

А. А. ЛОБАТЫЙ, А. Ю. БУМАЙ, Е. М. РОБИЛКО

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ГРУППЫ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ ПОИСКЕ ОБЪЕКТОВ

Белорусский национальный технический университет  
г. Минск, Республика Беларусь

**Аннотация.** Рассмотрены общие принципы оценки эффективности применения беспилотных авиационных комплексов (БАК), включающих группы беспилотных летательных аппаратов (БЛА). Проведен анализ современных методов оценки эффективности при выполнении различных задач БАК. Обоснованы основные показатели оценки эффективности в виде вероятностных характеристик. Сформулированы общие вероятностные показатели оценки эффективности и частные показатели, характеризующие отдельные этапы применения беспилотных авиационных комплексов: вероятность обнаружения объекта группой БЛА, вероятность своевременного решения задачи воздействия на объект (оказания помощи потерпевшим) с учетом временных характеристик запаздывания. Особое внимание уделено решению задач поиска объектов в заданной области земной поверхности ввиду актуальности и распространенности задач такого рода. Приведены математические зависимости для определения вероятности нахождения объекта в заданной области, определения вероятности обнаружения объекта к заданному сроку, расчета математического ожидания числа объектов, обнаруженных к заданному сроку.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, эффективность, вероятность, объект, поиск

### Введение

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) активно применяются для решения широкого круга задач в различных областях народного хозяйства, обороны и в условиях, где применение пилотируемой авиации нецелесообразно по экономическим причинам или связано с риском для жизни и здоровья экипажа летательного аппарата. Имея относительно невысокую стоимость, небольшие габариты, оснащенные высокопроизводительным электронным оборудованием, БЛА успешно решают задачи мониторинга земной поверхности, доставки грузов, поражения наземных и воздушных целей, решения задач связи, охраны объектов, регулирования транспортных потоков и т.д. [1, 2]. Существует большое разнообразие БЛА в зависимости от предназначения, конструктивного исполнения, габаритно-массовых характеристик, разнообразия целевой нагрузки, различных технических особенностей.

Та или иная область применения БЛА определяется эффективностью применения для решения конкретной задачи. Для оценки эффективности объекта БЛА как степени соответствия его своему назначению в условиях многокритериальной стохастической постановки задачи, как правило, применяют вероятностные методы исследования операций, основанные на математическом компьютерном моделировании процессов, описывающих применение исследуемого объекта (системы).

Показатели эффективности применения беспилотного авиационного комплекса (БАК) назначаются (выбираются) в зависимости от вариантов решения поставленной задачи и условий применения БАК [3]. В работах [4–7] рассматриваются вопросы оценки эф-

фективности БАК на различных этапах применения. В работе [8] представлены задачи оптимизации основных режимов полета БЛА, размещения наземных компонентов БАК, процессов перебазирования БАК, информационная безопасность БЛА.

Традиционно одной из основных задач применения БЛА является поиск и обнаружение наземных объектов. Успешное решение данной задачи определяется в значительной степени возможностями аппаратуры, установленной на борту БЛА. Первоначально такие задачи рассматривались в военной сфере, когда необходимо обнаружить наземную цель и создать предпосылки для ее поражения [9]. Однако существуют различные задачи поиска наземных объектов не только военного назначения. Например, важнейшей задачей является поиск и обнаружение в труднодоступной, ненаселенной местности пропавших (терпящих бедствие) людей для оказания им необходимой помощи. Для этих целей, как правило, приходится привлекать значительные человеческие и материальные ресурсы.

### Поиск наземных объектов

Различают три основных вида поиска наземных объектов [10]: контрольный (в районе), по вызову (вторичный), на рубеже (на линии).

Контрольный поиск представляет собой обследование заданного района для обнаружения объекта или установления его отсутствия. Он проводится в тех случаях, когда отсутствуют данные о месте нахождения объекта на определенный момент времени. Контрольному поиску, как правило, соответствует равномерное распределение вероятных мест обнаружения объекта в районе, подлежащего обследованию.



объект,  $T_{дс}$  – время, необходимое для доставки к объекту необходимых средств (спасателей к терпящим бедствие)

Так как объекты поиска в общем случае могут менять место своего пребывания, то доставка средств может запаздывать и прийти к уже покинутому объектом месту. В этом случае вероятность решения задачи по воздействию на объект (к ним относятся и пещеры) вычисляется по формуле

$$W_{в}^{(p)} = P_{д} P_{м} W_{в}, \quad (7)$$

где  $P_{д}$  – вероятность того, что объект обнаружен и сведения о нем доставлены в центр принятия решений,  $P_{м}$  – условная вероятность того, что обнаруженный объект средства застали объект на месте  $W_{в}$  – условная вероятность воздействия на объект при условии, что объект в момент воздействия оказался на месте

Так как процесс воздействия (оказания помощи терпящим бедствие) складывается из ряда последовательных операций, то закон распределения времени запаздывания согласно центральной предельной теореме теории вероятностей можно считать приблизительно нормальным с математическим ожиданием и дисперсией, вычисляемыми по формулам:

$$m_{гзп} = m_{гюн} + m_{гпр} + m_{гдс}, \quad (8)$$

$$D_{гзп} = D_{гюн} + D_{гпр} + D_{гдс}. \quad (9)$$

В правых частях формул (8)–(9) параметры имеют смысл ожидания и дисперсий величин  $T_{н}$ ,  $T_{пр}$ ,  $T_{дс}$ . Закон распределения времени нахождения объекта на месте  $f_{м}(\cdot)$  задается исходя из априорных данных о возможных перемещениях объекта. Обычно это закон полагают показательным [9] с параметром, равным  $1 / \langle t_{м} \rangle$ , где  $\langle t_{м} \rangle$  – среднее время нахождения объекта на месте после очередного перемещения

$$f_{м}(t) = \frac{1}{\langle t_{м} \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_{м} \rangle}} \quad (10)$$

При таких допущениях вероятность своевременного решения задачи воздействием на объект (оказания помощи потерпевшим) может вычисляться по формуле:

$$P_{м} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{1}{\langle t_{м} \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_{м} \rangle}} \left[ \Phi \left( \frac{t - m_{гзп}}{\sqrt{2D_{гзп}}} \right) + \Phi \left( \frac{m_{гзп}}{\sqrt{2D_{гзп}}} \right) \right] dt, \quad (11)$$

где  $\Phi(\cdot)$  – функция Крампа (интеграл вероятностей) вида:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (12)$$

Определим математическое ожидание времени, требующегося для обнаружения объекта. В общем случае интенсивность обнаружения наземных объектов вычисляется по формуле [9]:

$$\gamma = \frac{V_{сз}}{S_{об}}, \quad (13)$$

где  $S_{об}$  – площадь, приходящаяся на один объект,  $V_{сз}$  – средняя эффективная скорость обзора земной поверхности аппаратурой БЛА.  $V_{сз} = V_{с} P_{об} \cdot n_{БЛА}$ , где  $V_{с}$  – средняя скорость обзора земной поверхности аппаратурой БЛА,  $P_{об}$  – условная вероятность обнаружения наземного объекта аппаратурой БЛА,  $n_{БЛА}$  – число БЛА, проводящих мониторинг (количество вылетов одного БЛА)

Пусть интенсивность определений наземных объектов  $\gamma$  помощью аппаратуры БЛА приблизительно известна и достоверная информация о каждом объекте поступает в течение времени  $t$ . Тогда условное математическое ожидание времени, прошедшего до обнаружения объекта  $m_{гюб}$ , равно числу объектов, обнаруженных вероятностью  $W_{об}$  за время поиска  $t_{п}$  по формуле [9]

$$m_{гюб} = \frac{1}{W_{об}(t_{п})} \int_0^{t_{п}} t dW_{об}(t) = \frac{1}{W_{об}(t_{п})} \left[ t_{п} W_{об}(t_{п}) - \int_0^{t_{п}} (1 - e^{-\gamma t}) dt \right] = \frac{1}{\gamma} - \frac{t_{п}}{e^{\gamma t_{п}} - 1} \quad (14)$$

Так как  $\gamma$  является случайной величиной, то определим вероятность своевременного воздействия на объект. Для этого допустим, что не только время смещения объекта от первоначального положения  $T_{с}$  но и время запаздывания  $T_{зп}$ , подчинено показательному закону с математическим ожиданием равным  $\langle t \rangle$ . При этих условиях вероятность своевременного воздействия на объект (оказания помощи терпящим бедствие) определяется по формуле:

$$P_{м} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\langle t_{п} \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_{п} \rangle}} \int_0^t \frac{1}{\langle t_{зп} \rangle} e^{-\frac{\tau}{\langle t_{зп} \rangle}} d\tau dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{\langle t_{п} \rangle} e^{-\frac{t}{\langle t_{п} \rangle}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\langle t_{зп} \rangle}} \right) dt = \frac{\langle t_{п} \rangle}{\langle t_{п} \rangle + \langle t_{зп} \rangle}. \quad (15)$$

Из информации начальных данных  $m_{гюб}$ ,  $P_{н}$ ,  $\langle t_{п} \rangle$ ,  $\langle t_{зп} \rangle$ , можно производить анализ влияния информации подсистемы и технических характеристик БЛА на эффективность выполнения задачи БАК, а также производить сравнительную оценку и выбор варианта бортового и наземного оборудования БАК.

### Заключение

Процессы функционирования беспилотных авиационных комплексов являются случайными при решении задач поиска и обнаружения наземных объектов, так как существенно зависят от многих случайных факторов. Следовательно, результат применения БЛА и БАК в целом оценивается вероятностными показателями. Эффективность применения БАК количественно характеризуется вероятностями успешного функционирования элементов БАК на каждом из этапов их применения.

Законы распределения переменных, от которых зависит эффективность, могут быть получены путем математического моделирования процессов, описывающих применение БАК. Это позволяет сформулировать

основные требования к элементам БЛА и БАК в целом на этапе предварительного проектирования систем и выбрать наиболее рациональные условия применения БЛА.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беспилотные летательные аппараты / под общ. ред. Н. Н. Новичкова. Москва : Информационное агентство АРМС–ТАСС, 2009. 436 с.
2. Эксплуатация и применение беспилотных летательных аппаратов (FPV–дронов) : учебное пособие / А. В. Ананьев [и др]. Воронеж : ВУНЦ ВВС «ВВА», 2023. 235 с.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : учеб. пособие / Е. С. Вентцель. Изд. 4–е, стер. Москва : Дрофа, 2006. 206 с.
4. Лобатый, А. А. Структура методики оценки эффективности беспилотного авиационного комплекса на этапе наведения / А. А. Лобатый, И. И. Белекало // Сборник статей по материалам докладов XXI межвузовской научно–практической конференции «Перспектива–2011». Воронеж, 2011. С 16–21.
5. Бенкафо, А. С. Показатели эффективности беспилотного авиационного комплекса / А. С. Бенкафо // Системный анализ и прикладная информатика. 2014. № 1–3. С. 17–22. URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/18>.
6. Лобатый, А. А. Принятие решений при выборе объектов по критериям эффективности / А. А. Лобатый, А. С. Абуфанас // Системный анализ и прикладная информатика. 2015. № 4. С. 36–39. URL: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/76/69>.
7. Вероятностный анализ попадания беспилотного летательного аппарата в запретную зону / А. А. Лобатый, Ю. Ф. Яцына, В. Ю. Степанов, А. Ю. Бумай // Системный анализ и прикладная информатика. 2019. № 4. С. 46–54. DOI: 10.21122/2309-4923-2019-4-46-54.
8. Моисеев, В. С. Основы теории эффективного применения беспилотных летательных аппаратов / В. С. Моисеев. Казань : Редакционно-издательский центр «Школа», 2015. 444 с.
9. Мильграм, Ю. Г. Боевая эффективность авиационной техники и исследование операций / Ю. Г. Мильграм, И. С. Попов. Москва : Издание ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1970. 499 с.
10. Абчук, В. А. Поиск объектов / В. А. Абчук, В. Г. Суздаль. Москва : Советское радио, 1977. 336 с.

#### REFERENCES

1. *Bespilotnye letatelnye apparaty* [Unmanned aerial vehicles]. Ed. by N. N. Novichkov. Moscow: Information Agency ARMS–TASS; 2009. 436 p. (in Russian).
2. Ananiev A.V., Bulgakov M.A., Volobuev M.F., Vyshlov O.S., Dolgov A.A., Kravtsov E.V., et al. *Ekspluatatsiya i primeneniye bespilotnykh letatelnykh apparatov (FPV–dronov)* [Operation and application of unmanned aerial vehicles (FPV-drones)]: textbook. Voronezh: VUNTS VVS "VVA"; 2023. 235 p. (in Russian).
3. Ventsel E.S. *Issledovanie operatsii: zadachi, printsipy, metodologiya* [Investigation of operations: tasks, principles, methodology]. Manual. Ed. 4th, ster. Moscow: Drofa; 2006. 206 p. (in Russian).
4. Lobaty A.A., Belekalo I.I. The structure of the methodology for assessing the effectiveness of an unmanned aerial vehicle at the guidance stage. *Sbornik statej po materialam dokladov XXI mezhvuzovskoj nauchno–prakticheskoy konferentsii «Perspektiva–2011»* [Collection of articles based on the materials of the reports of the XXI interuniversity scientific and practical conference «Perspektiva-2011»]. Voronezh; 2011. P 16–21 (in Russian).
5. Benkafo A.S. Indicators of efficiency of the pilotless aviation complex. *System analysis and applied information science*. 2014;(1–3):17–22 (in Russian). Available at: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/18>.
6. Abufanas A.S., Lobaty A.A. Decision-making in the selection of objects according to the criteria of efficiency. *System analysis and applied information science*. 2015;(4):36-36 (in Russian). Available at: <https://sapi.bntu.by/jour/article/view/76/69>.
7. Lobaty A.A., Yatsyna Y.F., Stepanov V.Y., Bumai A.Y. Probabilistic analysis of getting into a restricted area by unmanned aerial vehicle. *System analysis and applied information science*. 2019;(4):46-54 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2309-4923-2019-4-46-54>.
8. Moiseev V.S. *Osnovy teorii effektivnoy primeneniya bezberodnykh letatelnykh apparatov* [Fundamentals of the theory of effective application of unmanned aerial vehicles]. Kazan: Editorial and Publishing Center «Shkola»; 2015. 444 p. (in Russian).
9. Milgram Ju.G., Popov I.S. *Boevaya effektivnost aviacionnoj tehniky i issledovanie operacij* [Combat effectiveness of aviation engineering and operations research]. Moscow: Publishing House of the All-Russian Military Academy named after N. E. Zhukovsky; 1970. 499 p. (in Russian).
10. Abchuk V.A., Suzdal V.G. *Poisk obektov* [Search for objects]. Moscow: Sovetskoe radio; 1977. 336 p. (in Russian).

A. A. LOBATY, A. Y. BUMAI, E. M. ROBILKO

## IDENTIFICATION OF A STOCHASTIC MODEL OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

*Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus*

**Abstract.** This article examines the general principles for assessing the effectiveness of unmanned aerial complexes (UAC), including groups of unmanned aerial vehicles (UAVs). It analyzes current methods for assessing effectiveness in performing various UAC tasks. Key performance indicators are substantiated as probabilistic characteristics. General probabilistic performance indicators and specific indicators characterizing individual stages of UAC use are formulated: the probability of object detection by a UAV group and the probability of timely resolution of the task of interfering with the object (providing assistance to victims), taking into account time delay characteristics. Particular attention is paid to solving problems of searching for objects in a given area of the Earth's surface due to the relevance and prevalence of such problems. Mathematical relationships are presented for determining the probability of finding an object in a given area, determining the probability of detecting an object by a given deadline, and calculating the mathematical expectation of the number of objects detected by a given deadline.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, effectiveness, probability, object, search



### **Лобатый Александр Александрович**

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Доктор технических наук, профессор. Профессор кафедры «Робототехнические системы» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза систем управления, в том числе – беспилотными летательными аппаратами. Автор и соавтор научных статей, книг и учебных пособий.

#### **Alexander A. Lobaty**

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Doctor of Science (Engineering), Professor. Professor of the Department of Robotic Systems at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the field of analysis and synthesis of control systems, including those of unmanned aerial vehicles. Author and co-author of scientific articles, books, and textbooks.

**Тел:** +375 (29) 346-82-56

**E-mail:** lobaty@bntu.by



### **Бумай Андрей Юрьевич**

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Старший преподаватель кафедры «Информационные системы и технологии» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

#### **A. Y. Bumai**

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Senior Lecturer of the Department of Information Systems and Technologies at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the analysis and synthesis of stochastic control systems applicable to unmanned aerial vehicles.

**E-mail:** abumaj@bntu.by



### **Робилко Евгений Михайлович**

Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск, Республика Беларусь. Аспирант кафедры «Робототехнические системы» БНТУ. Проводит исследования в области анализа и синтеза стохастических систем управления применительно к беспилотным летательным аппаратам.

#### **E. M. Robilko**

Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus.

Postgraduate Student of the Department of Robotic Systems at the Belarusian National Technical University. Conducts research in the analysis and synthesis of stochastic control systems applicable to unmanned aerial vehicles.

**E-mail:** roblekevg@bntu.by