

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Сидорик В.В.¹

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Теория колебаний является важной составной частью подготовки студентов технических вузов к будущей профессиональной деятельности. Колебательное движение относится к числу самых распространенных в естественной и искусственной средах. При этом реальные колебательные системы достаточно сложны и их изложение, как правило, ограничивается ресурсами учебного времени и оснащением учебных лабораторий по той или иной технической дисциплине. По этой причине в учебных задачах рассматриваются в большинстве случаев колебательные системы на базе гармонического осциллятора с одной степенью свободы.

Любое усложнение базовой модели гармонического осциллятора обуславливает существенные усложнения и приводит к нелинейным системам. Движение нелинейных систем описывается нелинейными уравнениями, а это еще более затрудняет решение, так как требует привлечение численных методов.

Компьютерные технологии безусловно позволяют преодолеть такого рода сложности. Тем не менее, и в этом не все так просто и гладко. На наш взгляд основные проблемы здесь возникают на нескольких этапах. Первый этап – постановка реальной задачи и упрощение ее переходом (выбором) соответствующей физической модели и ее обоснованием. Обоснование модели в ряде учебных изданий недостаточно полно раскрывает смысл тех приближений и допущений, которые необходимо сделать для того, чтобы обучаемые понимали суть делаемых допущений. Второй этап – запись уравнения движения для выбранной модели. Результатом является уравнение (системы уравнений). В большинстве случаев это дифференциальные уравнения высоких порядков. Порядок определяется количеством степеней свободы модели колебательной системы. На третьем этапе – алгоритмизация и программирование.

Отметим здесь следующее. Первый и второй этапы преподаватель реализует, опираясь на свои знания в профессиональной области. Для третьего этапа необходимы знания студентов математических пакетов и их применение в части решения уравнений. В какой-то степени это наличие определенной культуры в области информационных технологий. Наряду с этим, отметим, что современные студенты приходят в вуз уже имея определенные познания и навыки в области программирования. Для таких студентов реально, хотя и с определенными трудностями, привлечь знания из области языков программирования, например, Java и Python. Соответствующие библиотеки для решения таких задач имеются.

Еще одним привлекательным направлением применения таких задач является возможность их решения как курсовых работ и проектов, а также заданий лабораторного практикума. Сам факт решения реальных задач, а не упрощенных и идеализированных, вызывает у студентов дополнительные стимулы к их решению.

Покажем, как это может быть реализовано в случае простейшей модели, хорошо известной и изученной школьниками и студентами. Такой простейшей колебательной системой является математический маятник (рис. 1).

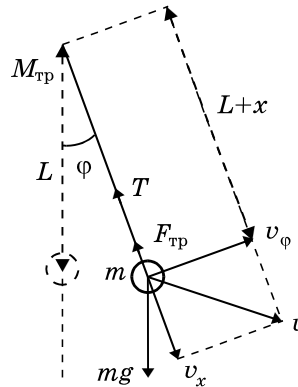


Рисунок 1 – Модель маятника и обозначения

В математическом маятнике стержень является невесомым и недеформируемым. Аналитическое решение такой задачи описано во всех учебниках по физике. Однако, стоит только изменить постановку задачи и считать стержень невесомым, но деформируемым, уравнение движения становится гораздо более сложным и, как показано в [1], имеет приобретает вид системы из двух дифференциальных уравнений 2-го порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x - g \cos \varphi - L \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = 0,$$

$$(L+x) \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2h}{mL} \frac{d\varphi}{dt} + L\Omega_0^2 \sin \varphi + 2 \frac{dx}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = 0.$$

Решение такого уравнения позволяет не только визуализировать кинематику и динамику поведения такой системы, но и познакомиться на реальной задаче с особенностями нелинейных систем. Здесь можно выявить колебания маятника с различными начальными условиями, учесть влияние различных видов трения, рассмотреть малые и большие угловые колебания, вращательное движение, вычислить зависимости от времени угла поворота, угловой скорости, углового ускорения и силы натяжения.

1. Сидорик В.В., Джилавдари И.З. Физика в компьютерных моделях: Учебно-методическое пособие. – Минск : ПИОН, 1998, с. 250