

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ, ПИТАЮЩИХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Кандидаты техн. наук, доценты **СТРИЖНЕВ А. Г.**, **ПЕТРЕНКО Ю. Н.**,
инж. **ЛЕДНИК Г. В.**

Белорусский национальный технический университет

Для питания электродвигателя переменного тока используют различные типовые формы напряжений. К ним относят (рис. 1) неполную синусоиду, одно- и многократную ШИМ последовательность [1, 2].

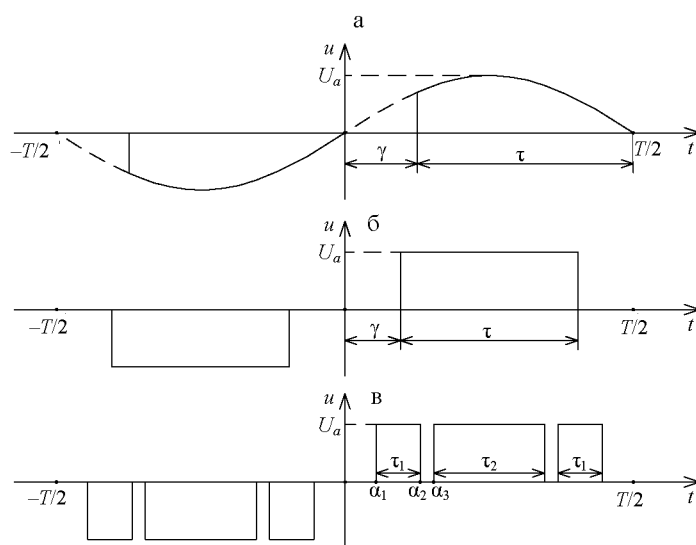


Рис. 1. Типовые формы напряжений: а – неполная синусоида; б – однократная ШИМ последовательность; в – многократная ШИМ последовательность

Типовые напряжения отличаются не только формой, но и гармоническим составом, который требуется определить и проанализировать.

Напряжение неполной синусоидальной формы. Напряжение неполной синусоидальной формы (рис. 1а) содержит в полупериоде одну неполную полуволну и характеризуется параметрами: τ – длительность укороченной полуволны; $\gamma = \frac{T}{2} - \tau$ – пауза между укороченными полуволнами;

$\omega = 2\pi/T$ – частота следования.

Напряжение (рис. 1а) может быть представлено рядом Фурье [3]

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (1)$$

где $U_n = \frac{a_n}{\sin \varphi_n}$ – амплитуда гармоники; $\varphi_n = \arctg(a_n / b_n)$ – начальная фаза;

за; $a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos n\omega t dt$; $b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin n\omega t dt$ – коэффициенты; n – номер гармоники ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Для напряжения (рис. 1а) определены коэффициенты [4]:

$$a_1 = -\frac{2U_a \sin^2 \omega \gamma}{T \omega};$$

$$a_n = \frac{U_a (1 - \cos n\pi)}{T \omega} \left\{ \frac{[1 - \cos(1-n)\omega \gamma]}{n-1} - \frac{[1 - \cos(1+n)\omega \gamma]}{n+1} \right\};$$

$$b_1 = U_a \left(1 - \frac{2\gamma}{T} + \frac{\sin 2\omega \gamma}{T \omega} \right); b_n = \frac{U_a (1 - \cos n\pi)}{T \omega} \left[\frac{\sin(1+n)\gamma \omega}{1+n} - \frac{\sin(1-n)\gamma \omega}{1-n} \right]. \quad (2)$$

Регулирование скорости электродвигателя можно осуществить путем изменения длительности укороченной полуволны

$$\tau^* = \frac{T}{2q}, \quad (3)$$

где q – параметр регулирования ($q = 1-\infty$).

При этом происходит изменение паузы γ^* между укороченными полуволнами

$$\gamma^* = \frac{T}{2} - \tau^* = \frac{T(q-1)}{2q}. \quad (4)$$

Подставляя формулу (4) в выражения (2), получим:

$$a_1 = -\frac{U_a}{\pi} \sin^2 \left(1 - \frac{1}{q} \right) \pi; b_1 = U_a \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{2\pi} \sin \left(1 - \frac{1}{q} \right) 2\pi \right);$$

$$a_n = \frac{U_a (1 - \cos n\pi)}{2\pi} \left\{ \frac{1}{n-1} \left[1 - \cos(1-n) \left(1 - \frac{1}{q} \right) \pi \right] - \frac{1}{n+1} \left[1 - \cos(1+n) \left(1 - \frac{1}{q} \right) \pi \right] \right\};$$

$$b_n = \frac{U_a (1 - \cos n\pi)}{2\pi} \left\{ \frac{1}{n-1} \left[\sin(1-n) \left(1 - \frac{1}{q} \right) \pi \right] + \frac{1}{n+1} \left[\sin(1+n) \left(1 - \frac{1}{q} \right) \pi \right] \right\}. \quad (5)$$

Используя выражения (1), (5), с помощью системы MathCad построен график (рис. 2а), из которого следует, что в диапазоне регулирования ($q = 1-6$) присутствуют только нечетные гармоники с номерами $n = 1, 3, 5$. Ближайшая к основной гармоника с номером $n = 3$ имеет амплитуду не более 33 %, а гармоника с номером $n = 5$ – не более 14 %. Гармоники с номерами $n = 3, 5$ в начале регулирования ($q = 1-1,4$) имеют отрицательную амплитуду и ослабляют действие основной первой ($n = 1$) гармоники. Гармоники, начиная со второй, имеют частоты, кратные их номеру n относительно частоты ω первой основной гармоники. Глубину регулирования для данной формы напряжения можно оценить параметром ($q_P \approx 2,25$), при котором амплитуда первой гармоники уменьшается на 50 %.

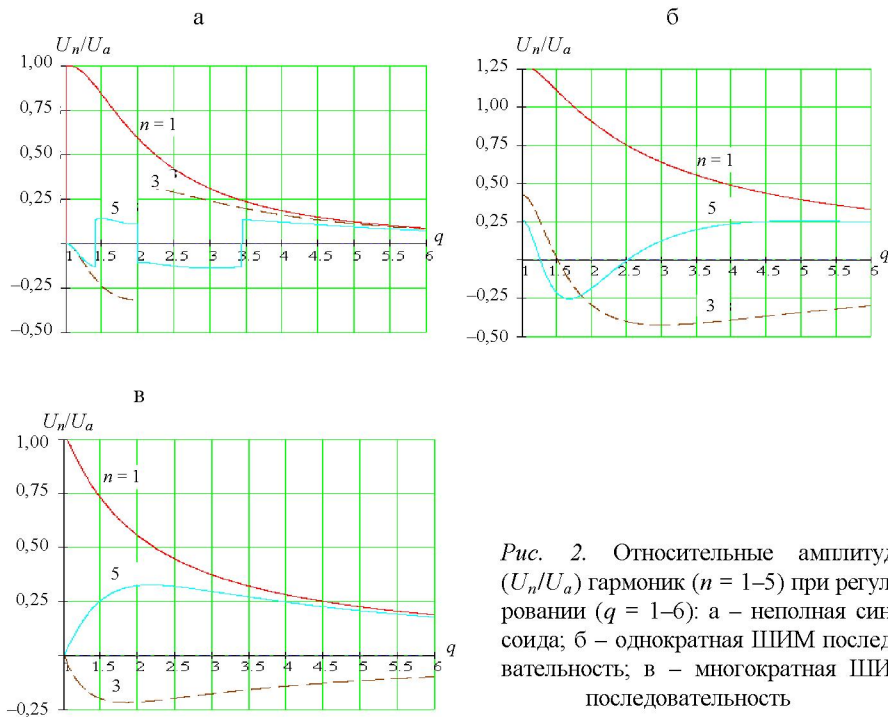


Рис. 2. Относительные амплитуды (U_n/U_a) гармоник ($n = 1-5$) при регулировании ($q = 1-6$): а – неполная синусоида; б – однократная ШИМ последовательность; в – многократная ШИМ последовательность

Напряжение однократной ШИМ последовательности (рис. 1б) содержит в полупериоде один импульс постоянной амплитуды U_a и характеризуется параметрами: $\gamma = T/4 - \tau/2$ – фазовый угол ШИМ импульса, отсчитанный от начала полупериода; τ – длительность ШИМ импульса; $\omega = 2\pi/T$ – частота следования.

Напряжение (рис. 1б) может быть представлено рядом Фурье (3)

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin n\omega t, \quad (6)$$

где U_n – амплитуда гармоники; n – номер гармоники ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Выражение для определения амплитуды n -й гармоники

$$U_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} U_a \sin n\omega t dt = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\omega \tau_i}{2}. \quad (7)$$

Регулирование скорости электродвигателя можно осуществить путем изменения длительности импульсов (ШИМ регулирование)

$$\tau^* = \frac{T}{2q}, \quad (8)$$

где q – параметр регулирования ($q = 1-\infty$).

Подставляя формулу (8) в (7), получим выражение для определения амплитуды n -й гармоники при регулировании

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \sin \frac{n\pi}{2q}. \quad (9)$$

С помощью системы MathCad и выражения (9) построен график (рис. 2б), из которого следует, что в диапазоне регулирования ($q = 1-6$) присутствуют только нечетные гармоники с номерами $n = 1, 3, 5$. Ближайшая к основной гармоника с номером $n = 3$ имеет начальную амплитуду не более 43 %, а гармоника с номером $n = 5$ – не более 26 %. В начале регулирования ($q = 1$) амплитуда 1-й гармоники превышает на 27 % номинальное значение, что не всегда допустимо. Целесообразно начинать регулирование со значения параметра $q = 1,5$, при котором начальная длительность импульса $\tau^* = T/3$ и амплитуда 1-й гармоники всего на 11 % превышает номинальное значение. Гармоники, начиная со второй, имеют частоты, кратные их номеру n относительно частоты ω первой основной гармоники. Глубину регулирования можно оценить параметром ($q_p \approx 3,8$), при котором амплитуда первой гармоники уменьшается на 50 %. У данной формы напряжения показатель глубины регулирования лучше, чем у неполной синусоиды ($q_p \approx 2,25$).

Напряжение многократной ШИМ последовательности. Напряжение, имеющее форму многократной ШИМ последовательности, в общем виде в полупериоде содержит два и более импульса постоянной амплитуды и различной длительности. Существуют различные формы многократной ШИМ последовательности [2], к одной из которых относят многократную неравномерную ШИМ. Отличительной особенностью данной ШИМ является то, что для исключения высших гармоник низкого порядка фронты импульсов выходного напряжения нужно формировать в определенных специально подобранных некратных углах (долях полупериода). При этом число исключаемых из спектра высших гармоник, ближайших к основной, будет примерно равно количеству импульсов, содержащихся в полупериоде повторения неравномерной ШИМ последовательности.

Для примера рассмотрим неравномерную однополярную ШИМ последовательность (рис. 1в) с тремя импульсами ($\alpha_1 = 22^\circ 43'$; $\alpha_2 = 37^\circ 51'$; $\alpha_3 = 46^\circ 49'$) в полупериоде [2].

Последовательность ШИМ импульсов (рис. 1в), имеющих постоянную амплитуду U_a , характеризуется параметрами: $\gamma_i = \varphi_i - \tau_i / 2$ – фазовый угол i -го ШИМ импульса, отсчитанный от начала полупериода; φ_i – центральный фазовый угол i -го ШИМ импульса, отсчитанный от начала полупериода; τ_i – длительность i -го ШИМ импульса; $\omega = 2\pi/T$ – частота следования.

Многократная ШИМ последовательность (рис. 1в) может рассматриваться как сумма однократных ШИМ последовательностей, для которой ряд Фурье

$$u(t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin n\omega t, \quad (10)$$

где U_n – амплитуда гармоники; n – номер гармоники ($n = 1, 2, 3, \dots$); i – номер импульса в полупериоде ($i = 1, 2, 3$).

Используя (7)–(9) применительно к формуле (10), получим выражение для определения амплитуды n -й гармоники при регулировании

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \left[\sin n\omega\tau_1 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} + \sin n\omega\varphi_2 \sin \frac{n\omega\tau_2^*}{2} + \sin n\omega\varphi_3 \sin \frac{n\omega\tau_1^*}{2} \right], \quad (11)$$

где $\omega = 2\pi/T$; $\varphi_1 = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)/2 = 30,283^\circ = 0,084T$; $\varphi_2 = 90^\circ = 0,25T$; $\varphi_3 = 180^\circ - \varphi_1 = 149,717^\circ = 0,416T$; $\tau_1^* = \tau_1/q$; $\tau_2^* = \tau_2/q$; $\tau_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) = 15,133^\circ = 0,042T$; $\tau_2 = 2(90^\circ - \alpha_3) = 86,033^\circ = 0,239T$.

После подстановки и несложных преобразований (11) примет вид

$$U_n^* = \frac{4U_a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \left[2 \sin \frac{0,042n\pi}{q} \cos 0,332n\pi + \sin \frac{0,239n\pi}{q} \right]. \quad (12)$$

С помощью системы MathCad и выражения (12) построен график (рис. 2в), из которого следует, что в диапазоне регулирования ($q = 1-6$) присутствуют только нечетные гармоники с номерами $n = 1, 3, 5$. Ближайшая к основной гармоника с номером $n = 3$ имеет амплитуду не более 22 %, а гармоника с номером $n = 5$ – не более 32 %. Гармоники, начиная со второй, имеют частоты, кратные их номеру n относительно частоты первой ω основной гармоники. Глубину регулирования можно оценить параметром ($q_P \approx 2,25$), при котором амплитуда первой гармоники уменьшается на 50 %. У данной формы напряжения показатель глубины регулирования такой же, как у неполной синусоиды ($q_P \approx 2,25$).

Оценка качества различных форм напряжений. Качество выходного напряжения, т. е. приближение его формы к синусоидальной, принято характеризовать коэффициентом несинусоидальности [2]

$$K_{нс} = \frac{U_{\text{ВЫХ } 1}}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_{\text{ВЫХ } n}^2}}, \quad (13)$$

где $U_{\text{ВЫХ } 1}$ – амплитуда напряжения основной (первой) гармоники; $U_{\text{ВЫХ } n}$ – то же высшей гармоники.

С помощью выражения (13) для гармоник, имеющих номера $n = 1-5$, построен график (рис. 3), из которого следует, что в процессе регулирования коэффициент несинусоидальности не остается постоянным, а изменяется. В начале регулирования ($q = 1-1,3$) напряжение неполной синусоиды (рис. 3, кривая 1) имеет большее значение коэффициента $K_{нс}$, которое затем уменьшается. При дальнейшем регулировании ($q = 1,3-4,7$) большее значение коэффициента $K_{нс}$ имеет однократная ШИМ последова-

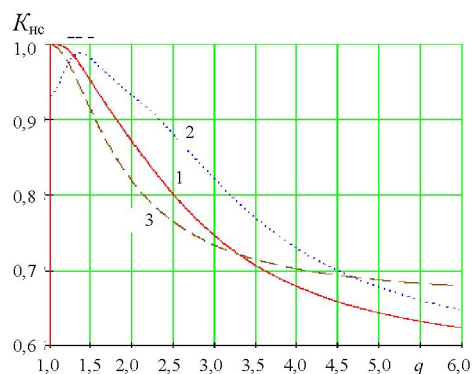


Рис. 3. Коэффициент несинусоидальности при регулировании ($q = 1-6$): 1 – неполная синусоида; 2 – однократная ШИМ последовательность; 3 – то же многократная

тельность (рис. 3, кривая 2). Многократная неравномерная ШИМ последовательность (рис. 3, кривая 3) имеет большее значение коэффициента $K_{нс}$ в сравнении с напряжением однократной ШИМ последовательности при регулировании в пределах $q = 1-1,25$ и $q = 4,7-6,0$.

ВЫВОД

Предлагаемый подход позволяет не только определить гармонический состав типовых форм напряжений, питающих обмотки электродвигателя переменного тока, но и провести их сравнительный и качественный анализ. Полученные выражения амплитуды n -й гармоники при регулировании можно использовать для моделирования работы электродвигателя переменного тока.

ЛИТЕРАТУРА

1. К о в ч и н, С. А. Теория электропривода: учеб. для вузов / С. А. Ковчин, Ю. А. Сабинин. – СПб.: Энергоатомиздат, 1994. – 496 с.
2. М о и н, В. С. Стабилизированные транзисторные преобразователи / В. С. Моин. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 376 с.
3. Б а с к а к о в, С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. для вузов по спец. «Радиотехника»; 2-е изд., перераб. и доп. / С. И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.
4. Б р о н ш т е й н, И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука., 1964. – 608 с.
5. С т р у к т у р ы систем управления автоматизированным электроприводом / О. П. Ильин [и др.]. – Минск: Наука и техника, 1978. – 368 с.

Представлена кафедрой
информационных систем
и технологий МИДО

Поступила 10.05.2010

УДК 621.311

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАСХОДА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ НА ЕЕ ТРАНСПОРТИРОВКУ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ БЛОК-СТАНЦИЙ

Канд. техн. наук, доц. ПАВЛОВЕЦ В. В.

Белорусский национальный технический университет

При финансовых расчетах за электроэнергию между электроснабжающей организацией и потребителем (абонентом), имеющим на своем балансе собственную электростанцию (блок-станцию) и осуществляющим перетоки электроэнергии в обоих направлениях в пределах расчетного периода при распо-