

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЛАБОРАТОРНОМ ПРАКТИКУМЕ

Сидорик В.В.¹

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Лабораторный практикум является одной из форм учебного процесса и предусматривается учебными планами (программами) при изучении различных учебных дисциплин. Выполнение любой лабораторной работы предполагает проведение натурального эксперимента на реальном оборудовании. Следующая фаза лабораторной работы состоит в обработке результатов натурального эксперимента и включает вычисления по формулам, построение графиков, анализ результатов и выводы.

Лабораторные работы, выполняемые в технических вузах и имеющие прикладную направленность, как правило, затрагивают достаточно сложные явления и процессы. По этой причине фаза обработки результатов и попытка не только качественного, но и количественного объяснения результатов не является простым. Для этого имеется достаточно много причин. Здесь и сложность самих явлений и процессов, большое количество факторов и параметров, влияющих на поведение реальных систем. Невозможность учесть все факторы при переходе от понимания реальных систем и их моделей требует проверки адекватности принятой для интерпретации модели. Сложность усугубляется и тем, что нет заранее заготовленных рецептов в пользу той или иной модели и ее обоснования. Сам выбор модели уже влияет на интерпретацию результатов.

В целом, это ставит вопрос о проверке адекватности модели при проведении натурального эксперимента. Это особенно важно в части прогноза поведения системы на основе используемой модели.

Таким образом, весьма актуальным при проведении натурального лабораторного эксперимента является соединение практической и теоретической части – реальной системы и ее модели.

Рассмотрим проведение натурального эксперимента, его теоретической модели и проверки адекватности на примере маятника Максвелла. Механическая конструкция лабораторной установки включает: основание с вертикальной колонкой, неподвижный верхний и подвижный нижний кронштейны. На верхнем кронштейне установлен узел фиксации маятника, фотоэлектрический датчик и вороток для крепления и регулирования длины нити подвеса маятника. На нижнем кронштейне также установлен фотоэлектрический датчик. Маятник представляет собой диск, закрепленный на оси и подвешенный бифилярным способом, т.е. с помощью двух нитей. Электронная схема состоит из секундомера, имеющего диапазон измерения в пределах 0-99.999с и погрешность

$\pm 0.02\%$, и двух фотоэлектрических датчиков. Измерение времени осуществляется по моментам открывания и прерывания светового потока диском маятника и генерированием электрических сигналов в цепи фотоэлектрических датчиков, соединенных с секундомером.

Переход от реальной установки к модели требует целого ряда допущений с точки зрения модели элементов маятника, физических полей и среды (воздух) (рис. 1). Например, маятник считаем недеформируемым, а нити подвеса однородными и упругими. Атмосферу принимаем как однородную вязкую несжимаемую среду.

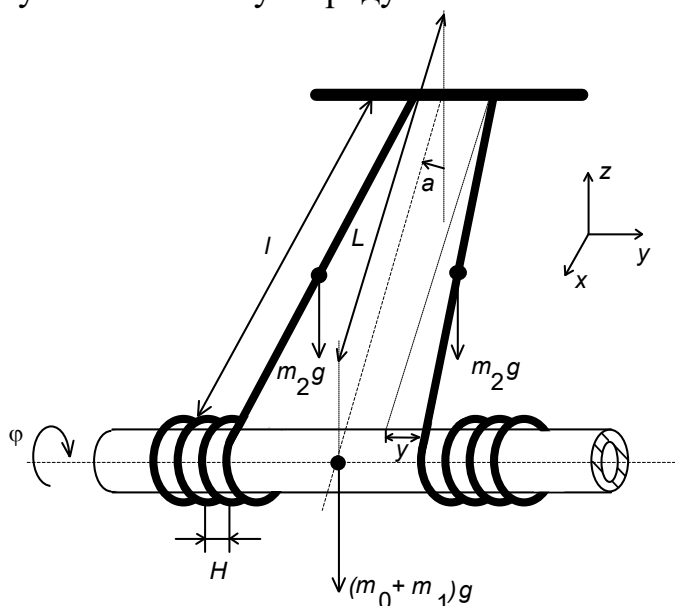


Рисунок – 2. Модель эксперимента (диск маятника не показан)

Для вывода математической модели учтем действие различных сил, влияющих на движение: силу тяжести, силу лобового сопротивления, подъемную силу, силу Архимеда и силы трения, возникающие при взаимодействии нитей подвеса с осью маятника. Вывод искомым уравнений довольно сложен. Результат представляет собой систему двух дифференциальных нелинейных уравнений второго порядка

$$A_1 \frac{d^2\alpha}{dt^2} + B_1 \frac{d\alpha}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = Q_\alpha$$

$$A_2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} - B_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + C_2 \varphi = Q_\varphi$$

Коэффициенты этих уравнений в свою очередь представляют достаточно сложные математические выражения и здесь не приводятся. Решение этих уравнений позволяет определить адекватность выбранной модели и установить ключевые факторы, влияющие на движение маятника.

1. Сидорик В.В., Джилавдари И.З. Физика в компьютерных моделях: Учебно-методическое пособие. – Минск : ПИОН, 1998, с. 250