



Algorithm of the slug heating optimal regime at stepwise multizone heat supply is presented. The algorithm allows to optimize the heating regimes of slugs of arbitrary three-dimensional configuration on different criteria at given technological limits imposed on the slug heating process.

А. Н. ЧИЧКО, А. В. БОРОЗДИН, О. А. САЧЕК, БНТУ

УДК 669.27:519

АЛГОРИТМЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ НАГРЕВА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБЪЕКТА

Исследование и оптимизация тепловых режимов нагрева является одной из важнейших задач теории и практики металлургического производства [1]. Основу исследований тепловых режимов нагрева составляют задачи численного моделирования, использующие уравнение теплопроводности, различные виды начальных и граничных условий. Однако, несмотря на хорошо развитый математический аппарат процессов нагрева, тематика работ, связанных с оптимизацией пространственных объектов, по-прежнему остается актуальной. При этом продолжается поиск новых алгоритмов и методов для решения задач нагрева объектов.

В настоящей статье приведен алгоритм оптимального режима нагрева заготовки при ступенчатом многозонном нагреве. Алгоритм позволяет оптимизировать режимы нагрева заготовок произвольной пространственной конфигурации по различным критериям. Данный алгоритм также позволяет учитывать различные технологические ограничения, накладываемые на процесс нагрева заготовки.

Сущность алгоритма поиска оптимальных режимов нагрева состоит в следующем. Пусть T_{obj}^{start} —

начальная температура заготовки, T_{obj}^{finish} — конечная температура заготовки (т. е. температура, до которой необходимо нагреть заготовку), N — максимальное число температурных зон, из которых температурный режим нагрева может состоять.

Отрезок $[T_{obj}^{start}, T_{obj}^{finish}]$ представляет собой допустимый диапазон нагрева заготовки. Разобьем его на M частей и отложим их по оси Y . Номера

температурных зон отложим по оси X . Через точки $x_i = Z_i$, $i = (0, 1, \dots, N)$ и $y_j = T_j$, $j = (0, 1, \dots, M)$ проведем прямые, параллельные координатным осям. Необходимо отметить, что $T_0 = T_{obj}^{start}$, $T_M = T_{obj}^{finish}$, а Z_0 — номер фиктивной зоны, соответствующей начальному положению заготовки в печи.

Множество точек (x_p, y_j) образует сетку. Узел сетки с координатами $(x_p, y_j) = (Z_p, T_j)$ означает, что заготовка будет нагреваться в зоне Z_i при температуре T_j . На рис. 1 приведен пример такой сетки.

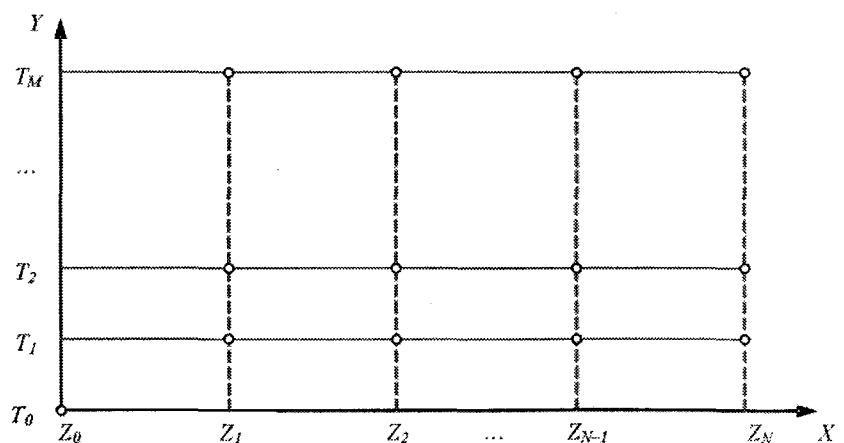


Рис. 1. Пример сетки, построенной по диапазону нагрева и числу температурных зон

Далее по узлам сетки строится ориентированное дерево с корнем в точке (T_0, Z_0) , соответствующей начальной температуре заготовки и начальному положению заготовки. Переходы соединяют вершины из одной зоны с вершинами соседней зоны, расположенной справа таким образом, чтобы температура при переходе из одной зоны в другую не уменьшалась (так как моделируется процесс нагрева). Переходы, соединяющие две вершины, показывают, как будет меняться температура в печи при переходе заготовки из одной

тепловой зоны в другую. Ветви дерева соответствуют узлам сетки, температура в которых равна конечной температуре нагрева. В дерево не включаются вершины из зоны Z_N с температурами T_1, T_2, \dots, T_{M-1} , так как из этих вершин невозможно достичь требуемой температуры нагрева заготовки. Описанное дерево изображено на рис. 2.

Для иллюстрации сказанного выше приведем вид дерева для случая, когда необходимо нагреть заготовку от температуры $T_{obj}^{start} = 100^\circ\text{C}$ до температуры $T_{obj}^{finish} = 400^\circ\text{C}$ при $N = 4$ температурных зонах. Зададимся шагом дискретизации температуры $M = 4$. Полученное дерево показано на рис. 3.

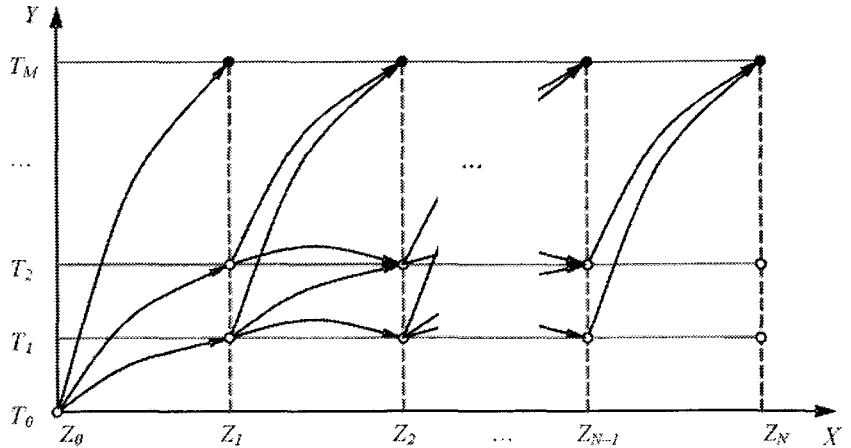


Рис. 2. Ориентированное дерево, построенное по узлам сетки

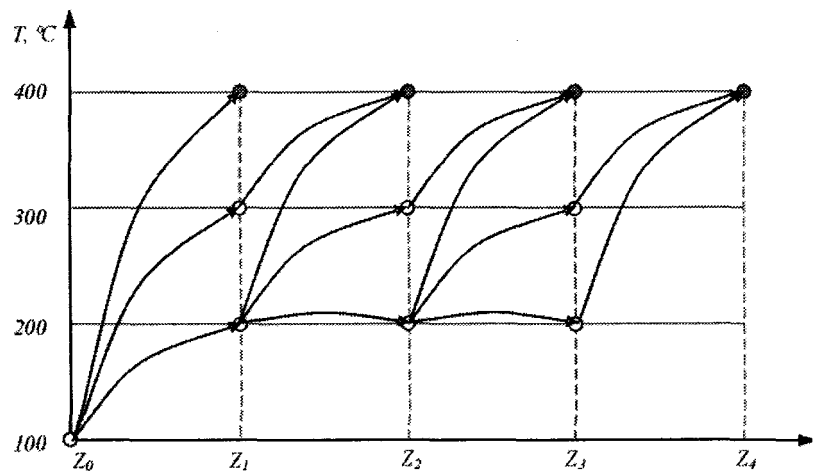


Рис. 3. Пример построения дерева для поиска оптимальных режимов нагрева

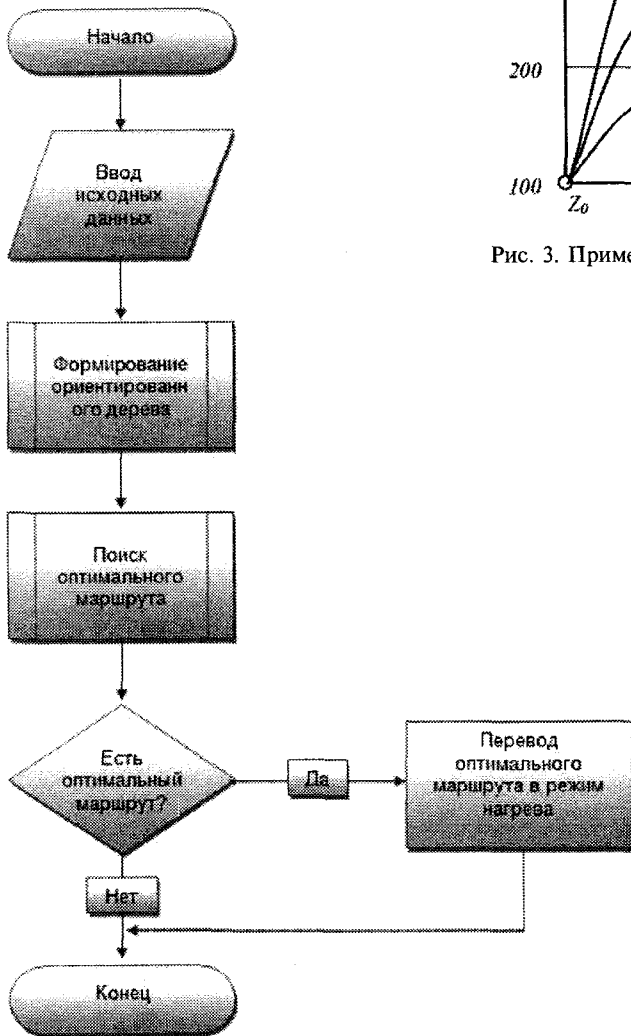


Рис. 4. Алгоритм поиска оптимального режима с использованием методов теории графов

По сформированному дереву определяется оптимальный маршрут от корневой вершины к любому из ветвей дерева. Для поиска оптимального маршрута в данной работе используется алгоритм Дейкстры [2], но в принципе может использоваться любой алгоритм, предназначенный для поиска оптимального маршрута на ориентированном графе.

Температуры и номера зон из вершин, входящих в оптимальный маршрут, и будут составлять искомый оптимальный режим нагрева. Вид функции по вычислению массы ребра дерева определяет критерий, по которому происходит поиск оптимального режима нагрева. На рис. 4 показана блок-схема описанного выше алгоритма.

Масса ребра w_{j-k}^i , соединяющего вершины (T_j, Z_i) и (T_k, Z_{i+1}) , определяется следующим образом. Проводится численное моделирование нагрева заготовки от температуры T_j до температуры T_k . Математическая модель ступенчатого нагрева движущейся заготовки, вообще говоря, может быть выбрана любая из тех, которые адекватно описывают процесс. В данной работе используется модель, основанная на трехмерном уравнении теплопроводности Фурье [3–6]:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (1)$$

$x, y, z, \tau \in \Omega,$

где $c(T)$ – функция теплоемкости, Дж/(кг·К); $\rho(T)$ – функция плотности, кг/м³; $\lambda(T)$ – функция теплопроводности, Вт/(м·К); $\Omega(0 \leq x < X, 0 \leq y < Y, 0 \leq z < Z, 0 \leq \tau < t)$ – пространственно-временная область расчета.

Для задания граничных условий, определяющих взаимодействие между нагревающей средой и поверхностью объекта, перемещающегося в печи с заданной скоростью и различными тепловыми зонами, предложена следующая система уравнений:

$$T(x, y, z, \tau) = \begin{cases} T_j, & 0 < \tau \leq \frac{l_i}{v}, \\ T_k, & \frac{l_i}{v} < \tau \leq \frac{L_{i+1}}{v}, \end{cases} \quad (2)$$

где v – скорость перемещения заготовки вдоль рабочего пространства печи, м/с; l_i – протяженность фрагмента зоны Z_i , соответствующая длине нагреваемой заготовки, м; L_{i+1} – протяженность зоны Z_{i+1} , м.

При моделировании нагрева от температуры T_j до T_k важно, чтобы заготовка уже была прогрета по режиму нагрева, составленному по маршруту, который привел к вершине (T_j, Z_j) . При моделировании нагрева также вычисляется значение параметра для функции веса, по которому происходит поиск оптимального режима нагрева. Например, при поиске режима с минимальным температурным окислением при моделировании нагрева заготовки находится также и количество образовавшейся окалины. Полученное значение передается в функцию, которая и вычисляет массу ребра. Функции определения массы ребра (w_{j-k}^i) при заданном нагреве могут определяться по формулам:

$$w_{j-k}^i = \frac{T_{obj}^{finish}}{T_k^2}, \quad (3)$$

$$w_{j-k}^i = T_{obj}^{finish} - T_k, \quad (4)$$

$$w_{j-k}^i = \frac{T_{obj}^{finish} - T_k}{T_k}. \quad (5)$$

С учетом нагрева с минимальным окислением эти формулы модифицируются:

$$w_{j-k}^i = S_{j-k}^i + \frac{T_{obj}^{finish}}{T_k^2}, \quad (6)$$

$$w_{j-k}^i = \begin{cases} \frac{T_{obj}^{finish} - T_k}{T_k} & \text{при } S_{j-k}^i \leq S_{min}, \\ S_{j-k}^i & \text{при } S_{j-k}^i > S_{min}, \end{cases} \quad (7)$$

где S_{j-k}^i – количество окалины, образовавшейся при нагреве заготовки от температуры T_k до температуры T_{obj}^{finish} ; S_{min} – количество окалины, которое можно считать пренебрежимо малым.

При поиске оптимальных режимов нагрева можно задавать различные ограничения по нагреву заготовки. Например, могут быть определены следующие ограничения: при температуре поверхности заготовки до 300°C разница температур между поверхностью и центром заготовки не должна превышать 50°C, а при температуре поверхности свыше 300°C – не более 70°C. При нарушении какого-либо из подобных ограничений масса ребра считается недопустимо высокой. Таким образом, ребра, приводящие к нарушению ограничений по нагреву, не попадут в оптимальный маршрут. На рис. 5 приведена блок-схема описанного алгоритма по определению массы ребра графа.

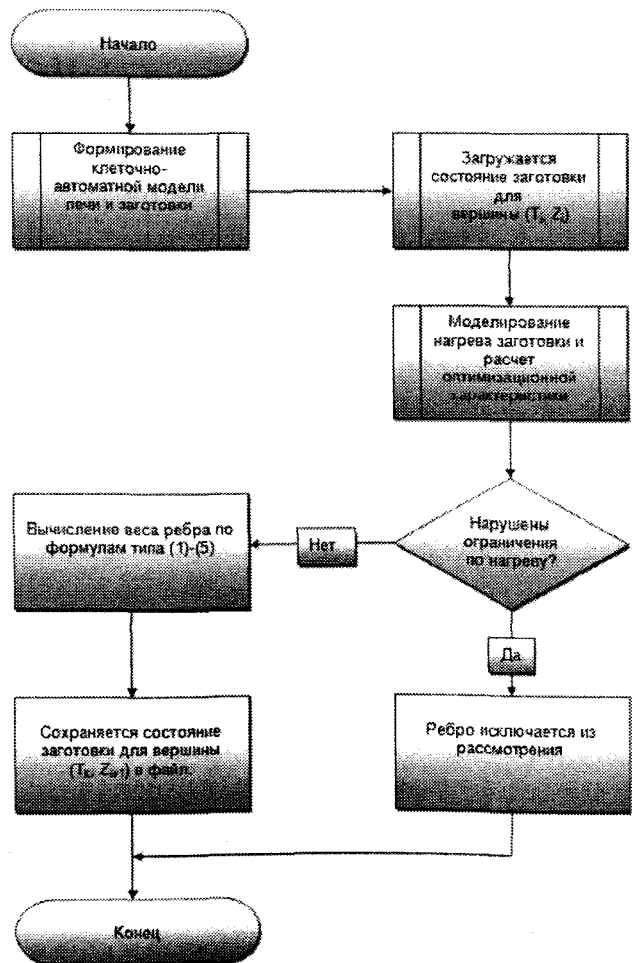


Рис. 5. Алгоритм расчета массы ребра на основе численного моделирования процессов нагрева

Численное моделирование нагрева заготовки при вычислении массы ребра – это наиболее ресурсоемкая операция представленного алгоритма. С целью уменьшения времени расчета по данному алгоритму используются два оптимизационных приема.

Первый прием заключается в следующем. Масса всех ребер дерева не вычисляется к началу поиска оптимального маршрута, а определяется динамически во время работы алгоритма Дейкстры. Масса ребра вычисляется именно в тот момент, когда значение его массы требуется для определения стоимости маршрута между соседними вершинами. Такой подход позволяет существенно сократить время работы алгоритма, поскольку не все ребра являются задействованными при поиске оптимального маршрута.

Второй прием основан на использовании температурных ограничений на нагрев заготовки. На каждой итерации численного моделирования проводится проверка, не нарушены ли допустимые ограничения нагрева. Если нарушение какого-либо из ограничений имеет место, то моделирование нагрева заготовки останавливается, а масса ребра считается недопустимо высокой.

Описанный алгоритм был реализован как программный модуль для компьютерной системы «ПроТерм-1н» [7]. Ниже приведены результаты практического применения описанного выше алгоритма на примере расчета оптимальных режимов нагрева для заготовки в виде сложной крестообразной пространственной фигуры. Трехмерное изображение детали показано на рис. 6.

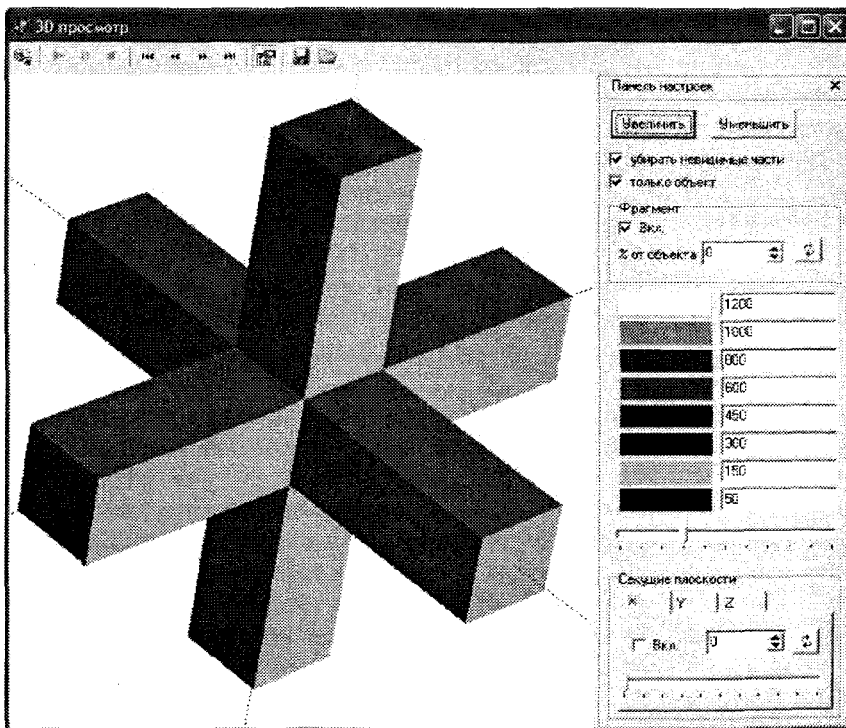


Рис. 6. Внешний вид нагреваемого объекта «Крест»

Рассчитывали наискорейший режим нагрева и режим с минимальным окалинообразованием. Заготовку выбирали изготовленную из стали марки 110ГВЛ с теплофизическими характеристиками, являющимися функциями от температуры слитка. Начальная температура объекта принималось равной $T_{obj}^{start} = 60^{\circ}\text{C}$, требуемая (конечная) температура

$T_{obj}^{finish} = 1300^{\circ}\text{C}$. Оптимальные кривые нагрева находили для диапазона [60, 1200]. Представленный диапазон был разбит на $M=114$ частей. Максимальное число температурных зон $N=50$. Протяженность каждой зоны $l=1$ м. Скорость движения заготовки вдоль рабочего пространства печи считалась постоянной и равной $v=0,002$ м/с. Компьютерные расчеты проводили при пространственном шаге $h_x = h_y = h_z = 0,01$ м и временном шаге $\eta=1$ с. Пространство печи принималось заполненным воздухом со следующими теплофизическими характеристиками: $\lambda=0,034$ Вт/(м·К), $c=1009$ Дж/(кг·К), $\rho=1,29$ кг/м³.

При поиске оптимальных режимов использовали температурные ограничения:

$$\Delta T = \begin{cases} 50^{\circ}\text{C} & \text{при } T_{\text{печи}} < 350^{\circ}\text{C}, \\ 70^{\circ}\text{C} & \text{при } 350^{\circ}\text{C} \leq T_{\text{печи}} < 700^{\circ}\text{C}, \\ 100^{\circ}\text{C} & \text{при } 700^{\circ}\text{C} \leq T_{\text{печи}} < 1200^{\circ}\text{C}, \\ 40^{\circ}\text{C} & \text{при } 1200^{\circ}\text{C} < T_{\text{печи}}, \end{cases} \quad (8)$$

где ΔT – допустимая разность температур между поверхностью и центром заготовки, $^{\circ}\text{C}$, $T_{\text{печи}}$ – температура печной атмосферы, $^{\circ}\text{C}$.

При поиске наискорейшего режима нагрева массу ребер рассчитывали по формуле (5), а при поиске режима с минимальным окалинообразованием – по формуле (6). По каждому из найденных оптимальных режимов был проведен расчет образовавшейся окалины на поверхности заготовки. Максимальная величина окалины при наискорейшем нагреве составляет 88,42 мг/см², а для режима с минимальным окалинообразованием – 69,49 мг/см². Температурно-временные кривые рассчитанных режимов, а также динамика окалинообразования для каждого из режимов нагрева приведены на рис. 7.

Таким образом, представленный алгоритм позволяет искать оптимальные режимы нагрева заготовок по различным критериям при ступенчатом многозонном нагреве. Для поиска оптимальных режимов в алгоритме использует-

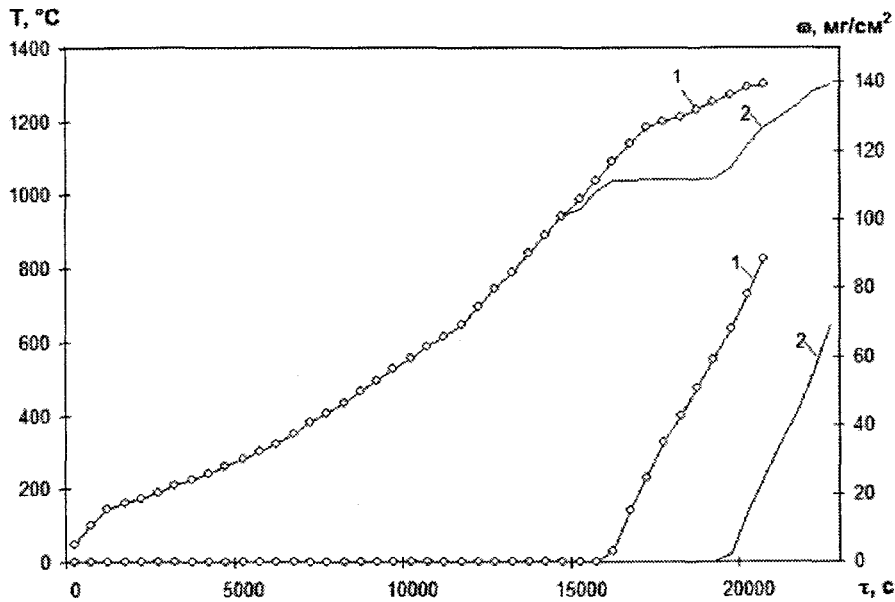


Рис. 7. Динамика изменения температуры и роста окалины при нагреве объекта типа «Крест» по наискорейшему режиму (1) и режиму с минимальным окалинообразованием (2)

ся идея оптимальных маршрутов на графах. Алгоритм также позволяет учитывать температурные ограничения, накладываемые на нагрев заготовки. Результаты проведенного вычислительного эксперимента демонстрируют пути использования теории графов для разработки алгоритмов оптимизации режима нагрева.

Литература

1. Тимошпольский В.И., Самойлович Ю.А., Трусова И.А. и др. Стальной слиток. Нагрев / Под общей ред. В.И. Тимошпольского и Ю.А. Самойловича. Мн.: Белорусская наука, 2000.
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Дейкстры.
3. Чичко А.Н., Бороздин А.С. Численное моделирование процесса нагрева движущегося слитка // Литье и металлургия. 2003. №4. С. 59–62.
4. Чичко А.Н., Бороздин А.С. Математические модели для численного анализа процессов окалинообразования при нагреве движущихся слитков // Литье и металлургия. 2004. №1. С. 60–64.
5. Чичко А.Н., Андрианов Н.В., Бороздин А.С., Тищенко В.А. О путях численного анализа высокотемпературного окисления движущихся слитков в печах со ступенчатым нагревом // Литье и металлургия. 2004. №3. С. 145–152.
6. Чичко А.Н., Бороздин А.С. Математические модели расчета термоупругих характеристик слитка при многоступенчатом нагреве // Литье и металлургия. 2005. №1. С. 61–65.
7. Чичко А.Н., Андрианов Н.В., Бороздин А.С. Компьютерная система «ПроТерм-1n»- для моделирования процессов ступенчатого нагрева стальных слитков // Сталь. 2005. №11. С. 66–71.