, поскольку поперечные сечения при деформации балки не остаются плоскими, а искажаются (продольные волокна в этом случае взаимодействуют друг с другом, дают друг на друга; при этом возникает не линейное, а плоское напряженное состояние). Исходя из практики расчетов, принято, что и при поперечном изгибе балок и рам, когда в сечениях кроме изгибающего момента M действуют продольная сила N и поперечная Q , можно пользоваться формулами, полученными для чистого изгиба; погрешность получается незначительной [1].

Приведенные выводы справедливы для любой балки, работающей на плоский изгиб и изготовленной из пластичного материала, поскольку характер нагрузки и схема балки влияют только на величину расчетного изгибающего момента.

Для балок из хрупкого материала полученные рекомендации теряют силу, так как у него допускаемое напряжение на растяжение $[\sigma_+]$ значительно меньше допускаемого напряжения на сжатие $[\sigma_-]$. В этом случае нецелесообразно применять сечения, нейтральная линия которых является осью симметрии сечения, и, следовательно, максимальные напряжения в рас-

тянутой и сжатой зонах одинаковы. Рационально такое сечение, у которого σ_{\max} в растянутой зоне значительно меньше σ_{\max} в сжатой зоне. Достичь этого положения можно, выбирая такую форму сечения, у которой нейтральная линия была бы сдвинута в сторону растянутой зоны. В качестве примера можно привести тавровое сечение с соответствующей эпюрой для нормального напряжения (рис. 4.6).

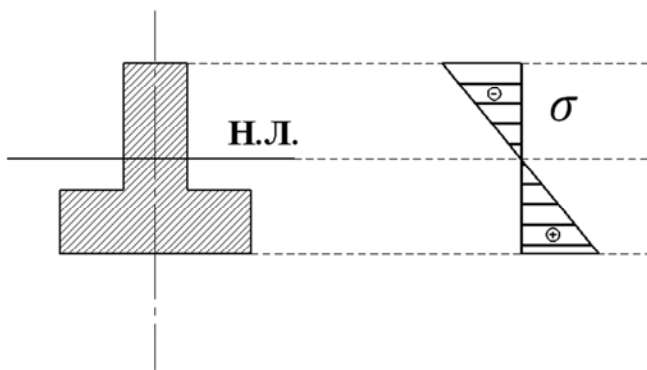


Рис. 4.6

Здесь были изложены вопросы, касающиеся рациональной формы сечения балки. Если вести исследования рациональности балки в целом, то необходимо учитывать, что M и Q неодинаковы в различных сечениях. Поэтому размеры, подобранные по опасному сечению, окажутся излишне большими для других сечений балки. В целях экономии веса и материала следует исследовать балки переменного сечения [1, 2].

Контрольные вопросы

1. Какие виды изгиба существуют для балок?
2. Изменяется ли величина изгибающего момента на участке с чистым изгибом?
3. Считается ли изгибающий момент положительным, если выделенный элемент балки изгибается выпуклостью вниз?
4. Какой знак имеет поперечная сила, при изгибе стремящаяся повернуть выделенный элемент против часовой стрелки?
5. Сформулируйте дифференциальные зависимости между внутренними силовыми факторами и внешними нагрузками при изгибе балок.
6. Как изменится знак в дифференциальных зависимостях при изгибе балок, если равномерно распределённая нагрузка будет направлена сверху вниз?
7. Из какого условия получены дифференциальные зависимости между силовыми факторами при изгибе балок?
8. Какие правила следует применять при проверке правильности построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил?
9. Какие гипотезы положены в основу теории чистого плоского изгиба балок?
10. Сформулируйте гипотезу Бернулли (гипотезу плоских сечений). К какому виду деформаций балок она применима?
11. Что такое нейтральный слой, нейтральная ось при изгибе балок?
12. В чем состоит суть метода сечений?
13. Изменяется ли длина волокон, лежащих на нейтральном слое и нейтральной оси?
14. По какой формуле рассчитывается кривизна бруса при изгибе?
15. Сформулируйте закон распределения нормальных напряжений по сечению балки при изгибе.
16. Чему равны нормальные напряжения при изгибе балки на нейтральной оси? В каких точках балки нормальные напряжения при изгибе достигают экстремальных значений?

17. В каких единицах измеряются осевой момент и осевой момент сопротивления поперечного сечения?

18. Запишите условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе балки, одинаково сопротивляющейся растяжению-сжатию.

19. Приемлема ли гипотеза Бернулли при поперечном изгибе бруса?

20. Какие внутренние силовые факторы и напряжения возникают при поперечном изгибе бруса? Как при этом рассчитываются нормальные напряжения?

21. Перечислите гипотезы при выводе формулы для расчёта касательных напряжений в случае поперечного изгиба балки.

22. Сформулируйте закон парности касательных напряжений. Какое условие положено в основу вывода упомянутого закона?

23. Сформулируйте закон определения касательных напряжений при изгибе балок (закон Журавского Д. И.).

24. Дайте характеристику всем величинам, входящим в закон Журавского Д. И. определения касательных напряжений.

25. Какое сечение балки называется опасным?

26. Перечислите три типа опасных точек поперечного сечения балок при изгибе.

27. Какие сечения изгибаемой балки подлежат полной проверке прочности?

28. Какова особенность проверки прочности при изгибе тавровых или двутавровых балок?

29. Что лежит в основе характерных сечений балки, принимаемых за границы участков?

30. Назовите методические аспекты определения усилий и построения эпюр при изгибе балок.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко, В. А. Агарёв, А. Л. Квитка. – Киев : Вища школа, 1986. – С. 458–461.
2. Беляев, Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев. – М. : Наука, 1976. – 608 с.
3. Тимошенко, С. П. Сопротивление материалов : в 2 т. / С. П. Тимошенко. – М. : Гостехиздат, 1943. – Т. 1. – 345 с.
4. Александров, А. В. Сопротивление материалов : учеб. для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин ; под ред. А. В. Александрова. – 3-е изд., испр. – М. : Высш. школа, 2003. – 560 с.: ил.
5. Кинасошвили, Р. С. Сопротивление материалов : учеб. / Р. С. Кинасошвили. – 6-е изд., перераб. – М. : Физматгиз, 1960. – 388 с.
6. Копнов, В. А. Сопротивление материалов / В. А. Копнов, С. Н. Кривошапко. – М. : Высш. школа, 2003. – 351 с.
7. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов : учеб. / В. И. Феодосьев. – М. : Изд-во МГТУ, 1999. – 588 с.
8. Ильюшин, А. А. Сопротивление материалов / А. А. Ильюшин, В. С. Ленский. – М. : Физматгиз, 1959. – 371 с.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ТЕРМИНОЛОГИЯ ТЕОРИИ ИЗГИБА СТЕРЖНЕЙ.....	4
2. НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОГО БРУСА	10
2.1. Статическая сторона задачи	11
2.2. Геометрическая сторона задачи.....	12
2.3. Физическая сторона задачи	13
2.4. Математическая сторона задачи	13
3. КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ПРЯМОГО БРУСА.....	16
3.1. Полная проверка прочности. Опасные сечения и опасные точки.....	20
3.2. Общий ход определения усилий и построение эпюр.....	21
4. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ БАЛОК, ПОДВЕРГАЮЩИХСЯ ЧИСТОМУ И ПОПЕРЕЧНОМУ ИЗГИБАМ.....	22
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	28
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	30

Учебное издание

ВАСИЛЕВИЧ Юрий Владимирович
ДИКАН Жанна Геннадьевна
ТОМИЛО Евгения Вячеславовна
ЯЗНЕВИЧ Алексей Михайлович

ИЗГИБ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Методическое пособие
по механике материалов
для студентов технических специальностей
высших учебных заведений

Редактор *Т. Н. Микулик*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 26.06.2015. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,45. Тираж 100. Заказ 725.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.