

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВМЕЩЕННОГО КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА ДЛЯ СИНТЕЗА УСТОЙЧИВЫХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Несенчук А.А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Рассматривается интервальная динамическая система (ИДС) [1, 2], свойства которой описываются семейством характеристических полиномов вида

$$g_n(s) = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n, \quad -\infty < a_j < +\infty, j \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

где $a_j \in \mathbb{R}$.

Задача состоит в определении интервальных подсемейств значений параметров (коэффициентов) (1) в семействе его параметров, обеспечивающих устойчивость системы. Для решения используется совмещенный (расширенный) свободный корневой годограф [2].

Запишем полином (1) для рассматриваемой системы при $n = 3$:

$$s^3 + s^2 + q_1s + q_2 = p(s, q_1, q_2). \quad (2)$$

Согласно материалов [2] запишем расширение E_3 полинома (2):

$$E_3(p(s, q_1, q_2)) = \begin{cases} s^2 + s + q_1 = p_2(s), & (3.1) \\ s^3 + s^2 + q_1s + q_2 = p_3(s). & (3.2) \end{cases} \quad (3)$$

где полином (3.1) является порождающим, а полином (3.2) – порождаемым полиномом [2].

Сгенерируем расширенный корневой годограф для расширения (3). Поскольку свободный корневой годограф полинома (3.1) представляет собой траекторию движения полюсов свободного корневого годографа полинома (3.2), вначале рассмотрим построение годографа полинома (3.1) относительно q_1 , т.е. построение порождающего корневого годографа $RL(q_1)$, поскольку это позволит выявить траекторию движения полюсов порождаемого корневого годографа $RL(q_2)$ полинома (3.2).

Корневой годограф $RL(q_1)$ полинома (3.1) показан на рис. 1. Буквы p с нижними индексами обозначают полюсы системы. На положительной ветви годографа $RL(q_1)$ выберем, например, точку $a(-0.5, 5)$, которая соответствует значению параметра $q_1 = 25$.

Построим теперь порождаемый корневой годограф $RL(q_2)$ для полинома (3.2) относительно параметра q_2 . Очевидно, что при изменении параметра q_1 полюсы (начальные точки) порождаемого годографа $RL(q_2)$ перемещаются вдоль ветвей порождающего корневого годографа $RL(q_1)$. Корневой годограф $RL(q_2)$ показан на рис. 1. В точке $c(0, 5)$, где граница устойчивости системы пересекается положительными ветвями годографа

$RL(q_2)$ значение параметра годографа равно $q_2 = 25$. Полюс p_2 имеет координаты $\sigma = -0.5, \omega = 5, p_2(-0.5, 5)$.

На рис. 1 представлен совмещенный (расширенный) корневой годограф системы, $RL(q) = RL(q_1) + RL(q_2)$, на котором показано, что полюс p_2 годографа $RL(q_2)$ располагается в точке a на траектории его перемещения, которая представляет собой порождающий корневой годограф $RL(q_1)$.

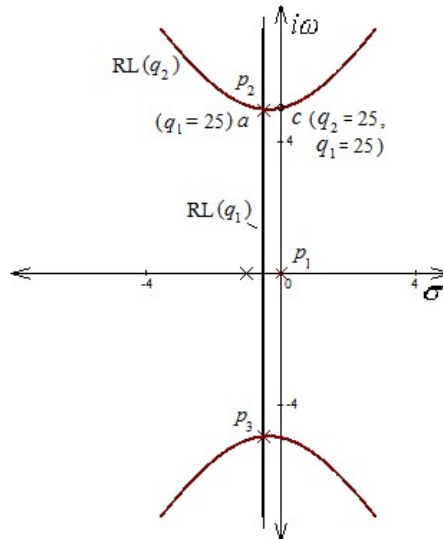


Рис. 1 – Расширенный корневой портрет $RL(q)$ системы, представленный совмещенным корневым годографом $RL(q) = RL(q_1) + RL(q_2)$: $RL(q_1)$ и $RL(q_2)$ совмещены

На основе приведенных выше положений очевидно, что в случае, когда q_1 и q_2 изменяются в пределах определенных интервалов значений, семейство полюсов свободного корневого годографа $RL(q_2)$ уравнения третьей степени (в нашем случае уравнения (2)) локализуется в левой полуплоскости на ветвях годографа $RL(q_1)$. В [2] также показано, что в пределах области, где семейство годографов интервальной системы третьего порядка пересекает границу устойчивости (на оси $i\omega$) значения свободного параметра q_2 возрастают пропорционально возрастанию значений координат ω . Поэтому, запишем достаточное условие устойчивости для рассматриваемой системы (2):

$$25 \leq q_1 < \infty, \quad (4)$$

$$0 < q_2 < 25, \quad (5)$$

Таким образом, выполнен параметрический синтез устойчивой ИДС (условия (3) и (4)).

1. Поляк Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
2. Nesenchuk A.A. Superimposed Root Locus Portraits for Parametric Synthesis of Robust Control Systems / A.A. Nesenchuk [Electronic resource] // IEEE International Conference on Electrical, Computer and Energy Technologies (ICECET 2024): Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Electrical, Computer and Energy Technologies (ICECET 2024), Sydney – Australia, July 25–27, 2024 / – P. 1–6. – DOI: 10.1109/ICECET61485.2024.10698439.