

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЛИНЗ С ТОНКИМ ЦЕНТРОМ

Козерук А.С., Кузнецик В.О., Шамкалович В.И.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Республика Беларусь

Выполнено математическое описание напряженного состояния для различных типов линз. Составлен алгоритм воздействия тангенциально и радиально направленных сил на линзы различного профиля. Разработана математическая модель напряженного состояния мало жестких линз.

Введение

Классическая технология изготовления оптических деталей со сферическими поверхностями предусматривает одностороннюю их обработку с поочередным креплением заготовок за одну из исполнительных поверхностей на наклеечное приспособление [1].

При этом необходимо проводить нагрев самого приспособления, наклеечного вещества в виде смолы и заготовки, в связи с чем данный метод является энерго- и ресурсоемким, что приводит к заметному повышению себестоимости изделий оптической промышленности, а также загрязняет окружающую среду канцерогенными веществами фенольной группы.

Кроме этого, ввиду различных значений температурного коэффициента линейного расширения металла наклеечного приспособления, стекла и смолы происходит упругая деформация заготовок оптических деталей, находящихся в блоке. После обработки линз и снятия их с блока напряжения релаксируют и искажают геометрическую точность поверхности, достигнутую в процессе ее формообразования.

В результате возникают локальные погрешности на исполнительной поверхности линзы, которые искажают волновой фронт светового излучения, проходящего через оптическую деталь, и ухудшают качество изображения. Данный тип погрешностей в силу их не симметричности не компенсируется на стадии юстировки прибора.

Отмеченных недостатков лишена технология одновременной двусторонней обработки линз. При её реализации заготовки закрепляются за боковую нерабочую поверхность. Од-

нако необходимо учитывать, что такое крепление при неправильном его осуществлении также деформирует деталь.

В настоящее время в оптическом приборостроении отсутствует методика определения величины деформации линз при их закреплении за боковую поверхность посредством цанги как на стадии обработки [2], так и при сборке оптических узлов с линзами [3].

Особую актуальность это имеет для линз, толщина по центру которых меньше их толщины по краю (линзы с тонким центром). Возникающая деформация оптических деталей отрицательно влияет на их качество и, как следствие, снижает разрешающую способность оптического прибора.

Математическое описание напряженного состояния линз различного профиля

Традиционно в инженерных расчетах наиболее широко используется модель однородного упругого изотропного деформирования твердого тела [4].

Учитывая структуру стекла, характер его деформирования при нормальной температуре, эта модель была применена при анализе деформирования линз.

Как известно, в этом случае запись обобщенного закона Гука в тензорной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [D]\{\varepsilon\}, \\ \{\sigma\} &= [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \sigma_{xy} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{xz}]^T, \\ \{\varepsilon\} &= [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \varepsilon_{xy} \ \varepsilon_{yz} \ \varepsilon_{xz}]^T, \end{aligned}$$

Методы измерений

где $\{\sigma\}$ – тензор напряжений, $\{\varepsilon\}$ – тензор деформаций, $[D]$ – тензор (матрица) модулей упругости.

Тензор модулей упругости – это симметрическая матрица 6-го порядка.

Обобщенный закон Гука можно обратить, выразив деформации через напряжения.

$$\begin{bmatrix} 1/EX & -NUXY/EX & -NUXY/EX & 0 & 0 & 0 \\ -NUXY/EX & 1/EX & -NUXY/EX & 0 & 0 & 0 \\ -NUXY/EX & -NUXY/EX & 1/EX & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EX/(1+NUXY) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & EX/(1+NUXY) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & EX/(1+NUXY) \end{bmatrix}$$

Как видно из структуры $[D]^{-1}$, для решения задачи в данном случае достаточно определить упругие коэффициенты: Модуль Юнга (EX) и коэффициент Пуассона ($NUXY$).

Математическая модель напряженного состояния линз

При создании математической модели напряженного состояния линз различного профиля использовался метод конечных элементов.

Сущность данного метода состоит в аппроксимации исследуемого тела моделью, представляющей собой совокупность элементов с конечным числом степеней свободы.

Эти элементы взаимосвязаны между собой только в узловых точках, куда прикладываются фиктивные силы, эквивалентные поверхностным напряжениям, распределенным по границам элементов.

Параметры приведенной идеализированной системы определяются исходя из соответствующих вариационных решений.

Для любого элемента имеем:

$$\delta U = \delta A, \quad (1)$$

где U – энергия деформации, A – работа внешних сил.

Т.к. $\delta U = \delta U_1 + \delta U_2$,

Тогда:

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\},$$

где $[D]^{-1}$ – тензор упругих податливостей вида:

где:

$$\delta U_1 = \iiint_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV, \quad \delta U_2 = \iint_S \{\delta w_n\}^T \{\sigma\} dS,$$

$\{w_n\}$ – перемещение, нормальное к поверхности.

Поэтому из (1) получаем

$$\iiint_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV + \iint_S \{\delta w_n\}^T \{\sigma\} dS = \delta A. \quad (2)$$

Деформации $\{\varepsilon\}$ выражаются через перемещения узловых точек (вершин элемента) с помощью функций формы:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{u\}, \quad (3)$$

где $\{u\}$ – вектор перемещений узловых точек элемента, $[B]$ – матрица, основанная на функциях формы. С другой стороны:

$$\{w_n\} = [N_n] \{u\}, \quad (4)$$

где $[N_n]$ – матрица функций формы для нормальных смещений поверхности.

Кроме того, на поверхности элемента:

$$\{\sigma\} = k \{w_n\}, \quad (5)$$

где k – коэффициент жесткости основания.

Из (2) с учетом (3)–(5) получаем:

$$\begin{aligned} & \{\delta u\}^T \iiint_V [B]^T [D][B] dV \{u\} + \\ & + \{\delta u\}^T k \iint_S [N_n]^T [N_n] dS \{u\} = \delta A. \end{aligned} \quad (6)$$

С другой стороны:

$$\delta A = \delta A_1 + \delta A_2 + \delta A_3, \quad (7)$$

$$\delta A_1 = -\{\delta u\}^T \rho \iiint_V [N]^T [N] dV \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\},$$

$$\delta A_2 = \iint_{S_p} \{\delta w_n\}^T \{P\} dS_p = \{\delta u\}^T \iint_{S_p} \{N_n\}^T \{P\} dS_p,$$

$$\delta A_3 = \{\delta u\}^T \{F_e^{nd}\},$$

где $[N]$ – матрица функций формы, ρ – постоянная для всего объема плотность, $\{P\}$ – вектор приложенных давлений, S_p – поверхность, на которую действует давление, где $\{F_e^{nd}\}$ – внешние усилия приложенные к узлам элемента.

Из (6), (7) следует уравнение равновесия для одного элемента:

$$\begin{aligned} & \left[\iiint_V [B]^T [D][B] dV + k \iint_S [N_n]^T [N_n] dS \right] \{u\} = \\ & = -\rho \iiint_V [N]^T [N] dV \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\} + \iint_{S_p} \{\delta w_n\}^T \{P\} dS_p + \\ & + \iint_{S_p} \{N_n\}^T \{P\} dS + \{F_e^{nd}\} \end{aligned}$$

Алгоритм воздействия сил на линзы

Этапами решения поставленной задачи являлись:

- создание твердотельной модели, для которой будет решена задача. В данном случае создается четверть области с геометрическими параметрами, соответствующими исследуемой линзе;

- разбиение четверть области на конечные элементы;

- задание краевых условий по перемещениям (и/или напряжениям) на участках границы области, где это необходимо. Если ввести прямоугольную систему координат OXYZ,

ось OY которой совпадает с осью симметрии линзы, а начало O находится в точке пересечения верхней исполнительной поверхности последней (в случае горизонтального расположения детали) с ее осью, то на плоскостях XOY и ZOY, являющихся плоскостями сечений в силу симметричности задачи перемещения вдоль соответствующих нормалей равны нулю. Кроме того, перемещения по оси OY на внешней стороне пояска также будут равны нулю, что определяется характером закрепления линзы в цанге. К внешней поверхности линзы через неметаллическое разрезное кольцо приложено равномерное давление, величина которого соответствует реально действующему усилию.

Результаты численных исследований

Целью исследований являлось определение характера изменения максимальных перемещений в центре линзы в зависимости от положения кольца и величины внешней нагрузки.

При проведении исследований кольцо располагалось параллельно плоскости XOZ, а его геометрическое положение определялось координатой $Y_{\text{кольца}}$ срединной плоскости кольца. Обозначим через H_{min} минимальную толщину линзы.

Очевидно, что если $Y_{\text{кольца}} > 0$ или $Y_{\text{кольца}} < -H_{\text{min}}$, абсолютные перемещения центра линзы будут наибольшими. Поэтому в качестве области выбора оптимального положения кольца выбран интервал $-H_{\text{min}} < Y_{\text{кольца}} < 0$. Шаг изменения положения кольца принимался равным его высоте и составлял 1мм.

Под оптимальным положением кольца понимается координата $Y_{\text{опт}}$, соответствующая наименьшему абсолютному значению перемещения в центре линзы при постоянной нагрузке, т.е. случаю когда в центре линзы отсутствуют выраженные прогибы в одну из сторон. При проведении исследований выполнен ряд расчетов, позволивших определить влияние величины перемещений в центре линзы от нагрузки при крайнем верхнем положении кольца. Результаты расчета для линзы из стекла ЛК8 (модуль упругости: 69 790 Е6, коэффициент Пуассона: 0,184) приведены на рисунке 1. Анализ рисунка 1 показывает, что перемещения в центре линзы изменяются линейно в зависимости от действующей нагрузки.

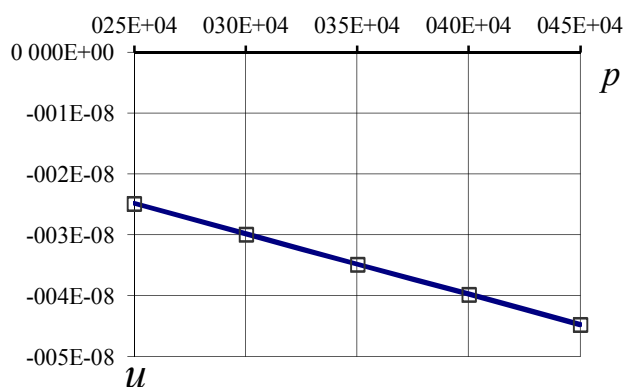


Рисунок 1 – Зависимость перемещений u от действующей нагрузки p

Это позволяет по значению перемещений, определенных для двух величин нагрузок, определить, выполнив интерполяцию, все другие необходимые значения. Поэтому в дальнейшем расчеты проводились для двух нагрузок: 2,5E5 Па и 4,5E5 Па.

Результаты численных исследований по определению максимальных перемещений в оптических стеклах К8 (модуль упругости $2330 \cdot 10^6$, коэффициент Пуассона 0,209) и ТФ5 (модуль упругости: $55280 \cdot 10^6$, коэффициент Пуассона 0,244) для различных положений кольца на боковой поверхности и изменяющихся давлений p приведены в таблицах 1 и 2.

Из анализа полученных результатов видно, что для рассмотренных марок оптического стекла при смещении кольца до 1,5мм и

силе зажима в пределах от $2,5 \cdot 10^5$ до $4,5 \cdot 10^5$ Па возникает погрешность в виде «ямы», т.е. радиус кривизны линзы уменьшается, а с увеличением Y_k до 2,5мм и более на детали образуется «бугор», что вызывает увеличение радиуса кривизны ее поверхности.

Интерполируя значения смещений кольца Y_k между двумя величинами деформаций в центре линзы, когда они меняют знак, получаем параметр Y_{opt} , определяющий оптимальное положение кольца на боковой поверхности линзы с точки зрения минимальных перемещений в ней.

Так, например, при давлении на поверхности кольца равном 2,5E5 Па и 4,5E5 Па Y_{opt} для стекла К8 составляет соответственно 2,125 E3 и 2,124 E3 м, а для стекла ТФ5 эти значения равны 2,135 E3 и 2,134 E3 м. Следовательно, оптимальное положение кольца на боковой поверхности линзы практически не зависит от сжимающего усилия.

Результаты экспериментальных исследований

С целью проверки результатов теоретических расчетов проведены экспериментальные исследования зависимости величины локальной погрешности ΔN на исполнительной поверхности линзы от положения плоскости радиально направленных сил ее зажима для двояковогнутой линзы с теми же параметрами.

Таблица 1.

Максимальные перемещения u , м в стекле К8 для различных положений кольца Y_k и изменяющихся давлений P

| $Y_{k,m}$ $P, Па$ | -0,5E-3 | -0,15E-2 | -0,25E-2 | -0,35E-2 | -0,45E-2 |
|----------------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| 2,5E5 | -0,211E-7 | -0,838E-8 | 0,504E-8 | 0,179E-7 | 0,305E-7 |
| 4,5E5 | -0,379E-7 | -0,151E-7 | 0,906E-8 | 0,323E-7 | 0,548E-7 |

Таблица 2.

Максимальные перемещения u , м в стекле ТФ5 для различных положений кольца Y_k и изменяющихся давлений P

| $Y_{k,m}$ $P, Па$ | -0,5E-3 | -0,15E-2 | -0,25E-2 | -0,35E-2 | -0,45E-2 |
|----------------------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| 2,5E5 | -0,313E-7 | -0,127E-8 | 0,731E-8 | 0,263E-7 | 0,448E-7 |
| 4,5E5 | -0,564E-7 | -0,229E-7 | 0,131E-8 | 0,473E-7 | 0,806E-7 |

Контроль погрешности ΔN , представляющей собой величину отклонения интерференционных колец Ньютона от правильной геометрической формы, выполняли на интерферометре KUI-35/RME-500 фирмы KUGLER (ФРГ).

Использовалась двояковогнутая линза со следующими параметрами: $R_1 = 60,28\text{мм}$, $R_2 = 80,34\text{мм}$, диаметр 62 мм, толщина по центру 5 мм.

Результаты экспериментальных исследований приведены на рисунок 2, где кривая 1 отображает изменение погрешности ΔN на первой поверхности, а 2 – на второй в зависимости от положения кольца на боковой поверхности линзы. Из анализа полученных значений следует, что при небольшом смещении кольца кривизна первой поверхности уменьшается, а второй – возрастает.

С увеличением смещения кольца деформации поверхностей принимают меньшее значение, меняют знак и снова возрастают, а в случае, когда смещение составляет 2,6 мм, становятся одинаковыми. При этом изгиб первой поверхности стремится к минимуму, когда смещение кольца составляет 2,3 мм, что согласуется с результатами теоретических расчетов.

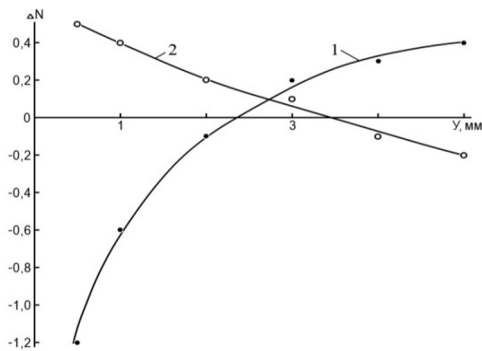


Рисунок 2 – Изменение локальной погрешности ΔN на первой (1) и второй (2) поверхностях

Смещение кольца на величину более 3 мм приводит к появлению «бугра» на первой поверхности линзы и «ямы» на второй. С практической точки зрения ценным является положение кольца, при котором погрешность ΔN на обеих поверхностях детали принимает одинаковые значения.

Если известно оптимальное положение кольца, то, проведя дополнительные эксперименты, представляется возможным определить величину силы зажима линзы, не вызывающее деформации ее исполнительных поверхностей.

Выводы

На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложенная математическая модель однородного упругого изотропного деформирования твердого тела для исследования напряженного состояния оптических деталей типа линз позволяет с помощью ЭВМ выявить положение оптимальной плоскости приложения усилия зажима, как на стадии обработки, так и при сборке приборов.

2. Установленная прямо пропорциональная зависимость перемещений в центре линзы от величины усилий зажима способствует значительной экономии времени расчета за счет использования метода интерполяции.

3. Выявленное несущественное влияние упругих характеристик линзы на оптимальное положение плоскости приложения усилий ее зажима позволяет отказаться от подробных исследований напряженного состояния линз из различных марок оптического стекла и выбирать отмеченную плоскость по результатам расчета детали данного типоразмера из одного отдельно взятого материала.

Список цитируемых источников

1. Зубаков, В. Г. Технология оптических деталей / В. Г. Зубаков, М. Н. Семибратов, С.К. Штандель. – М. : Машиностроение, 1985. – 368 с.
2. Сулим, А. В. Производство оптических деталей / А. В. Сулим. – М. : Высшая школа, 1975. – 314 с.
3. Ельников, Н. Т. Сборка и юстировка оптико-механических приборов / Н. Т. Ельников, А. Ф., Дитев, И. К. Юрусов. – М. : Машиностроение, 1974. – 351 с.
4. ANSYS, Inc. Theory Reference. Release 5.7. Documentation for ANSYS/

Kozeruk A. S., Kuznechik V. O., Shamkalovich V. I.

Research of a tension of lenses with the thin center

The mathematical description of a tension for various types of lenses is executed. The algorithm of influence tangentially and radially directed forces on lenses of a various profile is made. The mathematical model of a tension few rigid lenses is developed.

Поступила в редакцию 27.10.2010.