УДК 681.511

МЕТОД СИНТЕЗА УСТОЙЧИВЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Несенчук А.А.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Рассматриваются динамические системы с возмущенными параметрами, описываемые семействами характеристических полиномов третьего порядка с коэффициентами в пределах заданных интервалов значений:

$$g_n(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1}s + a_n, \ -\infty < a_j < +\infty, j \in \{1, 2, ..., n\} \quad (1)$$

где $n = 3$, $a_j \in \mathrm{R}$, $a_j \in (\underline{a}_j, \overline{a}_j)$.

На базе выявленных особенностей конфигурации корневых портретов подобных систем и графоаналитического подхода к их анализу и синтезу [1] предлагается метод расчета параметров (коэффициентов) характеристического уравнения системы, обеспечивающих ее робастную устойчивость в случае неустойчивости исходной интервальной динамической системы.

Запишем уравнение свободного корневого годографа полинома (1) [1]:

$$3\sigma^2\omega - \omega^3 + 2a_1\sigma\omega + a_2\omega = v(\sigma,\omega) = 0, \qquad (2)$$

и уравнение параметра для полинома (1) [1]:

$$-\sigma^3 + 3\sigma\omega^2 - a_1\sigma^2 + a_1\omega^2 - a_2\sigma = u(\sigma,\omega) = a_3, \qquad (3)$$

уравнение миграции корней на границе устойчивости:

$$\omega^3 - a_2\omega = 0 \ (4)$$

и функцию параметра на границе устойчивости в виде

$$a_1\omega^2 = a_3. \qquad (5)$$

Корневой портрет системы P опишем в форме бесконечного множества двухпараметрических полей F_i корневых траекторий [1]:

$$P = \{F_i\},\ i = 1, 2, \ldots (6)$$

Определение 1. Область C на границе устойчивости *iω,* где корневой портрет/поле корневых траекторий пересекает эту границу, назовем *областью пересечений (портрета/поля)* ($C = [c_1, c_m]$ на рис. 1).

Определение 2. *Доминирующим полем* в семействе полей корневых траекторий (6) назовем поле $F_i = F_d$, при расположении которого в левой полуплоскости s корней весь корневой портрет системы располагается в левой полуплоскости.

Определение 3. Корневой годограф $h_i = h_d$ доминирующего поля F_d корневых траекторий полинома (1), устойчивость которого гарантирует устойчивость поля F_d, назовем *доминирующим корневым годографом поля/портрета.*

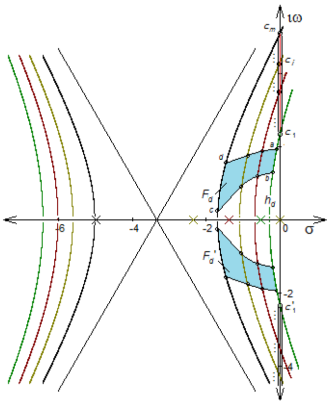

Рис. 1 – Поле корневых траекторий полинома $s^3 + 10s^2 + a_2s + a_3 = p(s)$ при $a_2 \in [5,25]$, $a_3 \in [18,40]$, $a_1 \in [10,20]$

На основании выражений (2) – (6) сформулируем следующие утверждения. *Утверждение 1.* Доминирующим в семействе полей корневых траекторий полинома (1) является поле F_d, которое содержит линию уровня (доминирующий корневой годограф $h_d(s)$), проходящую через нижнюю точку c_1 области пересечений C (рис. 1), в которой значение параметра a_3 является минимальным для данного семейства: $a_3 = \min a_3(c_1)$. *Утверждение 2.* Доминирующий корневой годограф $h_d(s)$ полиномиального семейства (1) описывается уравнением

$$s^3 + \underline{a}_1 s^2 + \underline{a}_2 s + a_3 = h_d(s) \qquad (7)$$

и доминирующий полином, устойчивость которого гарантирует устойчивость (7) уравнением $s^3 + \underline{a}_1 s^2 + \underline{a}_2 s + \overline{a}_3 = p_d(s)$. (8)

На основании (7) и (8) функцию доминирующего поля F_d корневых траекторий определим выражением

$$f_d(\sigma,\omega) = \omega^2 - 3\sigma^2 - 2\underline{a}_1\sigma \qquad (9)$$

и уравнение линий уровня поля F_d выражением

$$\omega^2 - 3\sigma^2 - 2\underline{a}_1\sigma = a_2. \qquad (10)$$

Условие устойчивости. Семейство **х**арактеристических полиномов (1) динамической системы с интервально неопределенными коэффициентами является асимптотически устойчивым, если доминирующее поле F_d (9) системы (доминирующий корневой годограф h_d системы) располагается в левой полуплоскости корней s.

Расчет и настройка параметров (синтез) семейства (1), согласно данному методу, выполняется, как правило, посредством определения (настройки) значений параметров a_2 и a_3. Настройка осуществляется на основании утверждений 1 и 2 в соответствии со следующими условиями:

$$0 < a_3 < \min(a_3(c_i)),\ a_2(c_m) < a_2 < a_2(c_i),$$

где $a_3(c_i)$, $a_2(c_i)$ – соответственно значения коэффициентов a_3 и a_2 в определенной точке c_i, $i = 1, 2, \ldots, m$, пересечения границы устойчивости i-й линией уровня доминирующего поля F_d (рис. 1).

Точка c_i может выбираться произвольно, по желанию пользователя. В случае необходимости выполняется также настройка параметра a_3.

1. Nesenchuk A. A. Investigation and Synthesis of Robust Polynomials in Uncertainty on the Basis of the Root Locus Theory / A. A. Nesenchuk // Polynomials – Theory and Applications / A. A. Nesenchuk; ed. by Cheon Seoung Ryoo. – London, 2019. – Ch. 6. – P. 109–130.