

Несмотря на то что данные фигуры называются невозможными, с помощью компьютера можно их изобразить в плоскости. Благодаря этому данные фигуры нашли широкое применение в рекламе, в дизайне одежды, интерьере дома. А зарубежные скульптуры смогли создать статуи данных невозможных фигур (рис. 5). Однако это всего лишь оптическая иллюзия, которая дает возможность взглянуть на многие вещи под другим углом.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Необычные треугольники в жизни Школьный курс геометрии [сайт]: – URL: <https://ab.al-shell.ru/articles/neobychnye-treugolniki-v-zhizni> (дата обращения 10.05.2023)

2. Удивительные фигуры-Невозможный мир[сайт] // Дж. Тимоти Анрах- статья // Приключения с невозможными фигурами.: – URL: <https://im-possible.info/russian/articles/unruch/part1.html>

3. Широухов А.В., Тищенко И.В., Брыкова Л.В. Исследование с помощью компьютерного моделирования тора, цилиндра и конуса как частные случаи циклоиды Дюпена / Вестник Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России. №1. Издательство: СПб УГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2019, с.69-75. (дата обращения 10.05.2023)

УДК 539.3

*Мойсейчик А.Е.<sup>1</sup>, Яковлев А.А.<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>ЗАО «Струнные технологии», г. Минск, Республика Беларусь*

*<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет,  
г. Минск, Республика Беларусь*

## РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ ИЗ СТАЛИ ПРИ ИХ НАГРУЖЕНИИ

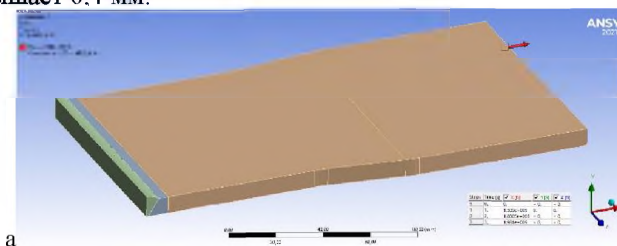
Рассматриваемый тип связанных термопластических задач можно решать методом конечных элементов (с учетом нелинейных деформаций) [1, 2]. На твердотельных моделях, соответствующих физическим прототипам, можно установить поведение пластичной стали в зонах с конструктивно-технологическими дефектами, моделировать неравномерность напряженно-деформированного состояния, исследовать накопление удельной энергии деформации в материале и проследивать изменение механических характеристик стали при переходе от пластичного состояния стали к хрупкому в

опасном сечении. Ряд ученых (Л. Жильмо, И. А. Одинг, В. С. Иванова и др.) в своих исследованиях [3 - 5] показали, что предельная величина удельной энергии деформации является постоянной для данного материала величиной при конкретной температуре и может рассматриваться как критерий прочности материала. Ранее П. Людвиг установил, что величина предельной энергии деформации существенно зависит от наличия концентраторов в образце, которые приводят к изменению энергии его разрушения.

Поэтому процессы деформирования, накопления удельной энергии деформации и теплообразования в моделях будем исследовать с использованием конечно-элементного анализа и программного комплекса ANSYS.

Для построения твердотельных моделей образцов воспользуемся программой геометрического моделирования SolidWorks. На рисунке 1а в качестве примера приведена геометрическая форма моделируемого образца. Модель имеет свой прототип в виде стальной пластины шириной 100 мм и толщиной 7,7 мм, состоящей из двух соединенных сварным лобовым швом деталей, с соответствующей вариацией концентраторов напряжения. Выполненную модель сохраняем в формате «.x\_t» (формат Parasolid), который впоследствии используется для импорта модели в ANSYS.

При создании конечно-элементной сетки в препроцессорной подготовке с использованием функции автоматического разбиения могут возникать ошибки. Поэтому для их минимизации выбираем оптимальную форму конечного элемента и его размеры. В местах значительных градиентов напряжений формируем более мелкую сетку. При создании сетки избегаем элементов с очень острыми углами в вершине. Вид используемой конечно-элементной сетки принятого образца представлен на рисунке 1б. Представленная модель выполнена из 20-ти узловых гексаэдральных элементов с измельчением элементов в области выточки. Размер конечных элементов в области концентрации не превышает 0,4 мм.





б

Рис. 1 Вид твердотельной модели сварной пластины (а) и ее конечно-элементной сетки (б)

Также на ход анализа влияет правильность задания нагрузок, граничных условий и других факторов [1, 2]. В процессе расчетов используется критерий (теория) прочности Губера-Мизеса, который позволяет достаточно точно прогнозировать появление стадии пластичности для упруго-пластического моделирования [1, 2] и удовлетворительно отображает предельное состояние пластичных сталей [6].

Материал расчетной модели наделялся следующими характеристиками:

- плотность материала 7850 кг/м<sup>3</sup>;
- модуль Юнга:  $E = 1,94 \cdot 10^{11}$  Па;  $E_1 = 480$  МПа;
- коэффициент Пуассона 0,3;
- теплопроводность 46 Вт/(м\*К);
- теплоемкость 490 Дж/(кг\*К);
- коэффициент Тэйлора-Квинни  $\beta = 0,9$ ;
- билинейная диаграмма растяжения (рисунок 2).

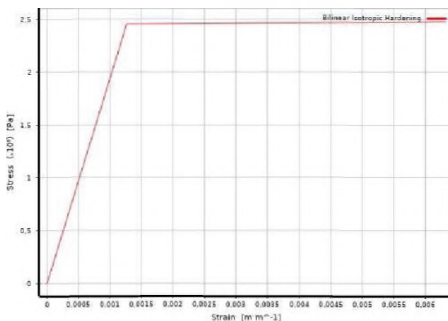


Рис. 2 Билинейная диаграмма стали

Для расчета использовались данные истинной диаграммы растяжения, которую получали из условной для стадии равномерного

деформирования образца, исходя из условия неизменности объема материала при пластическом деформировании. Истинная пластическая деформация определялась по выражению  $\varepsilon = \ln \frac{S_0}{S}$ , где  $S_0, S$  – начальная и текущая площадь поперечного сечения. Значения экспериментальных данных преобразовывались в истинные с помощью формул:

$$\sigma = \sigma_0 / (1 + \Delta l / l_0)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \Delta l / l_0)$$

где  $\sigma$  и  $\sigma_0$  – напряжения истинные и экспериментальные,  $\varepsilon$  – истинные деформации.

Для расчета истинная диаграмма представлялась в табличной форме. В стадии пластической работы сталь подвергается значительным деформациям. Программа ANSYS позволяет учитывать деформирование материалов при их нелинейном поведении. Разработчики ANSYS рекомендуют считать большими нелинейными деформациями для подключения функции Large Displacement те, что превышают пять процентов, в некоторых случаях – меньшие деформации [1, 2]. При расчете учитываем следующие факторы: 1) увеличивающаяся с постоянным шагом нагрузка, с максимальным значением, соответствующим достижению предела прочности в области концентрации с точностью до 0.5% от  $\sigma_b$ , и 2) жесткое защемление другого торца образца (в декартовой системе координат). Нагрузку прикладываем к свободному торцу образца (соответствует закреплению в подвижной траверсе испытательной машины). Для корректного решения в настройках решателя включалась опция учета больших деформаций (Large Displacement Static). В процессе расчета получали поля эквивалентных деформаций, напряжений, плотности энергии и деформационных температур при упруго-пластическом деформировании модели. На рисунке 3 приведены поля эквивалентных деформаций и напряжений при действии центрально растягивающей силы 198,21 кН.

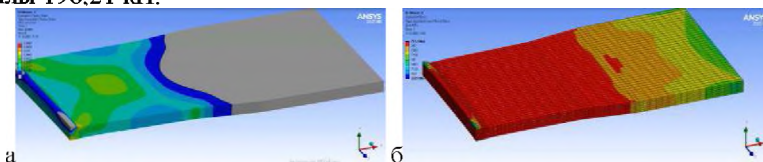


Рис. 3 Эквивалентные деформации (а) и напряжения (б) при пластическом деформировании модели растягивающем усилием 198,21 кН

Основное тепло при деформировании стальных элементов

выделяется в пластической стадии работы металла. Расчет такого тепла предусмотрен в конструкции конечного объемного элемента SOLID226 (рисунок 4) ПК ANSYS. Этот элемент поддерживают эффект пластического тепловыделения, который проявляется в росте температуры в процессе пластических деформаций при преобразовании части пластической работы в тепло.

Элемент представляет 20 – узловый гексаэдр с узлами в вершинах и посреди ребер. При решении упруго-пластической задачи вычисляются значения для каждого узла элемента, что требует значительных временных ресурсов. Для увеличения скорости расчета связанных в ANSYS предусмотрено уменьшение количества точек интегрирования в настройках элемента (KEYOPT(6)=1).

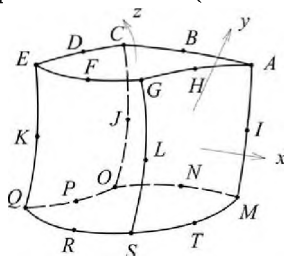


Рис. 4 Геометрия конечного элемента SOLID226 с расположением узлов в точках

При расчете пластического тепловыделения в ANSYS используется плотность теплового потока в пластической стадии [1, 2], определяемая по выражению (1):

$$\dot{Q}^p = \beta \dot{W}^p \quad (1)$$

где величина  $\beta \leq 1$  - доля пластической работы преобразуемая в тепло, известная как коэффициент Тэйлора–Квинни.

$$\dot{W}^p = \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}^p\} \quad (2)$$

где  $\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \sigma_{xy} \sigma_{yz} \sigma_{xz}\}^T$ ;  $\{\dot{\epsilon}^p\} = \{\dot{\epsilon}_x^p \dot{\epsilon}_y^p \dot{\epsilon}_z^p \dot{\epsilon}_{xy}^p \dot{\epsilon}_{yz}^p \dot{\epsilon}_{xz}^p\}^T$ ;  $\{\sigma\}$ - вектор напряжений;  $\{\dot{\epsilon}^p\}$ - вектор скорости пластических деформаций.

В расчетах коэффициент Тэйлора-Квинни  $\beta$  принимают равным постоянной величине, например, 0,9. Однако исследования показывают, что коэффициент Тейлора-Куинни следует рассматривать как переменную. Это актуально для сталей, в которых происходят фазовые превращения при деформации. Также  $\beta$  зависит от скорости деформации и напряженного состояния.

Связанное уравнение движения и уравнение сохранения теплового

баланса в матричном виде представляется [1, 2]:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{T}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [C^t] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & [K^t] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{T\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} + \{Q^p\} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где  $[M]$  – матрица масс конечного элемента,  $[C]$  – матрица демпфирования,  $[K]$  – матрица жесткости элемента,  $\{u\}$  – вектор перемещений,  $\{F\}$  – сумма сил в узлах элемента и давления приложенного к элементу,  $[C^t]$  – тепловая матрица указанного элемента,  $[K^t]$  – матрица конвекционного рассеивания элемента,  $\{T\}$  – вектор узловых температур,  $\{Q^p\} = \int_V \dot{Q}_n^p \{N\} dV$  – пластическое теплообразование в элементе при нагружении,  $\{Q\}$  – суммарное тепловое воздействие (нагрузка) на элемент через его поверхность,  $\dot{Q}^p$  – изменение плотности пластического тепла элемента за шаг  $n$ , рассчитываемое с помощью ANSYS,  $\{N\}$  – функция формы элемента.

При работе стали в пластической стадии повышение температуры ( $\Delta T$ ) в исследуемых точках можно определить по формуле (с использованием ANSYS)

$$\Delta T = \beta \cdot \dot{W}^p / (C \cdot \rho), \quad (4)$$

где  $\Delta T$  – изменение температуры,  $\beta$  – коэффициент Тэйлора-Квинни (принят 0,9),  $\dot{W}^p$  – величина пластической работы в единице объема,  $C$  – удельная теплоемкость стали,  $\rho$  – плотность материала.

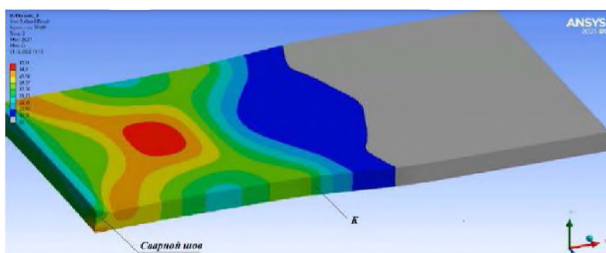


Рис. 5 Температурное поле поверхности модели исследуемого стального образца при центральном растяжении его усилием 198,21 кН

Расчет показал, что расположение зон с температурными аномалиями изменялось в процессе упруго-пластического деформирования модели. Так, первое повышение температуры произошло в окрестности точки «К» (рисунок 5). С ростом нагрузки нагрев в зоне «К» приостановился. С приближением напряжений в материале околошовной зоны к пределу текучести температурные

аномалии проявились у концов сварного шва. При достижении напряжением в рабочей зоне пластины 257,3 МПа наибольший нагрев локализовался в центральной части рабочей зоны (зона, отмеченная красным цветом на рисунке 5). Температура поверхностных точек материала изменялась в интервале от 22,0 °С до 25,3 °С.

Изложенное свидетельствует, что расчет изменения температуры стали образцов, выполненный в программном комплексе ANSYS с использованием конечного элемента SOLID226, подтверждает наличие зависимости между изменением напряженно-деформированного состояния в исследуемых точках модели и повышением температуры материала при упруго-пластическом деформировании. Выявленные в модельных образцах закономерности изменения зон расположения температурных аномалий при растяжении и диапазоны изменения температуры поверхности допускают экспериментальную проверку с использованием компьютерного термографирования.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Kohnke, P. Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications. Release 12.0. – Southpoint, USA: ANSYS, Inc., 1190 p.
2. Kohnke, P. ANSYS Mechanical APDL and mechanical applications theory reference. Release 15.0. – Southpoint, USA: SAS IP, Inc., 988 p.
3. Жильмо, Л. Характеристика свойств конструкционных сталей работой предельной деформации // В кн. Современные проблемы металлургии. М.: Издательство АН СССР, 1958. – С. 572 – 582.
4. Одинг, И. А. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность / И. А. Одинг. – М.: Машгиз, 1962. – 260 с.
5. Иванова, В. С. Природа усталости металлов / В. С. Иванова, В. Ф. Терентьев. – М.: Металлургия, 1975. – 456 с.
6. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии/Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. - Киев: Наукова думка, 1976. - 416 с.