



The present work is dedicated to modeling of the grains growth in continuously-casted in silumin hypereutectic castings.

Е. И. МАРУКОВИЧ, А. М. БРАНОВИЦКИЙ, Ю. А. ЛЕБЕДИНСКИЙ,
ИТМ НАН Беларуси

УДК 621.74.047.001.57

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА ЗЕРЕН В НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ОТЛИВКАХ ИЗ ЭВТЕКТИЧЕСКОГО СИЛУМИНА

Введение

Данная работа посвящена моделированию роста зерен в непрерывнолитых силуминовых эвтектических отливках. В работе [1] описана общая математическая модель роста зерен, приведены экспериментальные результаты по непрерывному литью силуминов, произведена оценка теплообмена в отливке и кристаллизаторе в процессе литья, получены данные о структуре сплава. Поскольку данная численная модель основана на ряде допущений о процессе образования зерен, необходимо определить интервалы входных параметров и область применимости этой модели.

В используемой модели объемного затвердевания кристаллизация зерен эвтектики описывается процессами зародышеобразования и последующего роста зерен. Для описания плотности зародышей зерен n использована модель гетерогенного образования:

$$\frac{dn(\Delta T)}{d(\Delta T)} = \frac{n_{\max}}{\Delta T_{\sigma} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta T - \Delta T_N)^2}{2\Delta T_{\sigma}^2}\right], \quad (1)$$

где n_{\max} — максимальная плотность зерен; ΔT_N — переохлаждение, при котором появление новых зародышей происходит с максимальной скоростью; ΔT_{σ} — полуширина распределения; $\Delta T = T - T_e$ — текущее переохлаждение; T — текущая температура; T_e — температура плавления эвтектики.

Линейная скорость движения фронта затвердевания при свободном росте зерен эвтектики описывается квадратичной зависимостью относительно переохлаждения:

$$\frac{dR}{dt} = \mu(\Delta T)^2, \quad (2)$$

где μ — кинетический коэффициент; R — радиус зерна; t — время.

В процессе роста зерен доля твердой фазы f_s в элементарном объеме растет и скорость роста

падает ниже определяемой по (2). Данное явление моделируется с помощью классических соотношений Колмогорова [2] с коэффициентами Авраами для сферической формы зерен:

$$\begin{cases} \frac{\partial f_s}{\partial t} = (1 - f_s) 4\pi n R^2 \frac{dR}{dt}, \\ f_s = 1 - \exp(-(4/3)\pi n R^3). \end{cases} \quad (3)$$

Для моделирования роста зерен во времени

функция $\frac{\partial f_s}{\partial t}$ из выражения (3) используется как функция источников тепла в уравнении теплопереноса:

$$\text{div}(\lambda \text{grad } T) = \frac{\partial}{\partial t}(c\rho T) + \rho L \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (4)$$

где λ, c, ρ, L — соответственно теплопроводность, удельная теплоемкость, плотность и удельная теплота плавления.

Анализ влияния параметров зарождения и роста зерен на изменение температуры в области кристаллизации и микроструктуру отливки

В качестве метода решения уравнения теплопереноса (4) использовали метод конечных разностей. Решение (4) с условиями (3) в данном случае имеет ряд особенностей. Так, необходимо использовать малый временной шаг, что приводит к значительным временам расчета даже для двумерных задач. Для качественного анализа влияния большого количества параметров рождения и роста кристаллов на полученную структуру необходимо иметь приближенное решение, позволяющее быстро рассчитывать зависимость температуры от времени в зоне кристаллизации и размер кристаллов. Для получения такого приближения использовали метод [3], основанный на расчете изменения доли твердой фазы с малым шагом по времени на основе полученных расчет-

ных данных об изменении энтальпии в элементарном объеме за большой временной интервал. В данном случае для получения приближенного решения полагаем, что скорость убывания энтальпии постоянна во всем интервале кристаллизации и равна усредненной скорости, рассчитанной на основе уравнения теплопереноса без учета кристаллизации. Зависимость данной скорости от координат в сечении отливки получена в работе [1].

Будем также считать, что в любой момент времени существует распределение зерен по радиусу $n(r, t)$, а не один единственный радиус $R(t)$, одинаковый для всех зерен, как предполагается в стандартной модели для упрощения расчетов. Тогда система уравнений примет вид

$$\begin{cases} v_H = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{L}{c} \frac{\partial f_s}{\partial t}, \\ \frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = \mu(T(t) - T_c)^2 \frac{\partial n(r, t)}{dr} + \delta(r - r_0)G(T), \end{cases} \quad (5)$$

где r_0 – критический минимально возможный радиус; $G(T)$ – функция, определяющая рождение новых зародышей при температуре T с этим минимальным радиусом; v_H – скорость убывания приведенной энтальпии, полагаемая здесь константой; $\delta(r)$ – функция Дирака [4]. Представляя f_s через общий объем имеющихся сфер, получаем систему уравнений для определения $T(t)$ и $n(r, t)$ для свободного роста:

$$\begin{cases} v_H = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{4\pi L}{3c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^\infty n(r, t) r^3 dr \right], \\ \frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = \mu(T(t) - T_c)^2 \frac{\partial n(r, t)}{dr} + \delta(r - r_0)G(T). \end{cases} \quad (6)$$

В условиях стесненного роста второе слагаемое в правой части первого уравнения умножается на фактор роста $(1 - f_s)$.

Отметим, что данная система позволяет получать распределение частиц по размерам в любой момент времени. Рождающиеся зародыши имеют минимальный радиус r_0 . Классическим условием применения схемы рождения зародышей (1) является прекращение появления новых зародышей при начале рекалесценции, т.е. при условии

$$\frac{dT}{dt} > 0. \quad (7)$$

Конкретные значения параметров рождения зерен определяются из следующих соображений. Общая объемная плотность зародышей n_{\max} должна превышать максимальную плотность, полученную экспериментальным путем [5]. Отсюда полагаем

$$n_{\max} = 10^{12} \text{ м}^{-3}. \quad (8)$$

При выборе значений кинетического коэффициента μ , полуширины функции распределения и смещения температурного максимума зоны зарождения использовали литературные данные [3]:

$$\begin{aligned} \mu &= 10^{-6} \text{ м/(с} \cdot \text{град}^2), \Delta T_c = 1 \text{ град}, \\ \Delta T_N &= 4 \text{ град}, T_c = 850 \text{ К}. \end{aligned} \quad (9)$$

Одной из целей создания данного варианта модели являлся вопрос о корректности условия, при котором новые зародыши появляются не с минимальным, а с текущим радиусом, т.е. можно использовать приближение одного размера для всех частиц. Как показывают расчеты, образование новых зародышей происходит на этапе, когда размер появившихся первыми зародышей еще достаточно мал, а доля твердой фазы в объеме невелика. Рождение зародышей и фаза интенсивного роста существенно разнесены во времени. До этапа активного роста размер зерен как минимум в 10 раз меньше размера в затвердевшем сплаве. Поскольку далее на этапе активного роста линейная скорость роста не зависит от текущего размера, полуширина рассчитанной функции распределения частиц по размерам не превышает 5% от среднего размера. Следовательно, далее был произведен переход к более простой схеме без учета распределения частиц по размерам.

В рамках полученной модели проведен анализ роста зерен в зависимости от параметров макромикромодели. Во всех дальнейших расчетах в этом пункте принято, что начальная температура равна 860 К при $t=0$. Параметры, не указанные на графиках, берутся из выражений (8), (9), значенные скорости убывания приведенной энтальпии равно 1 град/с, если не указано обратное.

Все приведенные графики изменения температуры (рис. 1) имеют длинный сглаженный участок постоянной температуры, появление которого связано с ограничением на скорость убы-

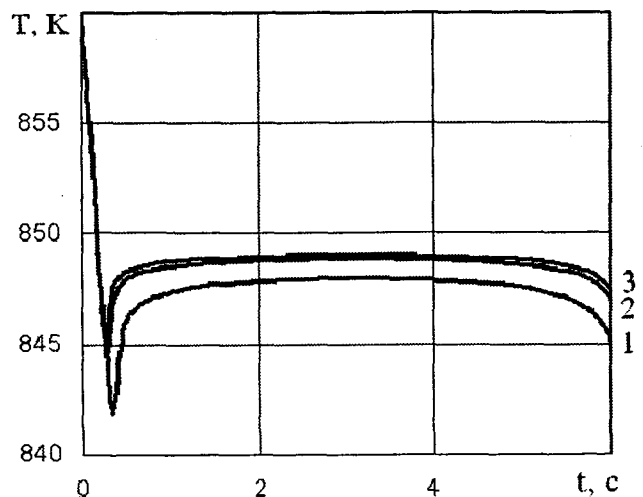


Рис. 1. Кривые рекалесценции в зависимости от n_{\max} : 1 – $n_{\max} = 10^{11}$; 2 – $3 \cdot 10^{12}$; 3 – 10^{13} мм^{-3}

вания энтальпии в данной зоне. Реально теплоотвод из участка пространства, когда в нем активно идет рост кристаллов, увеличивается по сравнению со средним значением. Вместо пологой зоны имеется максимум, а сам участок укорачивается во времени. В области минимума температуры, наоборот, за счет тепловыделения в соседних участках температура будет несколько выше. Однако для качественного исследования влияния параметров данная модель имеет достаточную точность.

Зависимость кривых рекалесценции от n_{max} приведена на рис. 1. Здесь и далее для удобства будем указывать плотность зародышей на 1 мм^3 . Из рисунка видно, что температура увеличивается с ростом числа зародышей, однако при достижении определенного предела рост фактически прекращается.

С увеличением n_{max} незначительно уменьшается доля родившихся зерен n/n_{max} (рис. 2) Это связано с тем, что при большом числе родившихся ядер активный рост начинается раньше и соответственно рождение новых раньше заканчивается. При этом значение n_{max} , при котором n/n_{max} начинает уменьшаться, близко к значению n_{max} , при котором кривые рекалесценции практически не меняются. Данное значение также достаточно близко к экспериментально полученному, что говорит о корректном выборе всего набора параметров зарождения зерен. С ростом общего числа зародышей радиус кристаллов в твердом состоянии монотонно уменьшается (рис. 3).

Исследовано также поведение модели в зависимости от уровня сдвига максимума гауссова распределения рождающихся зародышей, характеризующего уровень переохлаждения жидкого расплава, необходимого для рождения зародышей зерен. С ростом переохлаждения минимум кривой рекалесценции сдвигается вниз (рис. 4). Число успешных родившихся зародышей растет с уменьшением параметра переохлаждения (рис. 5) до значения переохлаждения -4 , при котором рождается большинство зародышей и не меняется с дальнейшим уменьшением данного параметра. Связанный с данным показателем средний радиус зерна соответственно уменьшается с 250 мкм при $\Delta T_N = -8$ до 150 мкм при $\Delta T_N = -4$ и затем не изменяется.

Влияние значения полуширины функции распределения на характеристики кристаллизации вытекает из физического смысла данной величины. При малой полуширине все зародыши появляются практически одновременно. С ее ростом зародыши появляются раньше, растут и соответственно новые зародыши, согласно модели, появляются уже большего размера. Это приводит к уменьшению числа зерен и соответственно росту их радиуса. Однако, как уже указывалось ранее, для реальных параметров кристаллизации рост

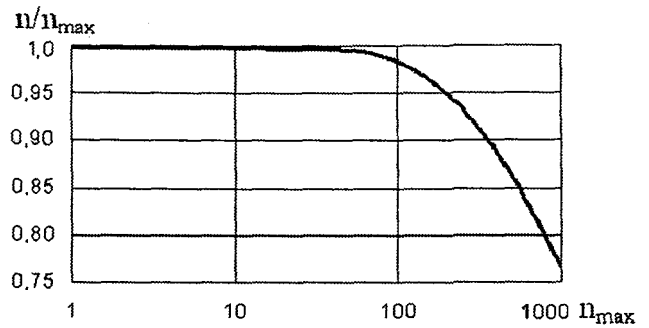


Рис. 2. Зависимость отношения числа родившихся зародышей к общему числу зародышей

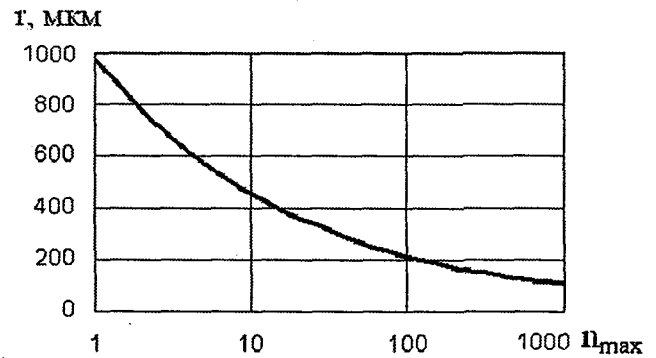


Рис. 3. Зависимость среднего радиуса зерен от максимальной плотности зародышей

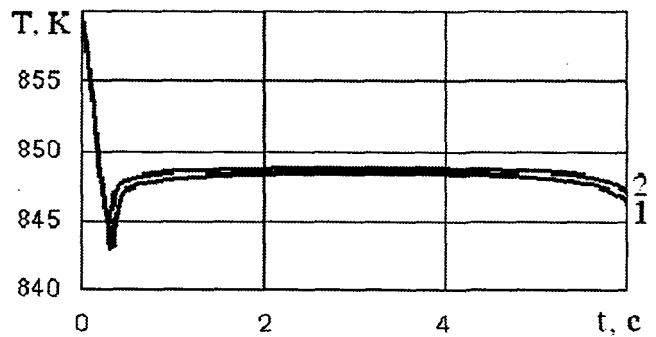


Рис. 4. Зависимость кривой рекалесценции от величины параметра сдвига максимума распределения рождающихся зародышей: 1 – 8 град; 2 – 4 град

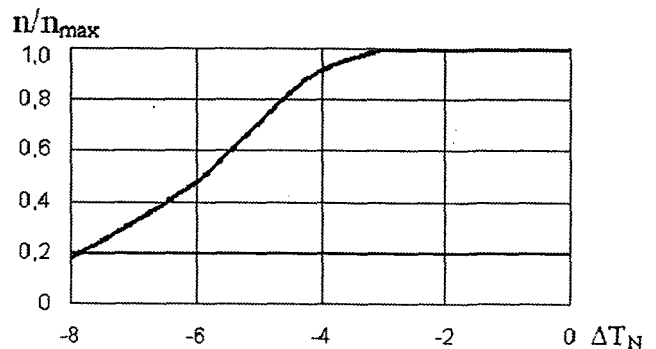


Рис. 5. Зависимость доли родившихся частиц от величины сдвига максимума переохлаждения

отделен от зарождения по времени, поэтому данный эффект довольно слабый.

Изменение скорости убывания энтальпии оказывает существенное влияние на затвердевание. Это связано с тем, что значение переохлаждения

на пологом участке температурной кривой сильно зависит от соотношения скорости теплообмена и кинетического коэффициента (рис. 6). С ростом скорости минимум на кривой смещается в область более низких температур и меньшего времени. Средний радиус зерен при скорости убывания приведенной энтальпии 0,3 град/с составляет порядка 200 мкм и уменьшается вначале линейно примерно на 50 мкм с ростом охлаждения до 1 град/с. Далее уменьшение замедляется ввиду того, что число рожденных частиц приближается к максимально возможному. При этом минимально возможный радиус составляет 120 мкм.

Данный приближенный алгоритм, таким образом, может быть использован для качественного анализа зависимости характеристик кристаллизации от параметров рождения и роста частиц. Ввиду высокой скорости счета он может также использоваться для приближенного решения обратных задач, когда требуется определить параметры роста по известной кривой рекалесценции и размеру кристаллов. Также он может быть использован для уточнения решения обычного уравнения теплопереноса без учета кристаллизации с эффективной теплоемкостью, поскольку позволяет уточнить температурный интервал «размытия» теплоты плавления.

Совместное решение уравнений теплопереноса и роста кристаллов

Решение уравнения теплопереноса с учетом роста кристаллов в макро-микроприближении основано на аппроксимации источников тепла функцией роста твердой фазы. При численной реализации выделяются дополнительные массивы, хранящие информацию о текущей доле твердого вещества, числе рожденных частиц, среднем радиусе частиц и т.п. для каждого узла. При решении уравнения теплопереноса рассчитывается изменение температуры на текущем временном шаге с использованием функции источников, полученной на предыдущем шаге. Затем рассчитывается изменение числа и размера кристаллов на основе измененной температуры.

Появление зародышей, как и ранее, происходит в основном до начала активного роста кристаллов. Однако в отличие от модели, рассмотренной выше, температура здесь имеет осциллирующий характер в зависимости от времени ввиду тепловыделения в соседних узлах сетки. Следовательно, классическое условие прекращения рождения новых зародышей при начале роста температуры (7) здесь неприменимо. В данном случае оно дополнялось условием опускания температуры ниже определенного предела и условием превышения доли твердой фазы выше определенного предела. Значения данных пределов выбирались из анализа хода затвердевания в данном узле. При этом учитывались соображения о предельно допу-

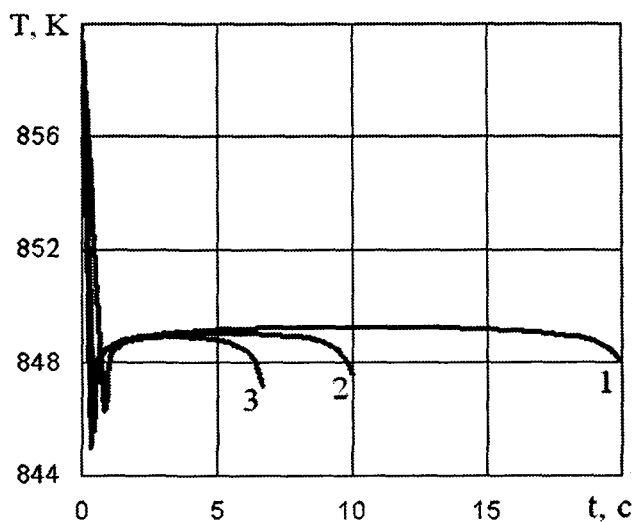


Рис. 6. Зависимость кривых рекалесценции от скорости уменьшения энтальпии: 1 – 0,3; 2 – 0,6; 3 – 0,9 град/с

стимых значениях доли рожденных зародышей, когда данный алгоритм еще может давать корректные результаты [5].

Кривые охлаждения для одного сечения отливки во время кристаллизации при непрерывном литье после выхода на устойчивый режим приведены на рис. 7. Отметим также почти полное отсутствие рекалесценции, исключая центральную область, в отличие от предыдущей модели.



Рис. 7. Кривые охлаждения в одном сечении непрерывнолитой силуминовой отливки (время отсчитывается от первоначальной заливки в кристаллизатор): 1 – 1 мм от нижнего края отливки; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 20 мм (центр)

Активный рост кристаллов происходит в температурной зоне на 4–5 градусов меньше эвтектической температуры (исключая центральную область отливки). Охлаждение при непрерывном литье в центре отливки имеет особенности по сравнению с литьем в разовые формы. Во-первых, средняя скорость изменения энтальпии в области затвердевания для непрерывного литья при большой скорости вытяжки может быть до 2 раз больше по сравнению с литьем в разовые формы при тех же коэффициентах теплоотдачи. Это приводит к меньшему отличию размера зерен

в центре и на краю. Во-вторых, наличие значительных по длине рывков при непрерывном литье может приводить к немонотонной зависимости скорости охлаждения от расстояния от границы. Если при затвердевании имел место рывок с перемещением данной зоны отливки в более холодную зону кристаллизатора, то скорость убывания энтальпии может увеличиться. Так, на рис. 7 наклон кривой 2 больше, чем кривой 1. Это приводит даже к небольшому уменьшению размера кристаллов в зоне 2 по сравнению с зоной 1, хотя зона 1 ближе к границе. С удалением от края отливки данный эффект исчезает. Зависимость относительного радиуса зерен эвтектики $R/R|_{l=1 \text{ мм}}$ от удаления от границы с кристаллизатором приведена на рис. 8.

Выводы

Разработан приближенный вариант макро-микромоделей роста зерен эвтектики, имеющий малое время счета. На его основе проведен качественный анализ затвердевания эвтектических силуминов в зависимости от параметров рождения и роста кристаллов.

Реализован метод решения уравнения теплопереноса с одновременным расчетом затвердевания в макро-микромоделей. Рассчитаны кривые изменения температуры со временем в области кристаллизации и средний размер эвтектических зерен в зависимости от расстояния до границы кристаллизатора при непрерывном литье.

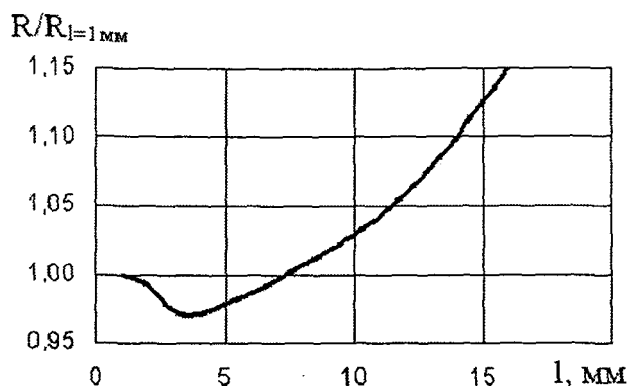


Рис. 8. Сглаженная зависимость относительного среднего радиуса эвтектических зерен от расстояния до нижней границы с кристаллизатором

Литература

1. Марукович Е.И., Брановицкий А.М., Лебединский Ю.А. Математическое моделирование формирования структуры эвтектического силумина // *Литье и металлургия*. 2006. №3. С: 156–160.
2. Баландин Г.Ф. Формирование кристаллического строения отливок. М.: Машиностроение, 1973.
3. Thevoz Ph., Desbiolles J.L., Rappaz M. Modeling of Equiaxed Microstructure Formation in Casting // *Metallurgical Transactions A*. 1989. Vol 20A. P. 311–322.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978.
5. Cho S.-H., Okane T., Umeda T. CA-DFD Analysis of nucleation parameter effects on the grain structures of casting // *Int. J. Cast Metals Res*. 2001. Vol. 13. P. 327–335.