

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ БССР  
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

Р.И.ФУРУНЖИЕВ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ  
МНОГОМЕРНЫХ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ  
ТРАНСПОРТНЫХ МАШИН

(Диссертация написана на русском языке)

(05.195 - автомобили и тракторы)

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Минск 1972

Работа выполнена на кафедре "Кибернетика и вычислительная техника" Белорусского ордена Трудового Красного Знамени политехнического института.

Научный консультант -  
доктор технических наук,  
профессор БЕЛЕНЬКИЙ Ю.Б.

Официальные оппоненты:  
доктор технических наук,  
профессор РОТЕНБЕРГ Р.В.  
(Москва)  
доктор технических наук,  
профессор ФРОЛОВ К.В.  
(Москва)  
доктор технических наук,  
профессор ИБАНИН В.Я.  
(Москва)

Ведущее предприятие -  
Минский ордена В.И.Ленина  
автомобильный завод

Автореферат разослан "    " апреля 1972 г.  
Защита намечается на 5 мая 1972 г.

Окончательная дата и время будут опубликованы в газете "Бечерний Минск" не позднее, чем за 10 дней до защиты.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Направляя Вам автореферат докторской диссертации кандидата технических наук, доцента Р.И.Фурунжиева, просим принять участие в заседании Ученого совета по присуждению ученых степеней Белорусского ордена Трудового Красного Знамени политехнического института.

Отзыв на автореферат (в двух экземплярах), заверенный печатью учреждения, просим направлять по адресу: Минск-27, Ленинский проспект, 65, Белорусский политехнический институт, Ученому секретарю Совета канд.техн.наук, доценту Кислову Н.В.

## В В Е Д Е Н И Е

Создание эффективных средств защиты от вибрации и ударов является одной из важных современных проблем для широкого класса объектов: наземных транспортных средств, летательных аппаратов, морских судов, гироскопических приборов и грузов, установленных на движущихся объектах, и др. В перечисленных случаях при определенном уровне вибрации могут оказывать вредное влияние на прочность, устойчивость, плавность хода и другие качества объектов. Поэтому максимальное снижение уровня вибрации является актуальной и важной задачей. Это может быть достигнуто соответствующим выбором параметров объекта или применением виброзащитных систем.

Поскольку интенсивность вибраций и ударов возрастает с увеличением скорости движения, развитие транспортных и других средств сопровождается непрерывным повышением требований к виброзащитным системам. Создание амортизирующих устройств, способных надежно защитить объекты от вибраций и ударов и обладающих при этом ограниченными размерами и весом, является достаточно сложной технической проблемой. В связи с этим особую важность приобретают теоретические и практические вопросы проектирования оптимальных виброзащитных систем.

Далее под вибрацией понимаются колебательные процессы, происходящие в механических системах, а под виброзащитной системой (ВС) — комплекс устройств, объединенных в общую систему и служащих для защиты объекта виброзащиты от внешних и внутренних возмущений.

В настоящее время для уменьшения динамических ходов и ускорений амортизированных объектов широко используются упругие элементы и амортизаторы с существенно нелинейными характеристиками. Поведение таких объектов описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. Сложный характер многомерных нелинейных стохастических виброзащитных систем и разнообразие условий их функционирования определяет необходимость системного подхода к решению общей задачи анализа и синтеза с широким применением электронных вычислительных машин (аналоговых и цифровых) на всех этапах исследования и проектирования.

Важной областью применения многомерных виброзащитных систем являются наземные многоопорные транспортные машины. Существенный

вклад в общую теорию динамического расчета колесных и гусеничных машин внесли советские ученые А.С.Антонов, Ю.Б.Беленький, Н.А.Бухарин, Б.В.Гольд, В.Л.Илларионов, А.С.Литвинов, В.В.Осепчугов, А.Н.Островцев, Я.М.Певзнер, Р.В.Ротенберг, Б.С.Фалькевич, А.К.Фрумкин, А.А.Хачатуров и другие.

Одной из важнейших систем, определяющих динамические качества колесных и гусеничных машин, является система поддрессирования (подвеска). Подвеска оказывает существенное влияние на все важнейшие технические и эксплуатационные качества транспортных машин: плавность хода, производительность, устойчивость, проходимость, маневренность, экономичность, надежность работы и другие. Качеством подвески сиденья водителя и всей машины определяются в значительной мере условия работы водителя. Поэтому вопрос о создании рациональной конструкции подвески относится к числу важнейших проблем автомобиле- и тракторостроения.

Различные аспекты виброзащиты транспортных машин широко представлены в работах Р.А.Акопяна, В.Я.Аниловича, В.Л.Афанасьева, Ю.Ю.Беленького, В.С.Васильева, В.А.Галашина, Д.В.Гельфгата, Г.П.Григоряна, А.И.Гришкевича, А.А.Груздева, Д.В.Гриценко, А.М.Горелика, Б.В.Гуськова, А.Д.Дербаремдикера, А.А.Дмитриева, Б.М.Додонова, В.П.Жихарева, В.Я.Иванина, Н.П.Имашевой, В.И.Кольцова, Д.М.Ломанко, А.А.Мельникова, А.Н.Останина, И.Г.Пархиловского, Д.А.Попова, О.К.Прутчикова, В.В.Путятина, А.А.Силаева, И.Ю.Скиндера, А.А.Тихонова, И.П.Успенского, В.Б.Цимбалина, Д.А.Чудакова, Н.Н.Яценко и других, а также в работах зарубежных ученых М.Апетатура, М.Жульене, Бурсье де Карбона, Д.Карноппа, Т.Каспики, А.Маркварда, А.Мичке, У.Савараги, А.Чиеза и других. Общие вопросы виброзащиты объектов и человека - оператора отражены в работах М.Э.Коловского, В.Б.Ларина, В.В.Гурецкого, В.С.Ильинского, Е.А.Потемкина, А.В.Синева, В.А.Троицкого, К.В.Фролова и др. Однако в существующей литературе не нашли отражения вопросы анализа существенно нелинейных стохастических многомерных виброзащитных систем при случайных возмущениях, а также вопросы их многопараметрической оптимизации. В настоящей работе делается попытка системного рассмотрения этих вопросов от стадии постановки задачи до ее решения.

Проведенное автором исследование многомерных стохастических виброзащитных систем базируется на фундаментальных работах Ю.Е.Беленького, А.А.Дмитриева, В.Я.Иванина, М.Э.Коловского, Я.М.Певзнера, Р.В.Ротенберга, А.А.Силаева, А.А.Хачатурова и Н.Н.Яценко.

В соответствии с состоянием проблемы реферлируемая работа посвящена:

- разработке теоретических основ проектирования оптимальных стохастических виброзащитных систем с максимальным учетом реальных условий их функционирования;
- составлению обобщенных математических моделей широкого класса сложных стохастических виброзащитных систем, случайных возмущений, нелинейностей систем и критериев эффективности;
- обоснованию наиболее рациональных методов автоматизации проектирования сложных стохастических виброзащитных систем с применением современных математических методов и электронных вычислительных машин;
- разработке комплекса алгоритмов и программ, облегчающих практическое использование разработанной теории;
- использованию предложенных методов и комплекса алгоритмов и программ для оптимизации параметров подвесок серийных и некоторых перспективных моделей тяжелых и сверхтяжелых транспортных машин Минского и Белорусского автозаводов.

Работа состоит из шести глав и приложения.

В первой главе рассматриваются математические модели многомерных виброзащитных систем и случайных возмущений.

Вторая глава посвящена аналитическому расчету нелинейных систем.

В третьей главе изложены вопросы вероятностного анализа нелинейных многомерных виброзащитных систем на ЦЕМ. Статистическому моделированию колебаний стационарных и нестационарных виброзащитных систем на аналоговых вычислительных машинах посвящена четвертая глава. В пятой главе рассмотрена многопараметрическая оптимизация сложных виброзащитных систем. Вопросы прикладного анализа и синтеза нелинейных виброзащитных систем многоопорных колесных и гусеничных машин с использованием идей и методов, изложенных в предыдущих главах, обсуждаются в шестой главе.

В приложении к диссертации приведен комплекс АЛЬФА-программ, который можно рассматривать как основу математического обеспечения задач автоматизированного проектирования сложных стохастических колебательных систем.

## I. Математические модели виброзащитных систем

Ориентируясь при постановке задачи на использование электронных вычислительных машин, в первой главе вместо упрощенных математических моделей выводятся и рассматриваются математические модели, максимально учитывающие все особенности работы сложных стохастических виброзащитных систем в условиях, максимально приближающихся к реальным.

Математические модели различных многомерных виброзащитных систем можно свести к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m, q_1, q_2, \dots, q_s, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l, t), \quad t_0 \geq 0, \quad x_i(t_0) = x_{i0},$$

$i = 1, 2, \dots, n$  (I.1)

или в векторно-матричной форме

$$\frac{dX}{dt} = F(X, Y, Q, \Lambda, t), \quad t \geq 0, \quad X(t_0) = X_0,$$

где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  - фазовые координаты объекта виброзащиты;  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  - параметры, подлежащие оптимизации;  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_s)$  - случайные функции, моделирующие внешние возмущения;  $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l)$  - величины, характеризующие случайные отклонения параметров системы от их номинальных значений (разброс параметров при изготовлении, отклонения, накопленные вследствие износа при эксплуатации и т.д.);  $X_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$  - начальные условия, являющиеся в общем случае также случайными величинами;  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  - вектор-функция нелинейных характеристик.

В диссертации приводится ряд математических моделей, достаточно полно учитывающих тонкую структуру нелинейных пространственных колебаний транспортных машин и водителя при случайных возмущениях, в том числе: система нелинейных дифференциальных уравнений 26-го порядка, описывающая пространственные колебания восьмиколесной машины и водителя (рис.1), система  $(10+4k)$ -го порядка для  $2k$  - опорных машин, системы для транспортных машин с рычажной,



рычажно-балансирной подвеской задних колес трехосных машин, задней гидропневматической подвеской на продольных рычагах, связанной в различных сочетаниях гидропневматической подвеской многоопорных колесных и гусеничных машин, и другие.

## 2. Аналитический расчет нелинейных виброзащитных систем

Во второй главе для решения некоторых нелинейных задач виброзащиты используются селектирующие функции В.А.Мищенко и нелинейные характеристики виброзащитных систем представляются выражением вида

$$F(x) = \sum_i I [\varphi_i(x) + \delta_i(x)], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.1)$$

где  $\varphi_i(x)$  - аппроксимирующая функция;  $\delta_i(x)$  - ошибка аппроксимации;  $I$  - импульсная ортонормированная функция вида

$$I = I(x, x_i, x_{i+1}) = 0,5[\text{sign}(x - x_i) - \text{sign}(x - x_{i+1})],$$

обладающая свойством ортогональности.

С использованием импульсных ортонормированных функций в диссертации излагаются идеи аналитического решения задач аппроксимации, идентификации и оптимизации нелинейных виброзащитных систем.

Для нелинейных виброзащитных систем без обратной связи, приводимых к последовательному соединению статических нелинейных элементов и линейных динамических звеньев, рассчитываются вероятностные характеристики на выходе статических элементов, а затем используется линейное преобразование с памятью.

Приведены вычисленные вероятностные параметры на выходе нелинейных характеристик виброзащитных систем, заданных либо аппроксимированных кусочно-линейными функциями. Для случая, когда случайное возмущение на входе является нормальным, на выходе через функцию Лапласа получены математическое ожидание и дисперсия.

В случаях, когда представление ВС в виде нелинейной безынерционной и линейной инерционной частей затруднительно, решение нелинейных дифференциальных уравнений объекта получается с использованием для аппроксимации нелинейных характеристик импульсных функций. На примерах показана методика получения аналитического решения в этом случае. Так, для систем, описываемых векторным

нелинейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = F(x, Q, t), \quad t \geq t_0, \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.2)$$

где  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_r)$ ,

$$F = (f_1, f_2, \dots, f_r),$$

аппроксимируя каждую компоненту нелинейной вектор-функции конечной суммой

$$\bar{F}_i(x, Q, Y) = \sum_k I_k \varphi_{ik}(x, Q, Y), \quad i=1, 2, \dots, r; \quad k=1, 2, \dots, \lambda \quad (2.3)$$

или в векторном виде

$$\bar{F}(x, Q, Y) = \Phi(x, Q, Y) I, \quad (2.4)$$

где

$$\Phi(x, Q, Y) = \|\varphi_{ik}(x, Q, Y)\|, \quad i=1, 2, \dots, r; \quad k=1, 2, \dots, \lambda$$

- матрица аппроксимирующих функций размера  $r \times \lambda$ ;  $I$  -  $N$ -мерный вектор импульсных функций;  $Y$  -  $m$ -мерный аппроксимирующий вектор, решение уравнения можно представить в виде суммы решений на отдельных участках:

$$x(t) = \sum_j I_j x_j(t).$$

В диссертации рассматриваются примеры аналитического решения некоторых задач виброзащиты, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями вида (2.2).

Задача идентификации нелинейной виброзащитной системы, описываемой нелинейным векторным дифференциальным уравнением (2.2), порядок которого  $N$  известен, введением для неизвестной вектор-функции  $F(\cdot)$  аппроксимации, аналогичной (2.4), сводится к минимизации математического ожидания

$$E(Y) = M\{f[\dot{x} - \bar{F}(x, Q, Y)]\},$$

где  $f(\cdot)$  - строго выпуклая функция, определяемая принятым критерием идентификации;  $\bar{F}(\cdot)$  - аппроксимирующая вектор-функция;

$Y$  - вектор идентифицируемых параметров, определяемый из условия

$$\text{grad}_Y f[\dot{x} - \bar{F}(x, Q, Y)] = -f'[\dot{x} - \bar{F}(x, Q, Y)] = 0.$$

Оптимизация нелинейных виброзащитных систем, структура которых известна с точностью до вектора параметров  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ ,

компоненты которого являются параметрами нелинейных характеристик упругого элемента, амортизатора и других, с использованием аппроксимации, аналогичной выражению (2.4), сводится к минимизации математического ожидания некоторого функционала, характеризующего эффективность работы ВС:

$$W(Y) = M\{f(x, a, Y)\},$$

где  $f(\cdot)$  — строго выпуклая функция;  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$  — вектор оптимизируемых параметров, определяемый из условия:

$$\text{grad}_Y f(x, a, Y) = 0.$$

Для определения вектора фазовых координат  $X(Y, t)$ , входящего в функционал качества  $f(x, a, Y)$ , применяется аналитический подход, использующий импульсные ортонормированные функции.

### 3. Вероятностный анализ качества нелинейных виброзащитных систем

Рассматривается общий случай анализа качества существенно нелинейных сложных виброзащитных систем со случайными параметрами при случайных возмущениях. Задача анализа нелинейных ВС в общем случае формулируется так:

1. Задана система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику виброзащитной системы.

2. Заданы вероятностные характеристики случайных входных возмущений  $q_1, q_2, \dots, q_s$ , случайных отклонений параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  и случайных начальных условий  $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}$  в виде моментов или законов распределения вероятностей.

3. Выбрана система функционалов от фазовых координат

$$W_k [t, x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)], \quad k = 1, 2, \dots$$

4. Заданы некоторые функции  $\varphi_k(W_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , определяющие форму вероятностных характеристик функционалов.

Требуется определить математические ожидания

$$M[\varphi_k(W_k)], \quad k = 1, 2, \dots$$

которые в частном случае могут выражать вероятностные характеристики фазовых координат и функционалов от них: дисперсии ускорений поддресоренной массы, интегральные законы распределения функционалов от фазовых координат, вероятность невыбросов ускорений подрес-

соренной массы и динамических ходов за допустимые границы и т.д.

В диссертации исследуются различные методы статистического анализа качества нелинейных ВС в такой постановке при различной полноте задания информации о случайных возмущениях и параметрах и требующейся о выходных координатах для суждения об эффективности ВС.

Для иллюстрации особенностей различных методов при расчетах нелинейных ВС от системы (I.I) со случайными начальными условиями, содержащей в правых частях наряду со случайными величинами и случайные функции, осуществлен переход к системе, имеющей нулевые начальные условия и содержащей в правой части лишь некоррелированные случайные величины.

Полученные результаты анализа случайных колебаний транспортных машин интерполяционным методом, для которого приведены алгоритмы и АЛФА-программы, показали эффективность метода с точки зрения точности. Высокая точность интерполяционного метода обеспечивается благодаря использованию ортогональных полиномов и статистических узлов Чебышева, которые определяются корнями этих полиномов. Однако с увеличением числа случайных возмущений и степени аппроксимирующего полинома число вариантов расчетов по мультипликативному закону. В этом случае более эффективен метод статистических испытаний.

Сформулированная в диссертации задача анализа качества нелинейных ВС является достаточно общей и из нее вытекают известные частные случаи анализа ВС: линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных, с переменными параметрами и структурой и т.д.

В результате анализа особенностей применения методов статистических испытаний и методов эквивалентных возмущений для расчета случайных колебаний нелинейных ВС приведены соображения по выбору в каждом конкретном случае целесообразного метода расчета ВС на ЦРМ.

В диссертации приведены результаты корреляционного анализа трехосных машин с балансирной задней нелинейной подвеской, многоопорных и колесных машин. Анализ всплесков спектральных плотностей ускорений поддрессоренной массы машин Минского автозавода позволил обосновать оптимальную жесткость задней подвески трехосных машин.

В работах, посвященных статистическому исследованию транспортных машин, нет информации о получаемых оценках законов распределе-

ний на выходе существенно нелинейных ВС при нестационарных случайных входных возмущениях. Многоопорная транспортная машина представляет собой разомкнутую нелинейную систему с большим числом параллельных входов, каждый из которых имеет несколько нелинейных элементов, последовательно и параллельно соединенных через промежуточные инерционные массы. Известно, что закон распределения случайного процесса после сглаживающего фильтра стремится к нормальному, однако степень сходимости теоретического и эмпирического распределений требует уточнения.

Для нахождения закона распределения случайных величин необходимо располагать достаточно обширным статистическим материалом. Однако на практике часто приходится иметь дело со статистическими данными ограниченного объема. В этом случае заранее из каких-либо соображений выдвигается гипотеза о виде распределения и выбирается критерий, определяющий меру различия между теоретической функцией и результатами статистического эксперимента. В реферируемой диссертации приведены результаты статистической обработки некоторых дорожных возмущений (грунт, пахота, булыжник, асфальт и др.) и фазовых координат многоопорных машин (продольных, вертикальных, продольно- и поперечноугловых ускорений поддрессоренной массы и водителя и др.). По плотности вероятности асфальтного покрытия видно, что последний является аддитивной смесью гармонического и шумового сигнала, а остальные исследованные покрытия имеют закон распределения, близкий к нормальному, но не совпадающий с ним, как обычно предполагается.

Анализ эмпирических и теоретических плотностей распределений фазовых координат многоопорных машин по критериям Колмогорова и Пирсона ( $\chi^2$  - квадрат) позволил выявить рациональное число интервалов разбиения.

Установлено, что для многоопорных транспортных машин мощность критериев согласия сильно зависит от характера отклонения эмпирического распределения от нормального, особенно на хвостах распределения. Так, 10%-ное отклонение в интервале от 2 $\sigma$  до 3 $\sigma$  приводит к 40-50%-ному изменению значения критерия  $\chi^2$ -квадрат.

#### 4. Статистическое моделирование колебаний нелинейных виброзащитных систем на аналоговых вычислительных машинах

В четвертой главе проведен анализ аналоговых методов формирования стационарных и нестационарных случайных возмущений при статистическом исследовании нелинейных ВС на АБМ. Исследованы вопросы определения оценок вероятностных характеристик по входным и выходным реализациям и приведена методика моделирования существенно нелинейных стохастических ВС с помощью стандартных блоков АБМ и типовой аппаратуры. При формировании случайных возмущений задача построения формирующего фильтра состоит в следующем: для формируемого непрерывного случайного процесса на выходе фильтра  $\{q(t), t \in T\}$ , который может быть представлен как  $q(t) = \int h(t, \tau)N(\tau)d\tau$  (где импульсная переходная функция формирующего фильтра  $h(t, \tau)$  непрерывна, а  $\{N(t), t \in T\}$  - стационарный белый шум), необходимо дать конструктивный метод нахождения  $h(t, \tau)$  или соответствующего дифференциального уравнения формирующего фильтра.

В работе рассмотрены вопросы формирования и моделирования на АБМ стационарных и нестационарных случайных возмущений по заданным вероятностным характеристикам. Корреляционная функция нестационарного возмущения  $q(t)$  представлялась в виде

$$R_q(t_1, t_2) = \sigma(t_1)\sigma(t_2)r_q(t_1, t_2),$$

где  $\sigma(t_1)$ ,  $\sigma(t_2)$  и  $r_q(t_1, t_2)$  - известные функции. Для случайных процессов с разложимыми корреляционными функциями показаны условия существования и единственности физически реализуемых нестационарных формирующих фильтров.

При движении транспортной машины дополнительное сопротивление, вызванное преодолением дорожного возмущения, не может мгновенно компенсироваться изменением режима работы двигателя, вследствие чего дорожное возмущение в общем случае необходимо рассматривать как случайную функцию, нестационарную в широком смысле. Однако в большинстве ранее проведенных исследований статистических свойств дорожного микропрофиля этот факт не нашел должного отражения. Дана методика расчета аналоговых формирующих фильтров, учитывающих нестационарный характер дорожного возмущения, и приведены их схемные реализации, полученные с помощью стандартных элементов АБМ.

Несмотря на относительно большие успехи в развитии методов математической статистики, имеются определенные трудности статистической обработки и оценки информации, получаемой при исследованиях динамики нелинейных виброзащитных систем.

Для учета нестационарного характера реализации входных возмущений и фазовых координат сложных моделируемых ВС необходимо применять специальные приемы и методы обработки статистической информации, реализация которых требует наличия соответствующей аппаратуры. В то же время зачастую в распоряжении у инженеров-проектировщиков такой специализированной аппаратуры нет, а имеется стандартная аппаратура, выпускаемая промышленностью, эффективность использования которой во многих случаях явно недостаточна.

Предложен способ обработки эргодических нестационарных вибрационных процессов с применением стандартных элементов АБМ. Полученные данные позволяют использовать в практической работе оператор экспоненциального сглаживания, увеличивающий эффективность операций центрирования, нормирования, корреляционного, структурного и спектрального анализа случайных процессов как на входе, так и на выходе моделируемых нелинейных ВС. Разработаны простые вычислительные схемы для определения текущих значений оценок как по осциллограммам, так и при непосредственном вводе исследуемых реализаций.

Исследованы вопросы оптимизации оценок статистических характеристик моделируемых ВС. Адаптивные методы параметрического анализа и разработанные аналоговые блок-схемы оптимизации оценок рекомендуются к применению как в случае байесовского подхода на основе учета априорной информации о статистической структуре исследуемых стационарных и нестационарных случайных процессов, так и при текущем анализе.

Вопросам применения электронных моделей посвящена обширная литература, однако в настоящее время нет единой методики моделирования стохастических нелинейных виброзащитных систем, описываемых системой дифференциальных уравнений высокого порядка.

В работе разработана методика программирования на АБМ нелинейных зависимостей произвольного вида, применяемых при статистическом моделировании многоопорных ВС.

Проведен анализ различных оценок эффективности функционирования системы подрессоривания транспортных машин и обоснован вы-

бор вероятностных критериев качества, связанных с выбросами и легко реализуемых на типовых АВМ.

##### 5. Статистическая оптимизация случайных колебаний многоопорных машин

Сложность исследования многомерных виброзащитных систем, являющихся в общем случае существенно нелинейными, до настоящего времени не позволяла даже поставить задачу их оптимизации, не говоря уже о решении. Ориентируясь на использование ЭВМ, в диссертации сформулированы задачи многопараметрической оптимизации сложных виброзащитных систем и исследованы частные случаи для различных критериев эффективности, классов допустимых систем и вероятностных характеристик случайных возмущений.

В диссертации разработана система критериев эффективности для различных постановок задачи в зависимости от назначения транспортных машин. Отмечается, что критерий эффективности виброзащитных систем транспортных машин должен задаваться при выдаче заказа на конструирование и в значительной мере определяется поставленными требованиями и назначением машины.

При исследовании нелинейных виброзащитных систем функция плотности распределения выходных координат объекта виброзащиты (поддрессоренной массы) в общем случае неизвестна. В связи с этим критерий эффективности и ограничения, являющиеся функционалами выходных координат, задаются в неявной форме. Для решения задач оптимизации ВС при недостатке априорной информации в диссертации применяется адаптивный подход, при котором, в отличие от обычного подхода, для восполнения недостающей информации активно используется текущая информация.

В диссертации в общей форме сформулирована задача многопараметрической оптимизации многомерных стохастических виброзащитных систем, для решения которой используются как детерминированные методы, так и методы случайного поиска.

В задаче оптимизации параметров нелинейных ВС задаются параметры системы и статистические характеристики входных возмущений. Требуется определить значения параметров подвески, при которых достигается экстремум принятого критерия эффективности. В наиболее часто встречающихся на практике задачах оптимизации структура ВС

выбирается исходя из ее функционального назначения и имеющихся реальных элементов. Кроме того, изменением некоторых параметров можно получить почти такой же эффект, как и при свободном выборе структуры ВС.

Если имеется ряд конкурирующих структур ВС, производится параметрическая оптимизация каждой из них и после сравнения отбирается наиболее рациональная.

#### Формулировка задачи оптимизации

Динамика многомерной стохастической виброзащитной системы описывается системой (I.I). При заданных вероятностных характеристиках векторов  $X_0$ ,  $Q$  и  $\Lambda$  требуется из допустимой области  $\bar{Y}$  определить вектор параметров  $Y^*$ , который назовем оптимальным, минимизирующий критерий эффективности  $W(Y)$ . При этом должны удовлетворяться ограничения, наложенные на функционалы от оптимизируемых параметров и фазовых координат. Рассмотрим решение этой задачи оптимизации в общем случае.

Ограничения на функционалы от фазовых координат и оптимизируемые параметры. В общем случае некоторые (заданные или принятые) функционалы  $h_j(x, \lambda, y, t)$  ( $j=1, 2, \dots$ ) от случайного вектора фазовых координат  $x$ , вектора случайных отклонений  $\lambda$  параметров виброзащитной системы от их номинальных значений (вектора оптимизируемых параметров  $y$ ) должны удовлетворять ограничениям:

$$h_j(x, y, \lambda, t) \leq 0 \quad \text{или} \quad u_j(t) \leq h_j(x, y, \lambda, t) \leq v_j(t), \quad (5.1)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

Если ограничения относятся не к мгновенным, а средним значениям, то они задаются в виде

$$H(y, t) = M[h(x, \lambda, y, t)] \leq 0 \quad \text{или} \quad H(y, t) \in \bar{H}, \quad (5.2)$$

где

$$h(x, \lambda, y, t) = (h_1(x, \lambda, y, t), h_2(x, \lambda, y, t), \dots),$$

$M$  - символ математического ожидания по  $x$  и  $\lambda$ , т.е.  $M(\cdot) = M_{\lambda}(M_x(\cdot))$ ;  $\bar{H}$  - допустимая область.

Ограничения на вероятности выбросов фазовых координат и функционалов от них задаются в виде

$$P_{\ddot{x}_r} [\ddot{x}_r^- \leq \ddot{x}_r(t) \leq \ddot{x}_r^+] = M[\chi_{\ddot{x}_r}(x, y, \lambda, t)] \geq \bar{P}_{\ddot{x}_r},$$

$$P_{\Delta_{cil}} [\Delta_{cil} \leq \Delta_{cil}(t) \leq \Delta_{oil}] = M[\chi_{\Delta_{cil}}(x, y, \lambda, t)] \geq \bar{P}_{\Delta_{cil}},$$

$$P_{\delta_{j\ell}} [\delta_{j\ell}(t) \leq \delta_{cmj\ell}] = M[\chi_{\delta_{j\ell}}(x, y, \lambda, t)] \geq \bar{P}_{\delta_{j\ell}},$$

$$i=1, 2, \dots, n, \quad r=1, 2, \dots, R, \quad \ell=a, n, \quad j=1, 2, \dots$$

где  $\ddot{x}_r^-, \ddot{x}_r^+$  - допустимые уровни ускорений в  $r$ -й точке подвески массы;  $\Delta_{cil}, \Delta_{oil}$  - динамические ходы подвески соответственно при сжатии и отбое;  $\delta_{cmj\ell}$  - статический прогиб  $j\ell$ -й шины;  $\bar{P}_{\ddot{x}_r}, \bar{P}_{\Delta_{cil}}, \bar{P}_{\delta_{j\ell}}$  - допустимые вероятности невыбросов  $\ddot{x}_r(t), \Delta_{cil}(t)$  и  $\delta_{j\ell}(t)$  за фиксированные уровни.

Ограничения на вектор оптимизируемых параметров задаются в виде

$$Y_{min} \leq Y + \Lambda \leq Y_{max} \quad \text{или} \quad (Y + \Lambda) \in \bar{Y}, \quad (5.3)$$

где  $\bar{Y} = [Y_{min}, Y_{max}]$  - допустимая область параметров.

Критерии эффективности. В общем случае показатель эффективности виброзащитных систем можно представить в виде условного математического ожидания

$$W(Y, t) = M[J(x, y, \lambda, t)], \quad (5.4)$$

где  $J(x, y, \lambda, t)$  - заданный функционал от вектора оптимизируемых параметров  $Y$ , вектора случайных отклонений  $\Lambda$  параметров от их номинальных значений  $Y$  и случайного вектора фазовых координат  $X$ . К выражению (5.4) сводится целый ряд различных по своей форме показателей эффективности виброзащитной системы. Так, показатель, определяющий вероятность того, что функционал  $J(x, \lambda, y, t)$  находится в заданных пределах  $J_1(t) \leq J(x, y, \lambda, t) \leq J_2(t)$ , т.е.

$$W(Y, t) = P[J_1(t) \leq J(x, y, \lambda, t) \leq J_2(t)], \quad (5.5)$$

введением характеристической функции

$$\chi_J(x, \lambda, y, t) = 0,5 \{ \text{sign}[J(x, \lambda, y, t) - J_1(t) + \varepsilon] - \text{sign}[J(x, \lambda, y, t) - J_2(t) - \varepsilon] \},$$

где  $\varepsilon$  - бесконечно малая положительная величина,

можно преобразовать к виду

$$W(Y, t) = M[\chi_j(x, \lambda, Y, t)].$$

Вид критерия (5.4) в каждом конкретном случае определяется назначением виброзащитной системы. К критерию (5.4) сводится также и критерий надежности. Вероятность безотказной работы виброзащитной системы определяется как математическое ожидание характеристической функции надежности.

С учетом ограничений на фазовые координаты (5.1) оптимизируемые параметры (5.3) и критерия (5.4) составим функционал

$$W(Y, t) = M[w(x, Y, \lambda, A, B, t)] = M\{J(x, Y, \lambda, t) + \sum_{j=1}^k \{a_j h_j^2(x, Y, \lambda, t) \cdot 0,5\{[1 + \text{sign}(h_j(x, Y, \lambda, t) - y_j(t) - \varepsilon)] + [1 - \text{sign}(h_j(x, Y, \lambda, t) - y_j(t) + \varepsilon)]\} + \sum_{i=1}^m \{b_i y_i \cdot 0,5\{[1 - \text{sign}(y_i - y_{i\min} + \varepsilon)] + [1 + \text{sign}(y_i - y_{i\max} - \varepsilon)]\}\}\}, \quad (5.6)$$

где  $A = (a_1, a_2, \dots, a_k)$ ,  $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ .

Введение критерия (5.6) задача на условный экстремум сводится к задаче на безусловный экстремум. Представление критерия в виде (5.6) позволяет в сравнительно простых случаях получить решение в замкнутой форме.

При многопараметрической оптимизации случайных колебаний многоопорных машин в качестве критериев предложены для различных постановок задачи следующие выражения:

I. Вероятностный критерий минимума уровней  $\bar{X}$  и  $\bar{\Delta}_{i\ell}$ , вероятности выбросов ускорений  $\ddot{X}(t)$  и динамических ходов  $\Delta_{i\ell}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ,  $\ell=\lambda, \pi$ ) за которые не должны превышать заданных (допустимых) значений:

$$W(Y, \bar{X}, \bar{\Delta}_{i\ell}) = \min_{Y \in Y} [\bar{X}_1^2 + \sum_{\ell} \sum_i \rho_{i\ell} (\Delta_{cil}^2 + \Delta_{oil}^2) + \sum_{\ell} \sum_j b_{j\ell} \rho_{j\ell} + \rho_1 \bar{X}_2^2], \quad (5.7)$$

где  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \Delta_{cil}, \Delta_{oil}$  - значения  $\ddot{X}(t)$  и  $\Delta_{i\ell}(t)$ ,

которые таковы, что

$$P_{\ddot{x}} \equiv P[\bar{\ddot{x}}_1 \leq \ddot{x}(t) \leq \bar{\ddot{x}}_2 \text{ при } 0 \leq t \leq T] \geq \bar{P}_{\ddot{x}},$$

$$P_{\Delta_{il}} \equiv P[\Delta_{cil} \leq \Delta_{il}(t) \leq \Delta_{oil} \text{ при } 0 \leq t \leq T] \geq \bar{P}_{\Delta_{il}},$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad l = A, П,$$

$T$  - полное время работы системы;  $\beta_i, \beta_{\Delta_{il}}$  - весовые коэффициенты;

$$P_{\tau_{jl}} \equiv P[\delta_{jl}(t) \leq \delta_{cmjl} \text{ при } 0 \leq t \leq T];$$

$$\beta_{jl} \equiv 0,5 \beta_{jil} [1 - \text{sign}(P_{\tau_{jl}}(t) - \bar{P}_{\tau_{jl}} + \varepsilon)];$$

$P_{\tau_{jl}}$  - допустимая вероятность;  $\delta_{cmjl}$  - статический прогиб шины;  
 $\beta_{jl}$  - коэффициент штрафа.

Вероятности  $P_{\ddot{x}}$ ,  $P_{\Delta_{il}}$  и  $P_{\tau_{jl}}$  вычисляются как математические ожидания характеристических функций соответственно:

$$P_{\ddot{x}} = M[\chi_{\ddot{x}}(\gamma, \ddot{x}, \bar{\ddot{x}}, t)] = M[0,5\{\text{sign}(\ddot{x}(\gamma, t) - \bar{\ddot{x}}_1 + \varepsilon) - \text{sign}(\ddot{x}(\gamma, t) - \bar{\ddot{x}}_2 - \varepsilon)\}],$$

$$P_{\Delta_{il}} = M[\chi_{\Delta_{il}}(\gamma, \Delta_{il}, \Delta_{cil}, \Delta_{oil}, t)] = \\ = M[0,5\{\text{sign}(\Delta_{il}(\gamma, t) - \Delta_{cil} + \varepsilon) - \text{sign}(\Delta_{il}(\gamma, t) - \Delta_{oil} - \varepsilon)\}],$$

$$P_{\tau_{jl}} = M[\chi_{\tau_{jl}}(\gamma, \delta_{jl}, t)] = \\ = M[0,5\{1 - \text{sign}(\delta_{jl}(\gamma, t) - \delta_{cmjl} - \varepsilon)\}].$$

Для транспортных машин обычно допустимы положительные и отрицательные перегрузки принимаются одинаковыми (т.е.  $\bar{\ddot{x}}_+ = \bar{\ddot{x}}_- = \bar{\ddot{x}}$ ); максимальные динамические хода сжатия  $\Delta_{cil}$  и отбоя  $\Delta_{oil}$ , а также допустимые вероятности  $\bar{P}_{\Delta_{il}}$  выбросов  $\Delta_{il}(t)$  за эти пределы задаются при выдаче заказа на проектирование. В этом случае нет надобности введения весовых множителей и оптимизация ведется по критерию

$$W(\gamma^*) = \min_{\gamma \in \bar{\gamma}} \left\{ \bar{\ddot{x}} + \sum_l \sum_i c_{il} P_{\Delta_{il}} + \sum_l \sum_j \beta_{jl} P_{\tau_{jl}} \right\}, \quad (5.8)$$

где  $P_{\Delta il} \equiv P[\Delta_{cil} \leq \Delta_{il}(t) \leq \Delta_{oil} \quad \text{при } 0 \leq t \leq T]$ ,

$$C_{il} \equiv 0,5 C_{il} [1 - \text{sign}(P_{\Delta il} - \bar{P}_{\Delta il} + \varepsilon)],$$

а  $\bar{X}$  - такое ограничение, что

$$P_{\bar{X}} \equiv P[|\ddot{X}(t)| \leq \bar{X} \quad \text{при } 0 \leq t \leq T] \geq \bar{P}_{\bar{X}},$$

$\bar{P}_{\bar{X}}$  - заданность вероятность невыбросов  $\ddot{X}(t)$ .

2. Критерий максимума скорости движения по заданному реальному микропрофилю

$$W(Y^*) = \min_{Y \in \bar{Y}} \left\{ -V_a(Y) + a P_{\bar{X}} + \sum_{\ell} \sum_j b_{j\ell} P_{\tau j\ell} + \sum_{\ell} \sum_i C_{il} P_{\Delta il} \right\}, \quad (5.9)$$

где  $a \equiv 0,5a \{1 - \text{sign}(P_{\bar{X}} - \bar{P}_{\bar{X}} + \varepsilon)\}$ .

Широко используемый в настоящее время критерий минимума дисперсий ускорений подрессоренной массы обобщен и представлен в виде

$$W(Y^*) = \min_{Y \in \bar{Y}} \left\{ D_{\bar{X}} + \sum_{\ell} \sum_j b_{j\ell}(Y, t) + \sum_{\ell} \sum_i C_{il}(Y, t) \right\} \quad (5.10)$$

или в частном случае

$$W(Y^*) = \min_{Y \in \bar{Y}} \left\{ D_{\bar{X}}(Y) + \zeta [1 - \text{sign}(P_{\Delta}(Y) - \bar{P}_{\Delta} + \varepsilon)] \right\},$$

где  $P_{\Delta}(Y) \equiv P[\Delta_- \leq \Delta(Y, t) \leq \Delta_+ \quad \text{при } 0 \leq t \leq T]$ ;

$\bar{P}_{\Delta}$  - выбранная вероятность невыбросов за заданные уровни  $\Delta_-, \Delta_+$ ;  $\zeta$  - коэффициент штрафа, взимаемого за нарушение ограничений. Однако приведенные ранее критерии (5.8) и (5.9), учитывающие вероятности выбросов, более тонко учитывают структуру нелинейных многомерных виброзащитных систем.

Для ряда частных ситуаций рекомендуется критерий максимума вероятности невыбросов

$$W(Y^*) = \max_{Y \in \bar{Y}} \left\{ P_{\bar{X}}(Y) + \rho P_{\Delta}(Y) \right\},$$

где  $P_{\ddot{x}}(Y) \equiv P[\ddot{x}_- \leq \ddot{x}(Y, t) \leq \ddot{x}_+ \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq T]$ ,

$P_{\Delta}(Y) \equiv P[\Delta_- \leq \Delta(Y, t) \leq \Delta_+ \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq T]$ ,

$\ddot{x}_-, \ddot{x}_+, \Delta_-, \Delta_+$  - заданные фиксированные уровни, вероятность невыбросов функционалов  $\ddot{x}(Y, t)$  и  $\Delta(Y, t)$  за которые максимизируется;  $\rho$  - весовой множитель.

Для оптимизации вектора параметров  $Y_G$  подвески сиденья водителя (упругого элемента и амортизатора) критерии эффективности строятся аналогично рассмотренным, в которых вместо  $\ddot{x}$  используется ускорение водителя  $\ddot{z}$ , уровни ограничений  $\ddot{z}_-, \ddot{z}_+, \delta_-, \delta_+$  и допустимые вероятности невыбросов  $P_{\ddot{z}}, P_{\delta}$ .

Рассмотренные критерии в дальнейшем могут быть обобщены введением вместо  $\ddot{x}(t)$  функционала, учитывающего также продольно- и поперечно-угловые ускорения и др.:

$$\theta(t) = M \left[ \sum_r A_r \ddot{x}_r(Y, t) + \sum_s B_s \ddot{\psi}_s(Y, t) + \sum_k C_k \ddot{\psi}_k(Y, t) + \dots \right], \quad r, s, k = 1, 2, \dots,$$

где  $A_r, B_s, C_k$  - весовые коэффициенты.

В диссертации приведены результаты оптимизации параметров нелинейной подвески конкретных типов многоопорных машин по различным критериям при различных значениях допустимых вероятностей невыбросов для грунтовой, булыжной и лесной дорог.

Условия оптимальности. В общем случае существенно нелинейной многомерной виброзащитной системы плотность вероятности  $p(X)$  случайного вектора фазовых координат  $X$  априорно неизвестна и нам доступны для измерения лишь реализации критерия эффективности  $w(X, Y, \lambda, t)$ , полученные при расчетах на электронных вычислительных машинах.

Задача оптимизации колебательных систем по приведенным выше критериям сводится к нахождению оптимального значения  $Y^*$  вектора  $Y$ , при котором достигается экстремальное значение критерия эффективности:

$$M\{w(X, Y^*, \lambda, t)\} = \min_{Y \in \bar{Y}} M\{w(X, Y, \lambda, t)\}.$$

Оптимальное значение параметров  $Y^*$  определяется из рекуррентного соотношения

$$Y[n+1] = Y[n] - \Gamma[n+1] \Phi(\omega(Y[n], \dots)), n=0,1,2,\dots$$

где  $\Phi(\cdot)$  — оператор, определяющий метод поиска;  $\omega(\cdot)$  — реализация критерия эффективности, получаемая при расчетах на электронных вычислительных машинах.

В диссертации рассмотрены примеры оптимизации параметров подвески многооспорных транспортных машин на основе вероятностных итеративных алгоритмов, в основе которых лежат методы градиентные и случайного поиска. При многопараметрической оптимизации виброзащитных систем для уменьшения числа пробных шагов, требуемых для вычисления оценки градиента реализации критерия эффективности, а следовательно, и затрат машинного времени, предлагается комбинированный алгоритм типа стохастической аппроксимации с самообучением, в котором по мере уменьшения общего шага поиска, в соответствии с условиями сходимости такого рода алгоритмов, повышается роль детерминированной составляющей по сравнению с чисто случайной. В многоэкстремальном случае для оптимизации также используются алгоритмы типа стохастической аппроксимации, при этом для оптимизации выбирается достаточно представительное число начальных значений  $Y[0]$ .

Важными обстоятельствами при выборе алгоритма оптимизации являются количество оптимизируемых параметров (размерность вектора  $Y$ ), наличие ограничений, возможная многоэкстремальность, нелинейность задачи и связанная с этим возможная "овражность" критерия эффективности.

Как показали рассмотренные примеры многопараметрической оптимизации нелинейных виброзащитных систем транспортных машин, применение алгоритмов случайного поиска с самообучением обеспечило быструю сходимость для широкого класса объектов.

При статистической оптимизации случайных колебаний колесных и гусеничных машин с использованием для численного решения нелинейной системы (I.I) метода статистических испытаний часто случайное возмущение задается в виде набора реализаций для каждого класса возмущений, например, на стандартных участках грунтовой и лесной дорог, пахоте, булыжнике, асфальте и др. В этом случае для

оптимизации нами использовались регулярные итеративные алгоритмы. Применение стандартного набора реализаций случайных воздействий ускоряет сходимость поиска, так как исключается возможность появления ложных локальных минимумов оптимизируемой функции, вызванных стохастическим разбросом ее оценок.

#### 6. Вопросы прикладного анализа и синтеза оптимальных виброзащитных систем

В шестой главе обсуждаются результаты вероятностного анализа, аппроксимации, идентификации и оптимизации пространственных случайных колебаний многоопорных колесных и гусеничных машин по различным критериям при движении с различными скоростями по различным дорожным микропрофилям. Все расчеты выполнены с использованием разработанного комплекса алгоритмов и программ, приведенных в Приложении. Исследования проведены для нелинейной подвески тяжелых машин семейства МАЗ и сверхтяжелых машин семейства БелАЗ, а также ряда абстрактных моделей многоопорных колесных и гусеничных машин.

Аппроксимация корреляционных функций. При исследовании нелинейных виброзащитных систем корреляционные функции возмущений в фазовых координат получают в дискретной форме и возникает необходимость в их аппроксимации аналитическим выражением. В общем случае в качестве аппроксимирующей функции удобно использовать представление (2.4).

В диссертации рассматривается аппроксимация корреляционных функций выражением

$$\bar{R}(\tau, \gamma) = \sum_{k=1}^{N_1} A_k e^{-\alpha_k |\tau|} (\cos \beta_k \tau + B_k \sin \beta_k |\tau|) + \sum_{l=1}^{N_2} C_l E^{-\alpha_l |\tau|}$$

по критерию

$$E(\gamma^*) = \min_{\gamma} \sum_i [R(\tau_i) - \bar{R}(\tau_i, \gamma)]^2, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (6.1)$$

где  $\gamma = (A_1, A_2, \dots, A_{N_1}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}, B_1, B_2, \dots, B_{N_1}, B_1, B_2, \dots, B_{N_2}, C_1, C_2, \dots, C_{N_2}, \alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_{N_2})$ .

Для минимизации выражения (6.1) использовался случайный поиск с самосбучением. В Приложении к диссертации приведены АЛФА-

программы аппроксимации корреляционных функций различными наиболее часто встречающимися выражениями, выбор которых производится программно.

Рассмотренные примеры аппроксимации корреляционных функций булыжного покрытия, пахоты и лесной дороги при различном шаге квантования и различном числе  $N$  в выражении (6.1), показали эффективность алгоритма и АЛФА-программ.

Вероятностный анализ случайных колебаний транспортных машин. Анализ колебаний многоопорных транспортных машин производился методами статистических испытаний и интерполяционным. Для обоих методов были составлены АЛФА-программы, которые приведены в Приложении.

Анализ методом статистических испытаний.

Для воспроизведения и ввода дорожных возмущений при анализе колебаний транспортных машин методом статистических испытаний наряду с использованием реальных записей их реализаций (непрерывных и дискретных) производилось математическое моделирование реализаций возмущений и случайных отклонений параметров от номинальных значений. При таблично заданной реализации скорость машины изменяется варьированием темпа выборки данных из таблицы, а координаты недостающих точек определяются по интерполяционной формуле Ньютона по четырем точкам.

Проведенный анализ для различных моделей машин при различных типах дорог и скоростях движения для различных параметров подвески позволил выявить чувствительность целевой функции к вариации параметров подвески. Анализ также показал, что для дальнейшего повышения плавности хода МАЗ-543 необходимо увеличить динамический ход подвески третьего колеса (слева и справа) либо изменить компоновку машины и расстояния между колесами.

Анализ интерполяционным методом. В диссертации приведен расчет вероятностных характеристик фазовых координат транспортных машин интерполяционным методом, произведенный для различных корреляционных функций дорожного возмущения, различных законов распределения случайных величин, входящих в разложение, и различных степеней аппроксимирующего полинома. Приведены зависимости дисперсии ускорений подрессоренной массы от скорости, полученные для различных транспортных машин.

### Идентификация нелинейных характеристик виброзащитных систем.

Идентификация виброзащитных систем состоит в восстановлении уравнений объекта по входным и выходным данным, полученным, например, при натуральных испытаниях. Так как структура реального объекта виброзащиты, для которого проводились натурные испытания, известна, то необходимо идентифицировать неизвестные параметры.

Введением аппроксимации каждой компоненты вектор-функции  $F(\cdot)$  конечной суммой (2.3), задача идентификации свелась к минимизации математического ожидания меры уклонения векторного аргумента

$$E(Y) = M\{J\{\dot{x} - \Phi(x, Y, Q)\}\},$$

где  $J(\cdot)$  - заданный (принятый) функционал.

В диссертации приводятся примеры идентификации параметров нелинейных характеристик упругого элемента и амортизатора по критерию

$$E(Y^*) = \min_Y \sum_{i=1}^N [R_{\ddot{x}}(\tau_i) - \bar{R}_{\ddot{x}}(\tau_i, Y)]^2, \quad (6.2)$$

где  $R_{\ddot{x}}(\tau)$  - корреляционная функция ускорений подрессоренной массы, информация о которой используется только в точках  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Во многих случаях возникает необходимость в идентификации отдельных нелинейных характеристик, полученных экспериментально, для последующего аналитического задания их при расчетах на ЦВМ. Идентификация в этом случае производилась по критерию

$$E(Y^*) = \min_Y \sum_{i=1}^N [F(\Delta_i) - F(\Delta_i, Y)]^2, \quad (6.3)$$

где  $F(\Delta_i)$  - заданная дискретно нелинейная характеристика в точках  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$ ;  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$  -  $m$ -мерный вектор идентифицируемых параметров.

В диссертации рассмотрен пример идентификации характеристики гидропневматического упругого элемента  $F_2(\Delta_i)$ , приведенного к колесу. В этом случае вектор  $Y = (l_0, k, \mu)$ , где  $l_0, k, \mu$  - идентифицируемые параметры гидропневматического упругого элемента.

В приведенной в Приложении АЛЬФА-программе идентификации для минимизации выражения (6.2) используется случайный поиск с самообучением.

Оптимальный фактор  $Y^*$  определяется из условия  $E(Y^*) = \min E(Y)$ .

Оптимизация характеристик нелинейной подвески транспортных машин. В диссертации приведены результаты оптимизации по различным критериям: минимаксному, минимуму дисперсии ускорений поддрессоренной массы, максимуму вероятности выбросов фазовых координат либо функционалов от них за допустимые границы, максимуму скорости движения при ограничениях на вероятности выбросов, минимуму уровней, вероятность выбросов ускорений, за которые задана, и другим. Сравнение результатов оптимизации характеристики амортизатора по минимаксному критерию и статистическому критерию минимума дисперсии показало, что получены не только количественные, но и качественные расхождения результатов.

Приведенный для автомобиля МАЗ-500 пример наглядно иллюстрирует недостаточную информативность минимакса ускорений поддрессоренной массы. Тем не менее в ряде случаев при использовании этого критерия были получены результаты, хорошо согласующиеся с результатами, полученными по другим критериям.

Достаточно эффективным критерием при выборе параметров нелинейных подвесок транспортных машин являются критерий максимума скорости движения, учитывающий в качестве ограничений допустимые вероятности выбросов ускорений поддрессоренной массы, динамических ходов подвески и отрывов колес. Этот критерий весьма чувствителен к выбору ограничений на вероятности выбросов. Приведенные данные показывают, что необходимо проводить дополнительные экспериментальные и теоретические исследования по уточнению значений допустимых вероятностей выбросов фазовых координат и функционалов от них и уточнению критерия оптимизации.

На основании проведенного анализа в диссертации приводятся рекомендации по выбору метода оптимизации для нелинейных ВС. При формировании случайного возмущения с помощью специальных программ для оптимизации используются методы стохастической аппроксимации, а при заданных стандартных реализациях различного класса возмущений — регулярные итеративные алгоритмы.

Приведенные примеры оптимизации методом Флетчера-Пауэлла нелинейной характеристики амортизатора транспортных машин показали, что окрестность точки экстремума функции качества практически достигается за один-два шага независимо от того, где выбрано начальное значение вектора оптимизируемых параметров. Если не требуется очень высокая точность, можно ограничиться несколькими шагами.

При оптимизации пространственных колебаний многоопорных машин и числе оптимизируемых параметров более четырех эффективность описанного метода заметно ухудшилась, поскольку повысились потери на поиск. При многопараметрической оптимизации эффективным оказался случайный поиск с самообучением, который был несколько модифицирован для ускорения сходимости при нарушении ограничений на оптимизируемые параметры подвески. Потери на поиск при увеличении числа оптимизируемых параметров от 3 до 55 возрастали сравнительно мало. В диссертации приведены результаты исследований по выбору оптимального шага поиска для этого метода.

Сравнение результатов оптимизации характеристики амортизатора методами Флетчера-Пауэлла и случайного поиска с самообучением при различных начальных значениях вектора оптимизируемых параметров дало хорошее совпадение.

Для выявления в пространстве оптимизируемых параметров точек, тяготеющих к экстремуму, применялся глобальный случайный поиск с направляющим конусом и по наилучшей пробе, АЛФА-программа для которого приведена в Приложении. Из найденных при глобальной оптимизации "подозрительных на экстремум" точек производилась локальная оптимизация, а после сравнения результатов - отбор значения вектора оптимизируемых параметров, обеспечивающего глобальный экстремум критерия эффективности. В диссертации приведены соображения по уменьшению потерь на поиск и многочисленные примеры оптимизации параметров подвески при различном числе оптимизируемых параметров от 2 до 55. Эти примеры, имея для конкретных объектов определенное прикладное значение, показали достаточно хорошую эффективность алгоритмов и составленных АЛФА-программ для рассматриваемого класса задач.

Несмотря на нелинейность и разнообразие задач и ситуаций, проведенные исследования позволили выявить некоторые общие тенденции.

В диссертации показано, что при выборе оптимальных параметров нелинейных подвесок многоопорных машин при случайных возмущениях с использованием для вычисления оценки целевой функции метода статистических испытаний применение набора стандартных реализаций случайных воздействий (дискретно заданных дорожных возмущений для транспортных машин, например) ускоряет сходимость поиска. При таком подходе исключается возможность появления ложных локальных экстре-

мумов оптимизируемой функции качества, вызванных стохастическим разбросом ее оценок.

Для оптимизации параметров виброзащитных систем транспортных машин при неэргодичности случайных возмущений рекомендуется применять последовательную процедуру поиска: в начале оптимизация производится грубо с использованием очень небольшого числа реализаций, затем поиск ведется с числом реализаций, гарантирующим необходимую точность определения экстремума.

Выбор оптимальных характеристик подвески сиденья водителя. Приведенные в Приложении АЛФА-программы позволяют одновременно с параметрами подвески машины производить оптимизацию параметров нелинейной подвески сиденья водителя, установленного в заданной точке подрессоренной массы. Характеристики амортизатора, сухого трения кусочно-линейного и гидроневматического упругих элементов подвески сиденья заданы выражениями, идентичными тем же характеристикам основной подвески (отличаются только аргументы нелинейных характеристик). Была проведена оптимизация характеристик амортизатора и упругого элементов сиденья для различных объектов и дорожных возмущений при использовании как плоской, так и пространственной математической модели машины. Так, при оптимизации параметров упругого элемента и амортизатора подвески сиденья водителя восьмиколесной машины МАЗ-543 (при движении ее по грунтовой дороге с дисперсией  $36 \text{ см}^2$  со скоростью 20 км/час) по критерию (5.8) на пятом удачном шаге поиска получена оптимальная жесткость подвески сиденья равная 12,5 кг/см для водителя весом 75 кг и оптимальный коэффициент сопротивления амортизатора равный 29,1 кг·сек/см при фиксированном ограничении характеристики  $\frac{D}{\sigma_c} = 0,2g$ . Ограничения при этом были наложены на вероятности выбросов ускорений водителя за уровень  $0,75g$  и выбросов ходов подвески сиденья за уровень 5 см:

$$P_{\ddot{z}} [-0,75g \leq \ddot{z}(t) \leq 0,75g] \geq 0,98,$$

$$P_{\delta_c} [-5 \leq \delta_c(t) \leq 5 \text{ см}] \geq 0,995, \quad \delta_c = z - x_c.$$

Оптимизация характеристики упругого элемента. В диссертации приведены рекомендации по выбору параметров нелинейных характеристик кусочно-линейного и гидроневматического упругих элементов. Всесторонние исследования по различным критериям передней подвески автомобиля МАЗ-500 показали, что оптимальная жесткость передней

подвески, соответствующая малым колебаниям поддрессоренной массы, равна 164 кг/см при оптимальной симметричной характеристике амортизатора.

В результате исследований установлено, что для транспортных машин с поддрессоренной массой, изменяющейся в широких пределах, эффективна гидропневматическая подвеска с противодавлением, сохраняющая постоянство частоты собственных колебаний поддрессоренной массы транспортных машин для одинаковых амплитуд путем регулирования идеализированной высоты столба газа в полости противодавления во время останова машины. На эту подвеску получено авторское свидетельство.

Оптимизация нелинейной характеристики амортизатора. В результате оптимизации характеристики амортизатора были получены конкретные значения параметров для различных скоростей движения, упругих элементов типов дорог, а также зависимости, которые могли бы лечь в основу работы регулируемых по скорости амортизаторов. Для нерегулируемых характеристик амортизаторов оптимальное значение параметров необходимо выбирать при максимально возможной для заданной дороги скорости. Полученные значения будут неоптимальны для меньших скоростей, причем эта неоптимальность увеличивается с уменьшением скорости. Некоторый рост значения дисперсии ускорений поддрессоренной массы при этом незначителен и по абсолютной величине увеличенное значение ее остается меньшим, чем при оптимальных параметрах и большей скорости. Это в значительной мере объясняется тем, что дисперсия ускорений поддрессоренной массы увеличивается с повышением скорости транспортной машины. Приведенные примеры для кусочно-линейного, гидропневматического (связанного и несвязанного) упругих элементов иллюстрируют приведенные выше рассуждения.

Результаты оптимизации нелинейной характеристики амортизатора ( $\bar{P}_i$  и  $\psi_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ) многоопорной машины МАЗ-543 по критерию (5.9) максимума скорости движения по грунтовой дороге с дисперсией  $36 \text{ см}^2$  при вероятностях невыбросов  $\bar{P}_{\bar{x}_i} [0,75g] = 0,98$ ,  $\bar{P}_{\Delta i} = 0,9995$  и  $\bar{P}_{\tau i} = 0,98$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) приведены в табл. I. Как видно, для первоначально принятых параметров амортизатора и скорости нарушаются ограничения, которые не удовлетворяются также и на первом удачном, по сравнению с нулевым приближением, шаге поиска. На шестом удачном шаге получены оптимальные значения параметров нелинейной характеристики амортизатора  $\bar{P}_i^* = 0,79$  и  $\psi_i^* = 0,253$ , для которых обеспечи-

Таблица 1

Но- мер участ- ков	Всё ша- гов	Шаг поис- ка	Оптими- зируемые параметры		Кри- тер. эфф. (5,9) км/ час	Вероятности небыбросов								Дис- перс. уско- рений $D_{\bar{X}A}$ $\sigma^2$	Приме- чание	
			$P_i$	$\psi_i$		$P_{\bar{X}A}$	$P_{\Delta 1}$	$P_{\Delta 2}$	$P_{\Delta 3}$	$P_{\Delta 4}$	$P_{\tau 1}$	$P_{\tau 2}$	$P_{\tau 3}$			$P_{\tau 4}$
0	0	1,50	0,20	0,30	30,0	0,970	0,985	1,0	0,9	0,99	0,98	1,0	0,98	0,98	0,110	Наруше- ны огра- ны по уск- и тробно Нарушено огранич. по тробны 3-й отпры
1	2	1,50	0,68	0,215	24,6	0,999	1,0	1,0	0,987	1,0	0,995	1,0	0,98	1,0	0,106	
2	3	1,50	0,68	0,268	20,8	0,997	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,998	0,989	1,0	0,048	Наруши-ся сераж. на отпр. 3-й от.
3	30	0,75	0,58	0,235	21,5	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,987	1,0	0,047	
4	32	0,75	0,65	0,282	22,2	0,998	1,0	1,0	1,0	1,0	0,996	0,994	0,987	1,0	0,084	
5	35	0,75	0,69	0,286	23,8	0,995	1,0	1,0	1,0	1,0	0,996	0,996	0,980	1,0	0,089	
6	50	0,75	0,70	0,253	23,9	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,994	0,984	1,0	0,080	
-	85	0,375														



Таблица 4

Но- мер удач- ного шага	Все- го ша- гов	Шаг поис- ка	Оптими- зируемые параметры		Крит. эфф. (5.10)	Вероятности невыбросов								Приме- чание	
			$P_i$	$\psi_i$		$P_{\Delta 1}$	$P_{\Delta 2}$	$P_{\Delta 3}$	$P_{\Delta 4}$	$P_{\tau 1}$	$P_{\tau 2}$	$P_{\tau 3}$	$P_{\tau 4}$		
															$g$
$n$	$N$	$h[n]$													
0	0	1,50	0,30	0,20	1,047	1,0	1,0	0,990	1,0	1,0	1,0	1,0	0,995	1,0	Нарушены ограниче- ния
1	3	1,50	0,32	0,10	1,046	1,0	1,0	0,989	1,0	1,0	1,0	1,0	0,985	1,0	
2	4	1,50	0,51	0,15	1,043	1,0	1,0	0,991	1,0	1,0	1,0	0,998	0,985	1,0	
3	11	1,50	0,53	0,30	0,061	1,0	1,0	1,0	1,0	0,993	1,0	0,982	1,0	1,0	
4	54	0,375	0,57	0,286	0,060	1,0	1,0	1,0	1,0	0,998	0,996	0,975	1,0	1,0	
-	56	0,375													

вается максимальная скорость движения 23,9 км/час. Дальнейшее увеличение скорости движения лимитируется ограничением, наложенным на вероятность отрыва колеса 3-й опоры.

Оптимизация по критерию (5.8) минимума уровня  $\bar{\ddot{X}}_A = \bar{\ddot{X}}_- = \bar{\ddot{X}}_+$  ускорений в точке  $A$  ( $\ell_A = -514$  см) для полученной по критерию (5.9) скорости при несколько менее жестких ограничениях на вероятность отсутствия пробоев ( $P_{\Delta i} = 0,995$ ) привела на втором удачном шаге к оптимальным значениям параметров амортизатора  $P_i^* = 0,68g$  и  $\psi_i^* = 0,267$  (перерасчитано для малых колебаний подрессоренной массы) и уровню  $\bar{\ddot{X}}_A = 0,543g$  (табл.2).

В результате оптимизации по критерию максимума скорости при допустимой вероятности неотрывов  $P_{Tj} = 0,95$  получена максимальная скорость 26,7 км/час (табл.3), по сравнению с 23,9 км/час при  $P_{Ti} = 0,96$  (табл.1).

Оптимизация по критерию минимума дисперсий ускорений подрессоренной массы на корме  $D_{\ddot{X}A}$  с учетом допустимых вероятностей невыбросов  $P_{\Delta i} = 0,9995$ ,  $P_{Tj} = 0,980$  при рассчитанной по критерию (5.9) скорости 23,9 км/час привела на четвертом удачном шаге к  $P_i^* = 0,57g$  и  $\psi_i^* = 0,286$  ( $i = 1,2,3,4$ ). Дисперсия ускорений при этом равна  $0,06g^2$  (табл.4). Хотя в рассмотренных примерах оптимальные нелинейные характеристики амортизатора отличаются сравнительно мало, в критериях (5.8) и (5.10) скорость движения машины является параметром, который выбирается перед началом оптимизации. Поэтому более предпочтительным из рассмотренных является критерий (5.9).

## ОБЩИЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Выбор виброзащитных систем целесообразно производить методами оптимизации. Основы теории оптимизации сложных виброзащитных систем предлагаются в настоящей работе.

Сформулированная в диссертации общая задача синтеза оптимальных многомерных стохастических виброзащитных систем и разработанный алгоритм ее решения предусматривают максимальное использование электронных вычислительных машин на всех этапах исследования.

2. Ориентируясь при постановке задачи на применение ЭВМ, в диссертации разработаны математические модели, которые охватывают основные типы встречающихся виброзащитных систем транспортных машин и могут использоваться при практической оптимизации конкретных изделий с максимальным учетом всех их особенностей и реальных условий функционирования.

3. Проведенный анализ методов оптимизации позволяет рекомендовать для практического использования при выборе параметров многомерных виброзащитных систем (многопараметрической оптимизации) методы случайного поиска. При числе оптимизируемых параметров, не превышающем четырех, хорошие результаты дает применение релаксационного градиентного алгоритма Флетчера-Пауэлла.

4. Из разработанных, а затем исследованных критериев эффективности виброзащитных систем многоопорных транспортных машин рекомендуются критерий максимума скорости движения по дороге с заданными статистическими характеристиками и критерий минимума уровней ускорений подрессоренной массы, вероятность выбросов за которые не должна превышать допустимую. Для этих критериев, учитывающих вероятности пробоев упругого элемента и отрывов управляющих колес, составлены в алгоритмы и программы.

5. Для вычисления критерия эффективности многомерных виброзащитных систем транспортных машин при случайных возмущениях (для проведения статистического анализа) из исследованных методов статистических испытаний эквивалентных возмущений рекомендуется метод статистических испытаний. Из сформулированной в общей форме задачи анализа эффективности многомерных стохастических

виброзащитных систем вытекают известные частные случаи анализа ВС: линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных, с постоянной и переменной структурой или параметрами и другие.

6. Для формирования стационарных и нестационарных случайных возмущений систем при моделировании на аналоговых вычислительных машинах предложены методы и блок-схемы.

7. Для эргодических нестационарных вибрационных процессов среди всевозможных классов операторов на основании их анализа выделен технически легко реализуемый на АВМ оператор экспоненциального сглаживания, позволяющий увеличить эффективность операций центрирования, нормирования, корреляционного, структурного и спектрального анализа случайных процессов как на входе, так и на выходе нелинейных ВС. Предложены схемы определения оценок, построенные на стандартных аналоговых элементах с использованием оператора экспоненциального сглаживания. Рассмотрены причины появления погрешностей определения текущих оценок, взвешенных на экспоненте, и указаны пути их уменьшения. Рассмотрены адаптивные методы параметрического анализа и оптимизации оценок, которые реализуются в аналоговой форме наиболее эффективно, если использовать вместо предварительных улучшенные оценки. Приведены примеры решения практических задач с применением параметрической оптимизации и разработаны аналоговые блок-схемы, позволяющие многократно улучшить определяемые оценки.

8. Разработана методика идентификации многомерных нелинейных виброзащитных систем с применением алгоритмов оптимизации, основанных на случайном поиске. Приведены алгоритмы и программы идентификации нелинейных виброзащитных систем многоопорных транспортных машин по корреляционной функции ускорений подрессоренной массы. Рассмотренные примеры показали эффективность алгоритма и программы.

9. Предложены алгоритм и программа аппроксимации корреляционных функций, в которой для минимизации невязки используется случайный поиск с самообучением. На основе предложенной методики произведена аппроксимация корреляционных функций различных дорог: грунтовой, лесной, пахоты и булыжника, а также ускорений подрессоренной массы.

10. В результате исследования методов анализа и синтеза предлагаются:

модификация метода штрафных функций для учета двухсторонних ограничений, наложенных на оптимизируемые параметры и функционалы от фазовых координат, позволяющая получить решение в замкнутой форме;

приближенный метод аналитического расчета некоторых нелинейных задач виброзащиты;

модификация приближенного метода решения задач о выбросах;

случайный поиск с самообучением, имеющий улучшенную сходимость при систематическом нарушении ограничений на оптимизируемые параметры;

адаптивный алгоритм случайного поиска, сокращающий число пробных шагов в поисковых вероятностных итеративных алгоритмах при неполной априорной информации.

II. Разработан комплекс алгоритмов и программ статистического анализа и оптимизации многомерных виброзащитных систем транспортных машин, который облегчает практическое использование разработанной теории.

Составленный из наиболее эффективных для рассмотренного класса задач методов комплекс включает 20 программ вероятностного анализа, аппроксимации, идентификации и оптимизации встречающихся на практике виброзащитных систем по различным критериям эффективности для произвольного числа опор и различных статистических характеристик случайных возмущений. Для удобства перехода от одной математической модели к другой комплекс составлен в блочном виде. Предлагаемый комплекс алгоритмов и программ может служить основой математического обеспечения задач автоматизированного проектирования сложных нелинейных виброзащитных систем на ЭВМ. Широкое использование этого комплекса позволяет автоматизировать проектирование, ускоряет и удешевляет процесс доводки существующих и создания новых эффективных виброзащитных систем многих объектов, в том числе многоопорных транспортных машин.

Так как для нелинейных виброзащитных систем оптимальные параметры зависят от технических требований, предъявляемых к объекту (заданных исходных данных, типа возмущений, назначения объекта и многих других), в каждом конкретном случае может быть вычислен вектор оптимальных параметров. С использованием предложенного комплекса алгоритмов и программ были выбраны параметры подвесок серийных и некоторых перспективных моделей тяжелых и

сверхтяжелых транспортных машин Минского и Белорусского автозаводов. На основании проведенных теоретических исследований при участии автора было написано 27 отчетов, переданных МАЗу, БЕЛАЗу, МТЗ и др. В них нашли отражение теоретические и практические выводы настоящей работы.

Минский и Белорусский автомобильные заводы применяют разработанные алгоритмы и программы многопараметрической оптимизации для выбора параметров нелинейных подвесок вновь проектируемых автомобилей, а также для улучшения плавности хода серийно выпускаемых моделей.

#### ВНЕДРЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные автором, позволили обосновать тип и основные параметры гидропневматических подвесок тяжелых автомобилей семейства БелАЗ и, в частности автомобилей БелАЗ-540 и БелАЗ-549, а также параметры торсионной и гидропневматической подвесок восьмиколесной машины МАЗ-543, типаж трехосных машин Минского автозавода и некоторых гусеничных машин.

Результаты статистической оптимизации нелинейной подвески автомобилей семейства МАЗ позволили дать рекомендации по оптимизации параметров серийно выпускаемых моделей. Оптимальные характеристики кусочно-линейного упругого элемента и амортизатора автомобиля МАЗ-500 уже внедрены в производство.

Разработанная автором методика статистической многопараметрической оптимизации нелинейных подвесок с учетом ограничений на оптимизируемые параметры и фазовые координаты транспортных машин передана Минскому и Белорусскому автомобильным заводам. Комплекс алгоритмов и программ оптимизации для ЦВМ, переданные заводам, позволяют автоматизировать проектирование, ускоряют и удешевляют процесс доводки подвески серийно выпускаемых и проектирования высокоэффективных подвесок новых транспортных машин.

Разработанные автором методы вероятностного анализа, аппроксимации, идентификации и оптимизации существенно нелинейных подвесок приняты на МАЗе и БЕЛАЗе в качестве типовых при проектировании транспортных машин.

Результаты данной работы, а также отдельные ее этапы докладывались на:

II Всесоюзном совещании по применению электронных вычислительных машин при конструировании и расчетах автомобилей и двигателей, Минск, 1965;

встрече специалистов автомобильной промышленности по теме "Новое в конструкции и теории подвески", Москва, 1971;

совещании по проблемам нелинейных колебаний механических систем, Ленинград, 1964;

совещании по проблеме нелинейных колебаний механических систем, Рига, 1966;

конференции по проблеме колебаний механических систем, Киев, 1968;

семинаре по системам промышленной кибернетики, Харьков, 1969;

семинаре по оптимизации автоматических систем и технических процессов, Киев, 1969;

II Всесоюзной конференции по технической кибернетике, Москва, 1969;

III Всесоюзной конференции по аналоговой вычислительной технике, Москва, 1969;

Всесоюзном межвузовском симпозиуме по прикладной математике и кибернетике, Горький, 1967;

Всесоюзной научно-технической конференции по автоматизации технической подготовки производства в машиностроении, Минск, 1968;

Всесоюзном симпозиуме по пневматическим (газовым) приводам и системам управления, Тула, 1968;

республиканском совещании по механизации и автоматизации управления производством и инженерно-конструкторских расчетов в машиностроении и приборостроении при помощи средств вычислительной техники, Минск, 1965;

республиканской научно-технической конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, Минск, 1968;

Общегородском семинаре по обыкновенным дифференциальным уравнениям, Минск, 1970;

IV семинаре по методам оценки характеристик качества сложных систем на ранних этапах разработки, Минск, 1970;

Первом семинаре по системотехнике, Ленинград, 1970;

региональном научно-техническом семинаре по статистическому анализу, моделированию и автоматизации контроля объектов с конструктивно сложной структурой, Таганрог, 1971;  
семинаре по вибрационной технике, Москва, 1971;  
семинаре по теории колебаний в Научно-исследовательском институте машиноведения, Москва, 1971;  
семинаре по общей теории механики в Институте механики АН УССР, Киев, 1971;  
Всесоюзной конференции "Экстремальные задачи и их приложения к вопросам планирования, проектирования и управления сложными системами", Горький, 1971;  
Всесоюзном симпозиуме "Влияние вибраций различных спектров на организм человека и проблемы виброзащиты", Москва, 1972;  
на профессорско-преподавательских конференциях Белорусского ордена Трудового Красного Знамени политехнического института, а также научно-технических совещаниях и заседаниях ряда организаций и институтов.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Проектирование оптимальных виброзащитных систем (монография), Минск, "Высшая школа", 1971.
2. Статическая оптимизация нелинейных виброзащитных систем. В сб. "Вибротехника", Каунас, 1970, № 1(10).
3. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах, Минск, 1968.
4. К теории оптимизации стохастических колебательных систем. "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, Минск, 1972.
5. К теории оптимальной виброзащиты человека. Материалы симпозиума "Влияние вибраций различных спектров на организм человека и проблемы виброзащиты". "Наука", М., 1972.
6. Статистическое определение оптимальной области отклонения параметров элементов подвески. (В соавт. с Н.С.Турченко). Вестн АН БССР, 1968, № 1.
7. Некоторые вопросы моделирования на АВМ нелинейных виброзащитных систем при случайном возмущении (в соавт. с А.Н.Останиным). В сб.: "Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника", вып.4, М., 1970.

8. Вероятностный анализ и оптимизация одного класса нестационарных систем. (В соавт. с Б.А.Мищенко). В сб.: "Техническая кибернетика". ИК АН УССР, вып. II, 1970.

9. Некоторые алгоритмы оптимального проектирования систем поддрессирования транспортных машин. (В соавт. с Н.С.Турченко). Материалы Всесоюзной научно-технической конференции "Автоматизация технической подготовки производства в машиностроении", часть I, Минск, 1968.

10. Динамика нелинейных виброзащитных систем со случайными параметрами. (В соавт. с А.Н.Останиным). В сб.: "Вибрационная техника", № 2, М., 1971.

11. Некоторые вопросы моделирования на АВМ нелинейных виброзащитных систем при случайном возмущении. Тезисы докладов и сообщений III Всесоюзной конференции по аналоговой вычислительной технике. М., 1969.

12. Исследование нестационарных случайных колебаний одного класса нелинейных объектов (в соавт. с А.Н.Останиным). Тезисы докладов семинара по проблемам повышения эффективности систем управления. Минск, 1971.

13. Сходимость случайного поиска в задачах многопараметрической оптимизации нелинейных систем. Там же.

14. Синтез нелинейных виброзащитных систем по критерию максимума вероятности. Материалы семинара по вычислительной технике, Минск, 1971.

15. Статистическая оптимизация сложных нелинейных нестационарных объектов. (В соавт. с В.А.Мищенко). Тезисы докладов Первого семинара по системотехнике. Л., 1970.

16. К проектированию систем оценки состояния сложных объектов. (В соавт. с В.А.Мищенко). Там же.

17. Влияние демпфирования в шине на параметры колебаний автомобиля. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако, Ф.Д.Ложечником). "Автомобильная промышленность", № 12, 1967.

18. К вопросу о затрате энергии на колебания автомобиля. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако, Э.В.Боспковой). "Автомобильная промышленность", № 9, 1968.

19. О синтезе нелинейной системы поддрессирования при случайном возмущении. (В соавт. с Н.С.Турченко). Сборник научных трудов БПИ, "Машиностроение", № 2, Минск, 1966.

20. К вопросу синтеза оптимального поддрессирования. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким и Н.С.Турченко). Вестн АН БССР, № 1, 1968.

21. Градиентный метод оптимизации параметров систем поддрессирования объектов. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким). Сб. "Автомобили и тракторостроение". Вып. "Динамика движения автомобилей и тракторов". "Высшая школа", Минск, 1970.

22. Аналоговое моделирование колебаний нестационарных виброзащитных систем при случайных возмущениях. (В соавт. с А.Н.Останиным). Материалы научно-технической конференции "Разработка и применение методов и средств вычислительной техники для автоматизированной обработки информации". Минск, 1972.

23. Об одном алгоритме представления нестационарных случайных функций. (В соавт. с В.А.Мищенко). В сб.: "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, Минск, 1970.

24. Об одном алгоритме решения нелинейных дифференциальных уравнений при расчете виброзащитных систем. (В соавт. с В.А.Мищенко). В сб.: "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, Минск, 1970.

25. Один метод анализа точности линейных нестационарных систем со случайными параметрами. (В соавт. с В.А.Мищенко). В сб.: "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, Минск, 1971.

26. К решению некоторых нелинейных экстремальных задач в замкнутой форме. (В соавт. с В.А.Мищенко). Тезисы докладов на IV межведомственном научном семинаре "Методы оценки характеристик качества сложных систем на ранних этапах разработки". МВИЗРУ, Минск, 1970.

27. Приложение теории селектирующих функций в инженерных задачах. (В соавт. с В.А.Мищенко). Там же.

28. Решение некоторых нелинейных задач. (В соавт. с В.А.Мищенко). Там же.

28. Вероятностный анализ нелинейной подвески транспортных машин (В соавт. с А.Н.Останиным). Аннотации и тезисы докладов II Всесоюзной конференции по технической кибернетике. М., 1969.

30. Алгоритм оптимизации подвески многоопорных транспортных машин. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким и Э.В.Босяковой). В сб.: "Теория и применение вычислительных машин", Изд. БГУ, Минск, 1972.

31. К оценке некоторых характеристик нестационарных случайных процессов. (В соавт. с А.Н.Останиным). Там же.

32. Алгоритм и результаты вероятностного исследования одного класса нелинейных систем на ЦВМ. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким и С.С.Журавлевым). Тезисы докладов республиканской научно-технической конференции. Минск, 1970.
33. Аналитический подход к оптимизации нелинейных нестационарных систем. (В соавт. с В.А.Мищенко). Там же.
34. Автоматизация вероятностного исследования колебаний транспортных машин. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким и Н.С.Турченко). Материалы республиканской научно-технической конференции "Применение математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве", Минск, 1968.
35. Один метод исследования объектов с нелинейной системой подрессоривания, подверженных случайным возмущениям. (В соавт. с Н.С.Турченко). Тезисы докладов VI научно-технической конференции, посвященной 50-летию Советской Белоруссии. Минск, 1968.
36. К вопросу интерполяционного определения характеристик одного класса нелинейных систем. (В соавт. с Н.С.Турченко). Материалы республиканской научно-технической конференции. Минск, 1967.
37. Вероятностный расчет на ЦВМ нелинейных подвесок транспортных машин. (В соавт. с Н.С.Турченко). Материалы республиканской научно-технической конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, часть IV, Минск, 1968.
38. Об управляемом подрессоривании одного класса объектов. (В соавт. с Н.С.Турченко). Материалы республиканской научно-технической конференции, Минск, 1967.
39. Анализ подвески транспортных машин. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, А.Н.Останиным). Листок научно-технической информации, № 02/31. ИНТИП, Минск, 1969.
40. Синтез оптимальных нелинейных характеристик диссипативных элементов. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, В.С.Крисевич, Д.М.Ломако). Материалы республиканской научно-технической конференции. Минск, 1967.
41. Исследование подвески автомобиля с помощью ЭЦВМ. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Труды второго Всесоюзного совещания по применению электронных вычислительных машин при конструировании и расчетах автомобилей и двигателей. М., 1965.

42. Уравнения торможения и нарастания давления в тормозной системе автомобиля и их решение на электронных вычислительных машинах непрерывного действия. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Там же.

43. Номограммный метод экспериментирования. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким и Нгуэн Биэн). "Промышленность Белоруссии", № 9, 1968.

44. Методика выбора с применением ЦВМ оптимальных характеристик буферов для объектов с нелинейной системой поддресоривания. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Материалы республиканской научно-технической конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, Минск, 1968.

45. О форме колебаний поддресоренного объекта при случайном воздействии. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Там же.

46. Некоторые вопросы вероятного расчета нелинейных многомерных систем на ЦВМ. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Э.В.Босяковой). Тезисы докладов УП республиканской научно-технической конференции НТОРЭС им. А.С.Попова. Минск, 1969.

47. К оптимальному проектированию виброзащитных систем. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Э.В.Босяковой). Там же.

48. Формирование вибрационных возмущений. (В соавт. с А.Н.Останиным, Г.Н.Рейзиной). "Промышленность Белоруссии", № 9, 1970.

49. Расчет нелинейных регулируемых пневмогидравлических систем виброзащиты, обеспечивающих инвариантность частоты собственных колебаний объекта виброзащиты. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким). Тезисы докладов УП республиканской научно-технической конференции НТОРЭС им. А.С.Попова. Минск, 1969.

50. Расчет случайных колебаний одного класса нелинейных систем на аналоговых вычислительных машинах. (В соавт. с А.Н.Останиным). Там же.

51. Методика расчета затрат энергии на колебания поддресоренных объектов с применением ЭВМ. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Материалы республиканской научно-технической конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, часть IV, Минск, 1968.

52. Обработка результатов моделирования и натурных испытаний транспортных машин с применением электронного анализатора случайных процессов. (В соавт. с А.Н.Останиным). Листок научно-технической информации № 03/51, БелНИИПТИ, Минск, 1971.

53. Автоматизация эксперимента с применением аналогового комплекса. (В соавт. с А.Н.Останиным). "Промышленность Белоруссии", № 8, 1971.

54. Синтез оптимальных нелинейных характеристик авторизатора и упругого элемента подвески транспортных средств. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким). Совещание по проблемам нелинейных колебаний механических систем. Тезисы докладов. Ленинград, 1965.

55. К синтезу систем поддрессирования, инвариантных к возмущению. Тезисы докладов и сообщений на Всесоюзном межвузовском симпозиуме по прикладной математике и кибернетике. Горький, 1967.

56. Об оптимальной форме характеристики гасителя колебаний для системы с гидропневматическим упругим элементом. Тезисы докладов на Всесоюзном симпозиуме по пневматическим (газовым) приводам и системам управления. Тула, 1968.

57. Об управляемой системе поддрессирования транспортных машин. (В соавт. с Н.С.Турченко). "Промышленность Белоруссии". № 3, 1967.

58. Оптимальное управление одной системой с применением принципа максимума. (В соавт. с В.С.Крисевич). Материалы республиканской научно-технической конференции. Минск, 1967.

59. К вопросу об оптимальной форме характеристик диссипативных элементов в нелинейных системах. (В соавт. с В.С.Крисевич). Материалы республиканской научно-технической конференции "Применение математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве", часть IУ, Минск, 1968.

60. Моделирование случайных дорожных возмущений на аналоговых вычислительных машинах. (В соавт. с Н.С.Турченко). Там же.

61. Выбор оптимальных характеристик упругого элемента и амортизатора с помощью ЭВМ. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Материалы совещания "Механизация и автоматизация управления производством и инженерно-конструкторских расчетов в машиностроении и приборостроении при помощи средств вычислительной техники". Минск, 1965.

62. Автоматизация вероятностного исследования колебаний транспортных машин. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким). Материалы республиканской научно-технической конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, часть IV, Минск, 1968.

63. Расчет затрат энергии на колебания поддресоренных объектов и рассеивание ее отдельными элементами системы поддресоривания. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Материалы IV научно-технической конференции, посвященной 50-летию Советской Белоруссии. Минск, 1968.

64. Исследование влияния параметров поддресоренной системы на ее продольные ускорения. (В соавт. с Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Там же.

66. Некоторые вопросы демпфирования в нелинейных системах поддресоривания. (В соавт. с В.С.Крисевич). Собрание по проблеме нелинейных колебаний механических систем. Рига, 1966.

66. Выработка одного вида случайных возмущений на ЭЦМ "Минск-22". (В соавт. с Н.С.Турченко). Материалы Всесоюзной научно-технической конференции "Автоматизация технической подготовки производства в машиностроении", часть I, Минск, 1968.

67. Исследование подвески автомобиля с помощью вычислительных машин непрерывного действия. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Труды второго Всесоюзного совещания по применению электронных вычислительных машин при конструировании автомобилей и двигателей. М., 1965.

68. Исследование качества демпфирования колебаний поддресоренных объектов с нелинейной системой поддресоривания как системы со многими степенями свободы. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Материалы IV научно-технической конференции, посвященной 50-летию Советской Белоруссии, Минск, 1968.

69. Влияние характеристики амортизатора на параметры колебаний поддресоренных объектов. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Там же.

70. Методика выбора оптимальных характеристик упругого гидропневматического элемента и амортизатора при поддресоривании объектов. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, Н.П.Имашевой, Д.М.Ломако). Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума по пневматическим (газовым) приводам и системам управления. Тула, 1968.

71. Оптимальное проектирование систем поддрессирования с применением аналоговых вычислительных машин. Материалы республиканской конференции по применению математических методов и вычислительной техники в народном хозяйстве, часть IV, Минск, 1968.

72. Алгоритмы и результаты анализа случайных колебаний многоопорных транспортных машин на ЦВМ. (В соавт. с Д.М.Ломакс, А.С.Петрович, М.Я.Рудней). "Вычислительная техника в машиностроении", ИТК АН БССР, Минск, 1971.

73. Определение оценок плотностей распределений и доверительных интервалов входных возмущений многомерных виброзащитных систем. (В соавт. с А.Н.Останиным). Материалы научно-технической конференции "Разработка и применение методов и средств вычислительной техники для автоматизированной обработки информации". Минск, 1972.

74. Вычисление оценок эмпирических законов распределения выходных координат сложных виброзащитных систем. (В соавт. с А.Н.Останиным). Там же.

75. Случайный поиск в задачах аппроксимации, идентификации и оптимизации многомерных нелинейных систем. Тезисы докладов Всесоюзной конференции "Экстремальные задачи и их приложения к вопросам планирования, проектирования и управления сложными системами". Горький, 1971.

76. Гидропневматическая подвеска с противодавлением. (В соавт. с Ю.Б.Беленьким, С.С.Журавлевым). Решение о выдче авторского свидетельства по заявке № I409442/27-II от 9 марта 1970 г. Кл. F16f 9/06, B60g 17/04.

77. The Influence of Tyre-Damping Properties on Vehicle-Oscillation Parameters. *Journal of Terramechanics*, 1967, vol. 4, №2, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris.