УДК 629.113.002.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ (КУЗОВНОЙ) ПОВЕРХНОСТИ

Фулади Реза, Андриянчик А.А.
Научный руководитель – Рейзина Г.Н., д. ф.-м. наук, профессор

Развитие теории математического моделирования привело к появлению инженерных задач, к которым относится моделирование технических систем. Рассмотрим метод построения одной математической модели – технической поверхности. Поверхность ищем в виде полинома двух переменных, приближающего к заданной экспериментальной зависимости по определенному критерию.

<u>Постановка задачи</u>

Даны *к* точек пространства своими декартовыми координатами x_i , y_i , z_i (где *i*= 1,2,3, …,k). Абсциссы и ординаты этих точек принадлежат области G. Требуется построить поверхность *z=p(x,y)*, где *p(x,y)*_ полином *n*-ой степени, выпуклый в области G и проходящий наиболее близко к заданным точкам.

Прикладной характер - это эластичный лист, принявший форму капота, должен представлять собой математическую поверхность. отклонения которой от экспериментальных точек должны быть одного знака, например, положительными.

В общем виде:

$$z = \sum a_{pq} x^p y^q \tag{1}$$

где $a_{p,q}$ - неопределенные коэффициенты; *P* и *q* - целые неотрицательные числа.

Под отклонением h_i экспериментальной точки $M_i(x_i, y_i, z_i)$ от полинома (1) будем понимать величину

$$h_i = z_i - \sum a_{p,q} x_i^p y_i^q \geq 0 \tag{2}$$

Требуется найти неопределенные коэффициенты $a_{p,q,}$ при которых функция

$$F = \sum_{i=1}^{k} h_i \tag{3}$$

принимала бы наименьшее значение.

Одним из основных условий в решении этой задачи является определение формы многочлена (1) с неопределенными коэффициентами, который был бы выпуклым в области G. Известно [1,2], что необходимым и достаточным условием выпуклости поверхности является неравенство:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}\right)^2>0 \qquad (4)$$

с учетом непрерывных вторых частных производных.

Из выражения (4) непосредственно следует, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ должны быть одного знака.

Для построения поверхности ориентировочно примем модель капота, на которой выбрано несколько фиксированных точек.

№	1	2	3	4	5	6
x	0	2	1	0	0	1.5
y	0	0	6	6	4	4
z	0	1	2	2	1	1.5

Строим выпуклый многочлен, аппроксимирующий экспериментальные точки в смысле минимума суммы положительных отклонений. Аппроксимирующий многочлен быть таким, чтобы в сечении плоскостью *yOz* была кубическая кривая; в сечении плоскостью *xOz* – парабола; в сечении плоскостью *y* =6 – прямая.

Аппроксимирующий полином будем искать в виде

$$Z = ax^2(6-y)^2+b(6-y)^3+cy^3+dy^2+(e-f)y+g_1-g_2, \qquad (5)$$

где a, b, c, d, e, f, g_1, g_2 — неотрицательные неопределенные коэффициенты.

Многочлен (5) удовлетворяет требованиям поставленной задачи в указанных сечениях. Чтобы этот многочлен был выпуклым, необходимо и достаточно выполнения условия (4).

После преобразований аппроксимирующий многочлен имеет вид:

$$ax^2+3b(6-y)+3cy+d-4ax^2>0\,.$$

Отсюда

$$18b+d+3cy-3by-3ax^2>0\,. \qquad (6)$$

Функция $18b+d+3cy-3by$ — монотонная и поэтому принимает наибольшее и наименьшее значения па концах интервала (0,6). Эти значения таковы: $18b+d$ при *y=0*; $18c+d$ при *y=6* Функция $3ax^2$

принимает в точках капота наибольшее значение при *x=2*, т.е. *12a*. Поэтому потребуем выполнения неравенств:

$$\begin{cases} 18b + d - 12a \geq 0; \\ 18c + d - 12a \geq 0. \end{cases} \qquad (7)$$

При выполнении этих неравенств будет выполняться неравенство (6) и, следовательно, полином (5) будет выпуклым.

Теперь можно переходить непосредственно к аппроксимационной задаче.

Запишем отклонения (2) экспериментальных точек (табл.1) от полинома (5):

$$\begin{cases} h_1 = -(216b + g_1 - g_2); \\ h_2 = 1 - (144a + 216b + g_1 - g_2); \\ h_3 = 2 - (216c + 36d + 6e - 6f + g_1 - g_2); \\ h_4 = 2 - (216c + 36d + 6e - 6f + g_1 - g_2); \\ h_5 = 1 - (8b + 64c + 16d + 4e - 4f + g_1 - g_2); \\ h_6 = 1.5 - (9a + 8b + 64c + 16d + 4e - 4f + g_1 - g_2); \end{cases} \qquad (8)$$

Решив данную систему уравнений симплекс-методом, получим данные:

a	*B*	*C*	*d*	*E*	*f*	g_1	g_2
0.03	*0*	*0*	*0.04*	*0.08*	*0*	*0*	*0*
h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8
0	*0.5*	*0*	*0*	*0*	*0.46*	*0*	*0*

Подставив полученные значения в уравнении (5), получим:

$z = 0.003x^2 + (6 - y)^2 + 0.04y^2 + 0.08y$

Используя математический пакет MathLab14, строим искомую поверхность

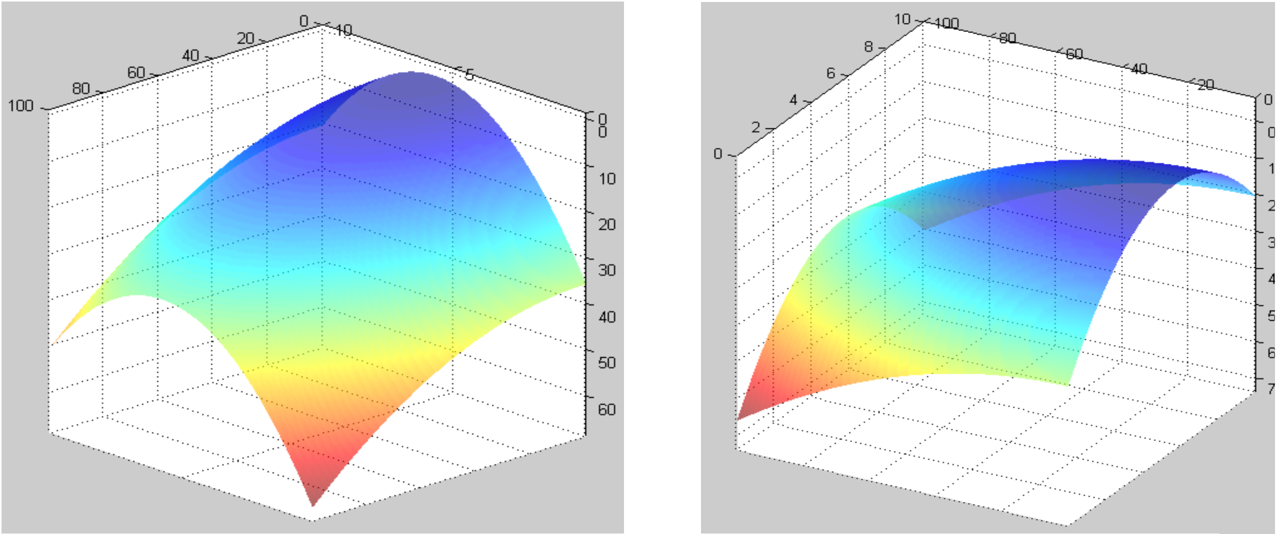

Рисунок 1. Кузовная поверхность (передняя часть кузова).

Методика моделирования и построения поверхности позволит снизить энергозатраты на производственное оборудование при изготовлении кузовных поверхностей.

Литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, Т.2, Наука, М., 1970.

2. Карпелевич Ф.И., Садовский Л.Е. Элементы линейной алгебры и линейного программирования, Наука, М., 1987.

УДК 519.245

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Белая О. В., Жидиков Г. А.
Научный руководитель – Метельский А. В., д. ф.-м. н., профессор.

Сущность метода Монте-Карло [1] состоит в следующем: требуется найти значение a некоторой исследуемой величины. Для этого выбирают случайную величину U с известным законом распределения, математическое ожидание которой равно a

$$M(U) = a.$$

Производят n независимых испытаний, в результате которых получают n значений случайной величины U. Вычисляют выборочную среднюю