

На правах рукописи

Министерство высшего и среднего специального
образования БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Платонова Ирина Константиновна

РАСЧЕТ БАЛОК, ЛЕЖАЩИХ НА СПЛОШНОМ
УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

05.23.02. Основания, фундаменты и подземные
сооружения

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Минск 1972

Работа выполнена во Всесоюзном заочном инженерно-строительном институте на кафедре "Механики, сопротивления материалов, оснований и фундаментов".

Научный руководитель -
доктор технических наук,
профессор И.А.СИМВУЛИДИ

Официальные оппоненты:
доктор технических наук,
профессор Ю.А.СОБОЛЕВСКИЙ
кандидат технических наук
А.С.КАНАНЯН

Ведущее предприятие -
БЕЛГОСПРОЕКТ

Автореферат разослан "5" сентября 1973 г.

Защита диссертации состоится "9" сентября 1973 г.
в "16" часов на заседании Совета по присуждению ученых степеней по строительным, гидротехническим, химико-технологическим специальностям и строительству коммунальных сооружений при Белорусском ордена Трудового Красного Знамени политехническом институте (г.Минск, Ленинский пр., 65, ауд. _____ к. _____).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Просим Вас прислать отзыв на автореферат в 2-х экземплярах, заверенных печатью, по адресу:

220027, г.Минск, Ленинский проспект, 65,
Белорусский политехнический институт.
Ученому секретарю Совета.

Ученый секретарь Совета,
кандидат технических наук

И.С.Качан

XXIV съезд КПСС наметил грандиозные планы построения материально-технической базы коммунизма, выполнение которых тесно связано с дальнейшим развертыванием строительства.

" В 9-ом пятилетии предстоит выполнить обширную программу капитального строительства, повысить его эффективность и качество ... Улучшение капитального строительства во многом зависит от качества проектирования. Проекты должны предусматривать использование новейшей техники и технологии." (из доклада А.Н.Косыгина на третьей сессии Верховного Совета СССР восьмого созыва).

В связи с этим возрастает роль проектно-конструкторских работ, от правильного ведения которых зависит оптимальный вариант, учитывающий современность применяемых конструкций, их размеры, а также возможность удешевления возводимых сооружений. Базой, на основе которой проводятся все теоретические расчеты строительства самых разнообразных инженерных сооружений, являются строительная механика, механика грунтов, теория упругости и пластичности, располагающие большим количеством методов расчета, подтвержденных опытами инженерной и строительной практики.

Вместе с тем бурные темпы развития строительства ставят перед строительной наукой такие вопросы как методы расчета сооружений за пределами упругости или расчет сложных систем на устойчивость, учет взаимодействия грунта с погруженными в него частями сооружений, приложение теории ползучести к расчету сооружений на прочность и устойчивость и т.д.

При проведении теоретических исследований все более и более используется математика и физика. Уточнение математических формулировок задач строительной науки и повышенная требовательность к применяемым расчетным схемам требуют применения в расчетах электронно-вычислительных машин, использование которых позволяет во-первых, создавать так называемые унифицированные методы расчета; во-вторых, сократить время на их выполнение.

В строительной практике для фундаментных конструкций, отличающихся по своему взаимодействию с основанием от схемы работы жестких фундаментов, используются методы расчета балок

и плит на упругом основании. Совершенствованию одного из методов расчета балок на упругом основании, его углублению и посвящена данная работа.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, выводов и списка использованной литературы.

В первой главе проведен анализ существующих расчетных схем упругого основания. Как известно, реальным основанием сооружений служит грунт, сложные физико-механические свойства которого трудно поддаются математическому описанию. Создание единой модели, учитывающей все характерные свойства разнообразных грунтов встречающихся на практике затруднительно. Поэтому в настоящее время предложен ряд моделей грунта, выбор которых зависит от свойств грунта.

Одной из самых распространенных и исторически первой является расчетная схема Винклера, получившая развитие благодаря работам советских ученых Пузыревского Н.П., Крылова А.Н. и других. В последнее время к схеме Винклера проявляется большой интерес за границей (Весич, Кани).

Стремление лучше учесть свойства грунтов при расчетах фундаментов, чем это имеет место по схеме Винклера, и одновременно избежать осложнений математического характера привело к созданию расчетной схемы основания с двумя упругими характеристиками (М.М.Филоненко-Бородич, П.Л.Пастернак, В.З.Власов, Шульц, Л.Н.Репников и др.). Двухпараметровая модель позволяет определять влияние загружаемого участка на перемещения любой точки поверхности основания. Однако, отождествление распределительной способности основания с интенсивностью затухания осадки поверхности основания, как это имеет место в двухпараметровой модели, может служить причиной недостаточно обоснованных методов.

Согласно предложениям К.Вигхарда и Г.Э.Проктора грунтовое основание заменяется идеально упругим, изотропным и сплошным полупространством. Это привело к созданию схемы упругого полупространства.

Гипотеза упругого изотропного полупространства, согласно современному грунтоведению, достаточно полно отражает физические свойства естественного основания. Однако методы расчета,

базирующиеся на этой гипотезе, очень сложны, в результате чего практически приемлемые решения получены здесь только для весьма ограниченного круга задач.

Модель упругого полупространства принята при расчетах многими исследователями, но наиболее важные результаты получены Н.М.Герсевановым, Я.А.Мачеретом, В.И.Кузнецовым, М.И.Горбуновым-Посадовым, Н.И.Клубиным, И.А.Симзулиди, В.А.Флориним, Б.Н.Жемочкиным, Био, Хетенки и др.

По схеме упругого слоя (Б.Н.Жемочкин, С.С.Давыдов, К.Е.Егоров, О.Я.Шехтер и др.) основание принимается в виде упругого слоя некоторой толщины на податливом нижележащем грунте. В некотором смысле эта схема является обобщением схемы упругого полупространства. В литературе отмечается хорошее соответствие этой модели реальным основаниям, особенно при расчете конструкций больших размеров в плане. Недостатком этой модели является неопределенность толщины упругого слоя, которая должна быть принята при расчете той или иной конструкции.

Из нелинейных моделей сжимаемого основания следует отметить модель И.И.Черкасова и Г.К.Клейна. Она представляет из себя полупространство или сжимаемый слой ограниченной толщины. Материал модели обладает способностью к одновременному развитию упругих деформаций общего характера, которые определяются по теории линейно деформируемых тел, и остаточных деформаций, которые в общем случае нелинейно связаны с напряжениями. Считается, что материал модели обладает способностью упрочняться.

Интересное развитие теория расчетных моделей получила в работах В.В. Болотина, Д.Н.Соболева, Герда и др. Взяв за основу модель Фусса-Винклера и учитывая, что грунты обладают естественной неоднородностью, они предложили модель статистически неоднородного основания.

Следует отметить, что в настоящее время наибольшее применение в практике проектирования гибких фундаментов находят два метода: метод местных упругих деформаций и метод общих упругих деформаций.

Как показывают новейшие исследования, метод местных упругих деформаций применим в случае возведения фундаментов на

слабо сжимаемых грунтах, а также при малой мощности слоя сжимаемого грунта; метод же общих упругих деформаций применим в случае наличия достаточно плотных грунтов и при не слишком больших опорных площадях. Для площадей порядка десятков и сотен квадратных метров более близкие результаты дает теория изгиба слоя ограниченной мощности на несжимаемом основании.

Во второй главе диссертации дан обзор методов расчета балок на упругом основании.

Одно из первых решений для балки постоянного сечения с произвольной нагрузкой было получено Хаяси. Позже А.Н.Крылов и Н.П.Пузыревский, используя метод начальных параметров, предложили методы расчета для балки постоянного сечения, исключаящие сложности, получающиеся по решению Хаяси. Дальнейшее развитие метода начальных параметров принадлежит Г.Д.Дутозу и В.А.Киселеву. Задача о расчете балки конечной жесткости и длины на упругом полупространстве была впервые поставлена и частично решена Г.Э.Проктором, а затем В.И.Кузнецовым. Однако, только решение задачи расчета бесконечно длинной балки, лежащей на упругом основании, полученное в 1935 году Н.М.Герсевановым и Я.А.Мачеретом, было первым доведенным до практических результатов решением в области теории балок и плит на упругом основании.

Один из методов расчета гибких полос на линейно деформируемом полупространстве был предложен в 1936 г. И.А.Симвулиди. Метод И.А.Симвулиди применяется для определения реакций основания, а по ним и уравнениям статики - величин перерезывающих сил и изгибающих моментов в любом сечении нагруженной полосы. Автором метода для определения реакций основания предложен достаточно удобный многочлен третьей степени. Позже аналогичная задача была поставлена и решена И.А.Симвулиди для случая аппроксимации реакций основания многочленом более высокой степени (четвертой и пятой). На основании этого метода автором составлены многочисленные вспомогательные таблицы, в результате чего метод Симвулиди находит широкое применение на практике.

Два метода были предложены В.А.Флориным.

В первом случае закон распределения реактивных давлений представлялся им в виде бесконечного степенного ряда. На основе этого метода Флорин дал решение важной гидротехнической за-

дачи о расчете полосы на горизонтальную нагрузку и провел исследование влияния трения между полосой и грунтом. В этой же работе Флорин впервые опубликовал решение задачи об эксцентрично нагруженной абсолютно жесткой полосе.

В 1937 г. В.А.Флорин опубликовал второе решение о полосе конечной длины при любой жесткости и нагрузке, равномерно распределенной по полосе.

По методу М.И.Горбунова-Посадова, также получившего широкое применение в инженерной практике, распределение реактивных давлений основание принимается в виде полинома "n"-ой степени.

Полученные Горбуновым-Посадовым решения представлены им в виде таблиц реактивных давлений, перерезывающих сил и изгибающих моментов, при вычислении которых принят полином десятой степени.

Оригинальный метод расчета инженерных конструкций, лежащих на грунтовом основании, был предложен и разработан Б.Н.Жемочниным и А.П.Синицыным, использовавшими при решении поставленной задачи классические методы строительной механики. По этому методу сравнительно просто проводится учет таких факторов как пригрузка, переменная жесткость, различная опорная ширина, сколь угодно сложное ломаное очертание в плане.

Из методов, предложенных другими авторами, интерес представляют работы П.Л.Пастернака, М.М.Филоенко-Бородича, В.З.Власова, Н.П.Зонтьева, П.И.Клубина, Б.Г.Коренева и др.

В третьей главе излагается постановка и решение задачи расчета балки на упругом основании. При этом балка, несущая на себе произвольную вертикальную нагрузку, включающую сосредоточенные силы, распределенные нагрузки и сосредоточенные изгибающие моменты, рассматривается как тонкий брус, деформирующийся только по длине. Кроме того, для нее считается справедливым закон плоских сечений, поперечными деформациями по высоте сечения балки, а также трением, возникающим между балкой и грунтом будем пренебрегать. Основание представляет собой сплошную однородную упругую среду бесконечной толщины, характеризуемую модулем деформации коэффициентом Пуассона.

В этом случае для расчета балки можем воспользоваться дифференциальным уравнением изгиба балки в виде:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x) - p(x), \quad (1)$$

где: EJ - жесткость балки;
 $y(x)$ - вертикальное перемещение нейтральной оси балки (прогиб балки);
 $p(x)$ - реактивное давление упругого основания;
 $q(x)$ - заданная активная нагрузка,
 в котором неизвестными функциями являются $y(x)$ и $p(x)$.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом проф. И.А.Симбулиди, который в настоящее время получил большое признание в строительной практике. При этом будем предполагать, что распределенная реакция грунта со стороны основания может быть представлена в виде бесконечного степенного ряда:

$$p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{2^n}{L^n} \left(x - \frac{x_0}{2}\right)^n, \quad (2)$$

где: $2l = L$ - длина балки;
 a_i - неизвестные параметры, величины которых зависят от жесткости балки, ее длины, модуля деформации упругого основания, характера нагрузки и от ее расположения,

Основной формулой, характеризующей работу оснований в условиях плоской деформации, является формула фламана перемещений поверхности упругого полупространства:

$$V_{\text{пол}} = - \frac{(1-\mu_0^2)L}{\pi E_0} \int_{-(1+\xi_1)}^{1-\xi_1} p(\xi_2) \ln \eta d\eta + D, \quad (3)$$

где: V пол - полное перемещение грунта;
 E_0 - модуль деформации грунта;
 D - произвольная постоянная, значение которой при решении задачи не может быть установлено;

$\xi_2 = \frac{x_2}{e} = \xi_1 + \eta$ - приведенная абсцисса элемента нагрузки на грунт;
 причем $\xi_1 = \frac{x_1}{e}$ - приведенная абсцисса перемещающейся точки поверхности грунта;
 $\eta = \frac{s}{e}$ - приведенное расстояние между перемещающейся точкой поверхности и элементом нагрузки;
 $\rho(\xi_2)$ - интенсивность сплошной нагрузки, распределенной по закону (2).

Разложив $\rho(\xi_2)$ в ряд Тейлора по степеням η , из формулы (3) получим рекуррентное выражение для относительного перемещения поверхности грунта, когда реактивное давление аппроксимируется полиномом любой степени:

$$\begin{aligned}
 U(x) = & - \frac{(1-\nu_0^2)\lambda}{\pi E_0} \left[\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{a_{2k+1}}{2k+1} \left[\frac{\lambda^{2k+1} - (2x-\lambda)^{2k+1}}{\lambda^{2k+1}} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} + \right. \right. \right. \\
 & + \left. \frac{\lambda^{2k+1} + (2x-\lambda)^{2k+1}}{\lambda^{2k+1}} \ln \frac{x}{\lambda} + \sum_{n=0}^k \frac{\lambda}{2k-2n+1} \frac{\lambda^{2n} - (2x-\lambda)^{2n}}{\lambda^{2n}} \right\] + \\
 & \left. + \frac{a_{2k+2}}{2k+2} \left[\frac{\lambda^{2k+2} - (2x-\lambda)^{2k+2}}{\lambda^{2k+2}} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} - \sum_{n=0}^k \frac{\lambda}{2k-2n+1} \frac{\lambda^{2n+1} + (2x-\lambda)^{2n+1}}{\lambda^{2n+1}} \right] \right] \quad (4)
 \end{aligned}$$

В отличие от всех предыдущих расчетов, основанных на методе проф. И.А.Симвулиди, реактивное давление заданки в виде целой алгебраической функции седьмой степени, т.е. в формуле (2) отбрасываем все семь параметров. Тогда формула (4) принимает вид:

$$\begin{aligned}
 U(x) = & - \frac{(1-\nu_0^2)\lambda}{\pi E_0} \left[2a_0 \left[\frac{\lambda-x}{\lambda} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} + \frac{x}{\lambda} \ln \frac{x}{\lambda} \right] + 2a_1 \left[\frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} - \frac{x}{\lambda} \right] + \right. \\
 & + \frac{a_2}{3} \left[\frac{\lambda^3 - (2x-\lambda)^3}{\lambda^3} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} + \frac{\lambda^3 + (2x-\lambda)^3}{\lambda^3} \ln \frac{x}{\lambda} + 8 \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} \right] + \frac{a_3}{12} \left[3 \frac{\lambda^4 - (2x-\lambda)^4}{\lambda^4} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} - \right. \\
 & - 6 \frac{\lambda^4 + (2x-\lambda)^4}{\lambda^4} \frac{x}{\lambda} + \frac{a_4}{15} \left[3 \frac{\lambda^5 - (2x-\lambda)^5}{\lambda^5} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} + 3 \frac{\lambda^5 + (2x-\lambda)^5}{\lambda^5} \ln \frac{x}{\lambda} + \right. \\
 & + 6 \frac{\lambda^4 - (2x-\lambda)^4}{\lambda^4} \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} \left. \right] + \frac{a_5}{90} \left[15 \frac{\lambda^6 - (2x-\lambda)^6}{\lambda^6} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} - 30 \frac{\lambda^6 + (2x-\lambda)^6}{\lambda^6} \frac{x}{\lambda} - \right. \\
 & - 10 \frac{\lambda^6 + (2x-\lambda)^6}{\lambda^6} \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} - 12 \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} \left. \right] + \frac{a_6}{105} \left[15 \frac{\lambda^7 - (2x-\lambda)^7}{\lambda^7} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} + 15 \frac{\lambda^7 + (2x-\lambda)^7}{\lambda^7} \ln \frac{x}{\lambda} + \right. \\
 & + 30 \frac{\lambda^6 - (2x-\lambda)^6}{\lambda^6} \frac{x}{\lambda} - 10 \frac{\lambda^6 + (2x-\lambda)^6}{\lambda^6} \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} + \frac{a_7}{240} \left[105 \frac{\lambda^8 - (2x-\lambda)^8}{\lambda^8} \ln \frac{\lambda-x}{\lambda} - \right. \\
 & \left. - 210 \frac{\lambda^8 + (2x-\lambda)^8}{\lambda^8} \frac{x}{\lambda} - 30 \frac{\lambda^8 - (2x-\lambda)^8}{\lambda^8} \frac{x(\lambda-x)}{\lambda^2} - 60 \frac{x}{\lambda} \right] \left. \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

Пусть на балку действует любая вертикальная нагрузка, характеризуемая интенсивностью

$$q(x) = \sum \int_{e_{ki}}^{e_{ki}'} q(z) dz + \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}''} M_i + \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}'} P_i, \quad (6)$$

где $q(x)$ - интенсивность полной внешней нагрузки;
 $q(z)$ - произвольная распределенная нагрузка;
 M_i - изгибающий момент;
 P_i - сосредоточенная сила;
 $\int_{e_{zi}}^{e_{zi}'}$ - мгновенный прерыватель первого порядка;
 $\int_{e_{zi}}^{e_{zi}''}$ - мгновенный прерыватель второго порядка;
 $\int_{e_{ki}}^{e_{ki}'}$ - двухсторонний прерыватель;
 e_{ki} - расстояние от левого конца балки до начала распределенной нагрузки;
 e_{ki}' - расстояние от левого конца балки до конца распределенной нагрузки;
 e_{zi} - расстояние от левого конца балки до точки приложения сосредоточенного момента M_i ;
 e_{zi}' - расстояние от левого конца балки до точки приложения сосредоточенной силы P_i .

Задача заключается в том, чтобы найти закон распределения реактивных давлений $p(x)$, удовлетворяющий следующим требованиям:

а) реактивные давления и внешняя нагрузка на полосу должны вместе удовлетворять двум условиям статики, т.е. полоса должна быть уравновешенной;

б) прогибы должны совпадать с осадкой поверхности грунта под полосой.

Учитывая выражения для $p(x)$ и $q(x)$ в рассматриваемом случае, дифференциальное уравнение (I) упругой линии балки принимает вид:

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = \sum \int_{e_{ki}}^{e_{ki}'} q(z) dz + \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}''} M_i + \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}'} P_i - \sum_{n=0}^7 a_n \frac{z^n}{x^n} (x - \frac{x}{2})^n. \quad (I')$$

После четырехкратного его интегрирования получим формулу упругой линии балки:

$$EJy = \sum \int_{e_{ki}}^{e_{ki}'} \int_{e_{ki}}^{e_{ki}'} q(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz - \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}''} \int_{e_{zi}}^{e_{zi}''} M_i \frac{(x-e_{zi})^2}{2!} + \sum \int_{e_{zi}}^{e_{zi}'} \int_{e_{zi}}^{e_{zi}'} P_i \frac{(x-e_{zi})}{1!} - a_0 \frac{x}{4!} - \sum_{n=1}^7 a_n \frac{z^n}{x^{n+1}} \frac{(x - \frac{x}{2})^{n+1}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} + D_3 \frac{x^3}{3!} + D_2 \frac{x^2}{2!} + D_1 x + D_0; \quad (7)$$

где $\mathcal{D}_0, \mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ и \mathcal{D}_3 - произвольные постоянные интегрирования.

Выражение (?) является общим уравнением упругой линии балки, в которое входит 12 неизвестных величин: четыре постоянные интегрирования и восемь параметров a_i . Для определения неизвестных постоянных потребуется 12 дополнительных уравнений. Требуемые уравнения составляются из условий равновесия, граничных условий и условия прилегания балки к грунту.

1) Два условия равновесия балки

$$\sum y = 0 \quad \text{и} \quad \sum M_c = 0$$

соответственно дают:

$$\frac{a_0}{1} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_4}{5} + \frac{a_6}{7} = A; \quad (8)$$

$$\frac{a_1}{3} + \frac{a_3}{5} + \frac{a_5}{7} + \frac{a_7}{9} = 2C - A; \quad (9)$$

где:

$$A = \frac{1}{x} \left[\sum \int_{e_{ki}}^{e_{ki}} \varphi(z) dz + \sum P_i \right]; \quad (8')$$

$$C = \frac{1}{x^2} \left[\sum \int_{e_{ki}}^{e_{ki}} \varphi(z) z dz + \sum P_i l_{3i} - \sum M_i \right]. \quad (9')$$

2) Два граничных условия

$$y''|_{x=0} = 0 \quad \text{и} \quad y''|_{x=x} = 0$$

дают соответственно:

$$-\frac{a_1}{24} + \frac{a_2}{48} - \frac{a_3}{80} + \frac{a_4}{120} - \frac{a_5}{168} + \frac{a_6}{224} - \frac{a_7}{288} + \frac{\mathcal{D}_2}{x^2} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{12} + \frac{a_3}{40} + \frac{a_5}{84} + \frac{a_7}{144} + R - \frac{\mathcal{D}_3}{x} = 0; \quad (11)$$

где

$$R = -\frac{1}{x^2} \left[\sum \int_{e_{ki}}^x \varphi(z)(x-z) dz - \sum \int_{e_{ki}}^x \varphi(z)(x-z) dz + \right. \\ \left. + \sum \int_{e_{2i}} M_i + \sum \int_{e_{3i}} P_i(x-l_{3i}) \right].$$

(11')

При составлении остальных уравнений исходим из условия, что во время деформации от нагрузки балка по всей длине находится в контакте с основанием.

3) Воспользовавшись условиями равенства прогибов балки и осадки основания при 0 ; $\frac{x}{2}$; $\frac{x}{4}$; $\frac{3x}{4}$; x получим соответствующие уравнения:

$$\frac{a_1}{1920} - \frac{a_2}{5760} + \frac{a_3}{13440} - \frac{a_4}{26880} + \frac{a_5}{49324} - \frac{a_6}{80640} + \frac{a_7}{126720} + \frac{D_0}{x^4} = 0; \quad (12)$$

$$a_0(2\ln 2 + \frac{d}{384}) + a_1 + \frac{2}{3}a_2(\ln 2 - 1) + \frac{2}{3}a_3 + \frac{2}{15}(3\ln 2 - 4) + \frac{23}{45}a_5 + \\ + \frac{2}{105}a_6(15\ln 2 - 23) + \frac{44}{105}a_7 - \frac{dD_3}{48x} - \frac{dD_2}{8x^2} - \frac{dD_1}{2x^3} - \frac{dD_0}{x^4} - dW = 0; \quad (13)$$

$$a_0(\frac{d}{4^9 \cdot 24} - \frac{3}{2}\ln 3 + 2\ln 4) - a_1(\frac{d}{4^5 \cdot 60} + \frac{3}{8}\ln 3 - \frac{1}{2}) + a_2(\frac{d}{4^6 \cdot 90} - \frac{3}{8}\ln 3 + \\ + \frac{2}{3}\ln 4 - \frac{1}{2}) - a_3(\frac{d}{4^7 \cdot 105} + \frac{15}{64}\ln 3 - \frac{25}{48}) + a_4(\frac{d}{4^8 \cdot 105} - \frac{33}{160}\ln 3 + \frac{2}{5}\ln 4 - \frac{19}{40}) - \\ - a_5(\frac{2d}{4^9 \cdot 189} + \frac{21}{128}\ln 3 - \frac{653}{1440}) + a_6(\frac{d}{4^9 \cdot 315} - \frac{129}{896}\ln 3 + \frac{2}{7}\ln 4 - \frac{463}{1120}) - \\ - a_7(\frac{2d}{4^{10} \cdot 495} + \frac{255}{2048}\ln 3 - \frac{20989}{53460}) - \frac{dD_3}{384x} - \frac{dD_2}{32x^2} - \frac{dD_1}{4x^3} - \\ - \frac{dD_0}{x^4} - dS = 0; \quad (14)$$

$$a_0(\frac{27d}{4^7 \cdot 8} - \frac{3}{2}\ln 2 + 2\ln 4) + a_1(\frac{d}{4^5 \cdot 60} + \frac{3}{8}\ln 3 + \frac{3}{2}) + \\ + a_2(\frac{d}{4^6 \cdot 90} - \frac{3}{8}\ln 3 + \frac{2}{3}\ln 4 - \frac{1}{2}) + a_3(\frac{d}{4^7 \cdot 105} + \frac{15}{64}\ln 3 + \frac{13}{16}) + \\ + a_4(\frac{d}{4^8 \cdot 105} - \frac{33}{160}\ln 3 + \frac{2}{5}\ln 4 - \frac{19}{40}) + a_5(\frac{2d}{4^9 \cdot 189} + \frac{21}{128}\ln 3 + \\ + \frac{91}{100}) + a_6(\frac{d}{4^9 \cdot 315} - \frac{129}{896}\ln 3 + \frac{2}{7}\ln 4 - \frac{463}{1120}) + a_7(\frac{2d}{4^{10} \cdot 495} + \\ + \frac{255}{2560}\ln 3 - \frac{8023}{64280}) - \frac{9dD_3}{128x} - \frac{9dD_2}{32x^2} - \frac{3dD_1}{4x^3} - \frac{dD_0}{x^4} - \\ - dT = 0; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{dA_0}{24} + A_1 \left(2 + \frac{d}{1920} \right) + \frac{dA_2}{5760} + A_3 \left(\frac{4}{3} + \frac{d}{13440} \right) + \frac{dA_4}{26880} + \\ & + A_5 \left(\frac{46}{45} + \frac{d}{48384} \right) + \frac{dA_6}{80640} + A_7 \left(\frac{88}{105} + \frac{d}{126720} \right) - \\ & - \frac{dD_3}{6L} - \frac{dD_2}{2L^2} - \frac{dD_1}{L^3} - \frac{dD_0}{L^4} - dP = 0; \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} W = & \frac{1}{L^4} \left\{ \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{2}} \int_0^{\frac{\kappa}{2}} q(z) \frac{(\frac{\kappa}{2}-z)^3}{3!} dz - \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{2}} \int_0^{\frac{\kappa}{2}} q(z) \frac{(\frac{\kappa}{2}-z)^3}{3!} dz + \right. \\ & \left. + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{2}} M_i \frac{(\frac{\kappa}{2}-\rho_{ki})^2}{2!} + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{2}} P_i \frac{(\frac{\kappa}{2}-\rho_{ki})^3}{3!} \right\}; \end{aligned} \quad (18')$$

$$\begin{aligned} S = & \frac{1}{L^4} \left\{ \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{4}} \int_0^{\frac{\kappa}{4}} q(z) \frac{(\frac{\kappa}{4}-z)^3}{3!} dz - \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{4}} \int_0^{\frac{\kappa}{4}} q(z) \frac{(\frac{\kappa}{4}-z)^3}{3!} dz + \right. \\ & \left. + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{4}} M_i \frac{(\frac{\kappa}{4}-\rho_{ki})^2}{2!} + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{\kappa}{4}} P_i \frac{(\frac{\kappa}{4}-\rho_{ki})^3}{3!} \right\}; \end{aligned} \quad (14')$$

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{L^4} \left\{ \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{3\kappa}{4}} \int_0^{\frac{3\kappa}{4}} q(z) \frac{(\frac{3\kappa}{4}-z)^3}{3!} dz - \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{3\kappa}{4}} \int_0^{\frac{3\kappa}{4}} q(z) \frac{(\frac{3\kappa}{4}-z)^3}{3!} dz + \right. \\ & \left. + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{3\kappa}{4}} M_i \frac{(\frac{3\kappa}{4}-\rho_{ki})^2}{2!} + \sum_{\rho_{ki}}^{\frac{3\kappa}{4}} P_i \frac{(\frac{3\kappa}{4}-\rho_{ki})^3}{3!} \right\}; \end{aligned} \quad (15')$$

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{L^4} \left\{ \sum_{\rho_{ki}}^{\kappa} \int_0^{\kappa} q(z) \frac{(\kappa-z)^3}{3!} dz - \sum_{\rho_{ki}}^{\kappa} \int_0^{\kappa} q(z) \frac{(\kappa-z)^3}{3!} dz + \right. \\ & \left. + \sum_{\rho_{ki}}^{\kappa} M_i \frac{(\kappa-\rho_{ki})^2}{2!} + \sum_{\rho_{ki}}^{\kappa} P_i \frac{(\kappa-\rho_{ki})^3}{3!} \right\}; \end{aligned} \quad (16')$$

$$\mu = \frac{\pi E_0 \alpha^3}{(1-\nu_0^2) E_9}$$

есть показатель гибкости балки.

4) Равенство третьих производных обеих функций прогиба в середине балки определяет десятое уравнение

$$a_0 \frac{d}{2} - 32a_1 + 32a_3 + \frac{32}{3}a_5 + \frac{32}{5}a_7 - \frac{dD_3}{2} - dM = 0; \quad (17)$$

$$M = \frac{1}{2} \left\{ \sum \Gamma_0^{\frac{x}{2}} \int_{e_{ki}}^{\frac{x}{2}} f(z) dz - \sum \Gamma_0^{\frac{x}{2}} \int_{e_{ki}}^{\frac{x}{2}} f(z) dz + \sum \Gamma_0^{\frac{x}{2}} M_i + \sum \Gamma_0^{\frac{x}{2}} P_i \right\}. \quad (17')$$

5) Одиннадцатое уравнение получим, исходя из условия равенства площадей, образованных ординатами обеих линий деформаций (балки и грунта).

$$a_0 \left(1 + \frac{d}{120} \right) + a_1 + a_2 \frac{d}{40320} + \frac{2}{3} a_3 + a_4 \left(\frac{d}{241920} - \frac{1}{9} \right) + \frac{23}{45} a_5 + a_6 \left(\frac{d}{3548160} - \frac{2}{15} \right) + \frac{44}{105} a_7 - \frac{dD_3}{24d} - \frac{dD_2}{6d^2} - \frac{dD_1}{2d^2} - \frac{dD_0}{d^4} - d\beta = 0; \quad (18)$$

где

$$\beta = \beta_1^0 - \beta_2^0 + \beta_3^0 + \beta_4^0; \quad (18')$$

причем

$$\beta_1^0 = \frac{1}{d^5} \int_0^x \sum \Gamma_{e_{ki}} \int_{e_{ki}}^x f(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz dx;$$

$$\beta_2^0 = \frac{1}{d^5} \int_0^x \sum \Gamma_{e_{ki}} \int_{e_{ki}}^x f(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz dx;$$

$$\beta_3^0 = \frac{1}{d^5} \sum \Gamma_{e_{ki}} M_i \frac{(x-l_{ki})^3 - l_{ki}^3}{6};$$

$$\beta_4^0 = \frac{1}{d^5} \sum \Gamma_{e_{ki}} P_i \frac{(x-l_{ki})^4 - l_{ki}^4}{24}.$$

6)

$$\int_0^x y^2(x) dx = \int_0^x v^2(z) dz$$

Из всех взятых нами условий контактности данное условие является самым сложным с математической точки зрения, т.к. осуществление его связано с большим объемом предварительных вычислительных работ. В то же время это условие можно считать наиболее удачным, т.к. в результате его более точно осуществляется условие прилегания балки к грунту, учитывается физический смысл задачи, что в свою очередь должно отразиться на конечных значениях A_i , а значит и энтрах реактивных давлений, перерезывающих сил и изгибающих моментов. После соответствующих вычислений и преобразований получаем:

$$\begin{aligned}
 & \alpha_0 [-5,231\alpha_1 + (69 \cdot 10^{-8} d^2 + 0,067)\alpha_2 - 1,537\alpha_3 + 0,307\alpha_4 - 1,047\alpha_5 + 0,555\alpha_6 - \\
 & - 0,858\alpha_7] + \alpha_1 [-0,035\alpha_2 - 2,181\alpha_3 + 0,210\alpha_4 - 1,607\alpha_5 + 0,239\alpha_6 - 1,292\alpha_7] + \\
 & + \alpha_2 [-0,011\alpha_3 - 0,036\alpha_4 + 0,020\alpha_5 - 0,062\alpha_6 - 0,016\alpha_7] + \alpha_3 [0,110\alpha_4 - \\
 & - 1,015\alpha_5 + 0,144\alpha_6 - 0,625\alpha_7] + \alpha_4 [0,097\alpha_5 - 0,051\alpha_6 + 0,080\alpha_7] + \\
 & + \alpha_5 [0,122\alpha_6 - 0,607\alpha_7] + \alpha_6 \cdot 0,1\alpha_7 + \nabla - [D_3 \frac{d^2}{2} 0,0017 - \\
 & - D_2 \frac{d^2}{2^2} 0,006 - D_1 \frac{d^2}{2^3} 0,014 - D_0 \frac{d^2}{2^4} 0,017] \alpha_0 + \tag{19} \\
 & + D_3 \frac{d}{2} [0,0278 \frac{dD_2}{2^2} + 0,067 \frac{dD_1}{2^3} + 0,083 \frac{dD_0}{2^4}] + \frac{dD_2}{2^2} [0,25 \frac{dD_1}{2^3} + \\
 & + 0,33 \frac{dD_0}{2^4}] + \frac{d^2}{2^2} D_0 D_1 = 0;
 \end{aligned}$$

где $\nabla = \frac{d^2}{2^3} G + a_0^2 (0,00019d^2 - 1,14) + a_1^2 (0,00005d^2 - 1,812) +$
 $+ a_2^2 (0,000019d^2 - 0,0046) + a_3^2 (61 \cdot 10^{-7} d^2 - 0,719) + a_4^2 (53 \cdot 10^{-7} d^2 - 0,012) +$
 $+ a_5^2 (59 \cdot 10^{-7} d^2 - 0,380) + a_6^2 (77 \cdot 10^{-7} d^2 - 0,028) + a_7^2 (114 \cdot 10^{-7} d^2 - 0,13) +$
 $+ D_3^2 \frac{0,00397d^2}{2^2} + D_2^2 \frac{0,05d^2}{2^4} + D_1^2 \frac{0,333d^2}{2^6} + D_0^2 \frac{d^2}{2^8} -$
 $- a_0 \frac{0,0833}{2^3} \xi_0 d^2 - a_1 \frac{0,0333}{2^{10}} \xi_1 d^2 - a_2 \frac{0,0222}{2^4} \xi_2 d^2 - a_3 \frac{0,0190}{2^{12}} \xi_3 d^2 -$
 $- a_4 \frac{0,0190}{2^{13}} \xi_4 d^2 - a_5 \frac{0,0212}{2^4} \xi_5 d^2 - a_6 \frac{0,0254}{2^{15}} \xi_6 d^2 - a_7 \frac{0,0333}{2^{16}} \xi_7 d^2 +$
 $+ D_3 \frac{0,333}{2^9} \eta_3 d^2 + D_2 \frac{d^2}{2^8} \eta_2 + D_1 \frac{2d^2}{2^9} \eta_1 + D_0 \frac{2d^2}{2^9} \eta_0$ (19')

причем

$$G = G_0^2 + 2G_1 - 2G_2 + 2G_3;$$

$$\xi_i = d_1^i - d_2^i + d_3^i + d_4^i; \quad i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

$$\eta_j = \beta_1^j - \beta_2^j + \beta_3^j + \beta_4^j; \quad j = 0, 1, 2, 3.$$

$$y_1 = \sum \Gamma_{e_{ki}} \int_{e_{ki}}^x q(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz;$$

$$y_3 = \sum \Gamma_{e_{2i}} M_i \frac{(x-e_{2i})^2}{2!};$$

$$y_2 = \sum \Gamma_{e_{ki}} \int_{e_{ki}}^x q(z) \frac{(x-z)^2}{2!} dz;$$

$$y_4 = \sum \Gamma_{e_{3i}} P_i \frac{(x-e_{3i})^3}{3!};$$

в свою очередь

$$G_0^2 = \int_0^x (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2) dx;$$

$$G_2 = \int_0^x (y_2 y_3 + y_2 y_4) dx;$$

$$G_1 = \int_0^x (-y_1 y_2 + y_1 y_3 + y_1 y_4) dx;$$

$$G_3 = \int_0^x y_3 y_4 dx;$$

$$d_i^0 = \int_0^x y_i \cdot x^i dx; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$\beta_i^j = \int_0^x y_i \cdot x^j dx; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$d_i^j = \int_0^x y_i \cdot (x - \frac{x}{2})^{j+i} dx; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$j = 0, 1, 2, 3.$$

Таким образом мы получили систему 12 уравнений (8)-(19) с двенадцатью неизвестными величинами a_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 7$) и D_j ($j = 0, 1, 2, 3$). В результате упрощения этой системы и преобразования ее относительно a_7 , задача сводится к решению двух систем из 4-х и 3-х уравнений (относительно четных и нечетных коэффициентов a_i) и одному последнему уравнению (19), которое в конечном итоге сводится к квадратному уравнению относительно a_7 . Решая эти системы, получаем выражения для a_i и D_j .

$$\frac{D_3}{2} = \frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{12} + \frac{a_3}{40} + \frac{a_5}{84} + \frac{a_7}{144} + R;$$

$$\frac{D_2}{2} = -\frac{a_1}{24} + \frac{a_2}{48} - \frac{a_3}{80} + \frac{a_4}{120} - \frac{a_5}{168} + \frac{a_6}{224} - \frac{a_7}{288};$$

$$\frac{dD_1}{2^3} = (2,77260 - \frac{d}{64})a_0 + (2 + \frac{23d}{2880})a_1 - (0,40914 + \frac{16d}{2880})a_2 + (\frac{4}{3} + \frac{30d}{13440})a_3 -$$

$$- (0,51214 + \frac{29d}{13440})a_4 + (\frac{46}{45} + \frac{50d}{48384})a_5 - (0,48010 + \frac{46d}{40320})a_6 +$$

$$+ (\frac{88}{103} + \frac{113d}{190080})a_7 - 2dW - \frac{dR}{24}; \quad (20)$$

$$\frac{D_0}{x^4} = -\frac{a_1}{1920} + \frac{a_2}{5760} - \frac{a_3}{13440} + \frac{a_4}{26880} - \frac{a_5}{48384} + \frac{a_6}{80640} - \frac{a_7}{126720}; \quad (20)$$

$$a_0 = \frac{1}{\Delta \cdot 10^5} \cdot [A(9122d - 2276610) + dP(-1,2d^2 + 667d + 460863) + dR(0,2d^2 + 18d + 104352) + dW(-5d^2 - 4035d - 3373114) - d\beta(-9d^2 + 20568d + 3786786) + (dT+dS)(-d^2 + 11633d + 2819085)];$$

$$a_2 = \frac{-1}{\Delta \cdot 10^5} [A(14d^2 + 214654d + 27684784) + dP(3d^2 + 83389d + 34656105) + dR(175d + 948640) + dW(-8d^2 + 152798d + 36738930) - d\beta(96d^2 + 1010232d + 326113590) + (dT+dS)(49d^2 + 345328d + 110031220)]; \quad (21)$$

$$a_4 = \frac{1}{\Delta \cdot 10^5} [A(180d^2 + 847938d + 117925184) + dP(9d^2 + 396543d + 152350080) + dR(0,2d^2 + 2003d + 3785543) + dW(150d^2 + 846946d + 237605810) - d\beta(822d^2 + 4127222d + 1304220250) + (dT+dS)(264d^2 + 122858d + 380954140)];$$

$$a_6 = \frac{-1}{\Delta \cdot 10^5} [A(2703d^2 + 841172d + 115348080) + dP(84d^2 + 365253d + 137749155) + dR(94d^2 + 2526d + 3746702) + dW(194d^2 + 842944d + 223307700) - d\beta(861d^2 + 3564302d + 1091462310) + (dT+dS)(251d^2 + 995661d + 296228150)];$$

$$a_1 = \frac{1}{\Delta \cdot 10^5} \{ a_7(28956 - 45d) + (2C-A)(477354 - 854d) + dR(2d - 19549) + dM(-8120 - 3d) + [dP - 2(dT-dS)](148d - 365412) \};$$

$$a_3 = \frac{1}{\Delta \cdot 10^5} \{ a_7(507d - 74950) + (2C-A)(9376078 - 13303d - d^2) + dR(18d + 155586) + dM(19d - 117491) - [dP - 2(dT-dS)](1213045 + 1190d) \}; \quad (22)$$

$$a_5 = \frac{1}{\Delta \cdot 10^5} \{ a_7(-2253d + 1234640) + (2C-A)(d^2 + 35294d + 25766169) + dR(20d + 263436) + dM(183436 - 19d) + [dP - 2(dT-dS)](2560000 + 1250d) \};$$

$$a_7 = \frac{\left[\begin{aligned} &(0,00122d - 0,31576)C + (0,00041d + 0,15861)A + \\ &+(0,00450 - 0,2003d)dR + (0,00003d - 0,00141)dM + \\ &+(0,00035d + 0,51279)dW - 2,51347d\beta + \\ &+(0,30186 - 0,00109d)dP + (0,00006d + 0,71355)dT + \\ &+(0,65359 - 0,00059d)dS + \Xi \end{aligned} \right] + \sqrt{D}}{0,00022d - 0,00418} \quad (23)$$

где

$$\Delta = -(0,00007d^2 + 0,14011d + 43,98462);$$

$$\Delta_1 = -15,43202 + 0,02121d;$$

\mathcal{D} и \mathcal{Z} - вспомогательные величины, численные значения которых зависят от показателя гибкости балки α , ее размеров и характера нагрузки.

Вычислив для конкретного случая нагружения балки все значения a_i и \mathcal{D}_j , мы можем найти прогиб балки, реактивные давления, поперечные силы и изгибающие моменты, формулы которых в самом общем виде имеют вид:

$$\begin{aligned} Efy = & \sum \Gamma_{e_{2i}} \int_{e_{2i}}^x q(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz - \sum \Gamma_{e_{1i}} \int_{e_{1i}}^x q(z) \frac{(x-z)^3}{3!} dz + \sum \Gamma_{e_{1i}} M_i \frac{(x-l_{1i})^2}{2!} + \\ & + \sum \Gamma_{e_{3i}} P_i \frac{(x-l_{3i})^3}{3!} - a_0 \frac{x^4}{4} - \sum_{n=1}^7 a_n \frac{2^n}{2^n} \frac{(x-\frac{x}{2})^{n+1}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} + \mathcal{D}_3 \frac{x^3}{3!} + \\ & + \mathcal{D}_2 \frac{x^2}{2!} + \mathcal{D}_1 x + \mathcal{D}_0; \end{aligned} \quad (24)$$

$$P(x) = \sum_{n=0}^7 a_n \frac{2^n}{2^n} (x - \frac{x}{2})^n; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} Q(x) = & - \sum \Gamma_{e_{2i}} \int_{e_{2i}}^x q(z) dz + \sum \Gamma_{e_{1i}} \int_{e_{1i}}^x q(z) dz - \sum \Gamma_{e_{3i}} P_i + \\ & + a_0 x + \sum_{n=1}^7 a_n \frac{2^n}{2^n} \frac{(x-\frac{x}{2})^{n+1}}{n+1} - \mathcal{D}_3; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} M(x) = & - \sum \Gamma_{e_{2i}} \int_{e_{2i}}^x q(z)(x-z) dz + \sum \Gamma_{e_{1i}} \int_{e_{1i}}^x q(z)(x-z) dz - \\ & - \sum \Gamma_{e_{2i}} \gamma_i - \sum \Gamma_{e_{3i}} P_i (x-l_{3i}) + a_0 \frac{x^2}{2} + \\ & + \sum_{n=1}^7 a_n \frac{2^n}{2^n} \frac{(x-\frac{x}{2})^{n+2}}{(n+1)(n+2)} - \mathcal{D}_3 x - \mathcal{D}_2. \end{aligned} \quad (27)$$

В конце третьей главы приводится последовательность проведения расчета по предлагаемой методике.

В главе IV приведены частные случаи расчета балки по предлагаемой в настоящей диссертационной работе методике.

Рассмотрены случаи симметричных нагружений балки длины в виде равномерно распределенной по всей длине балки нагрузки интенсивностью q и центральной сосредоточенной силой P для различных значений показателя гибкости α , находящихся в пределах 0-500. Приведены соответствующие формулы для вычисления параметров a_i и констант интегрирования D_j , построены соответствующие эпюры реактивных давлений грунта $p(x)$, перерезывающих сил $Q(x)$, а также изгибающих моментов $M(x)$. Здесь же проведен подробный анализ поведения вышеуказанных эпюр в зависимости от показателя гибкости балки α .

Для рассмотренных случаев симметричных нагружений балки каждый раз не следует вычислять значения коэффициентов a_i и D_j . Для этого достаточно воспользоваться графиками зависимостей этих коэффициентов от показателя гибкости α , которые приведены на рис. 1. Сплошная линия соответствует случаю действия распределенной нагрузки; пунктирная - центральной сосредоточенной силы. При этом следует учитывать, что значения коэффициентов a_2 , a_4 и a_6 , приведенные в соответствующих графиках, для действия на балку центральной сосредоточенной силы уменьшены в десять раз. Тогда как все остальные зависимости построены в масштабе 1:1. Заметим, что применение графических зависимостей коэффициентов от α для случая аппроксимации реактивных давлений полиномом седьмой степени значительно облегчает задачу и сводит объем вычислительных работ до минимума.

В этой же главе получены формулы коэффициентов a_i и D_j , а значит и выражения для $p(x)$, $Q(x)$ и $M(x)$ в случаях произвольных нагружений балки с показателем гибкости 0 и 100. Рассмотрены различные случаи расчета балки, нагруженной: а) равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q , расположенной на правом ее конце, б) сосредоточенной силой, действующей на балку в произвольном сечении, в) сосредоточенным изгибающим моментом, действующим в произвольном сечении балки и проведен подробный анализ поведения эпюр реактивных давлений, перерезывающих сил и изгибающих моментов в зависимости от расположения соответствующих нагрузок.

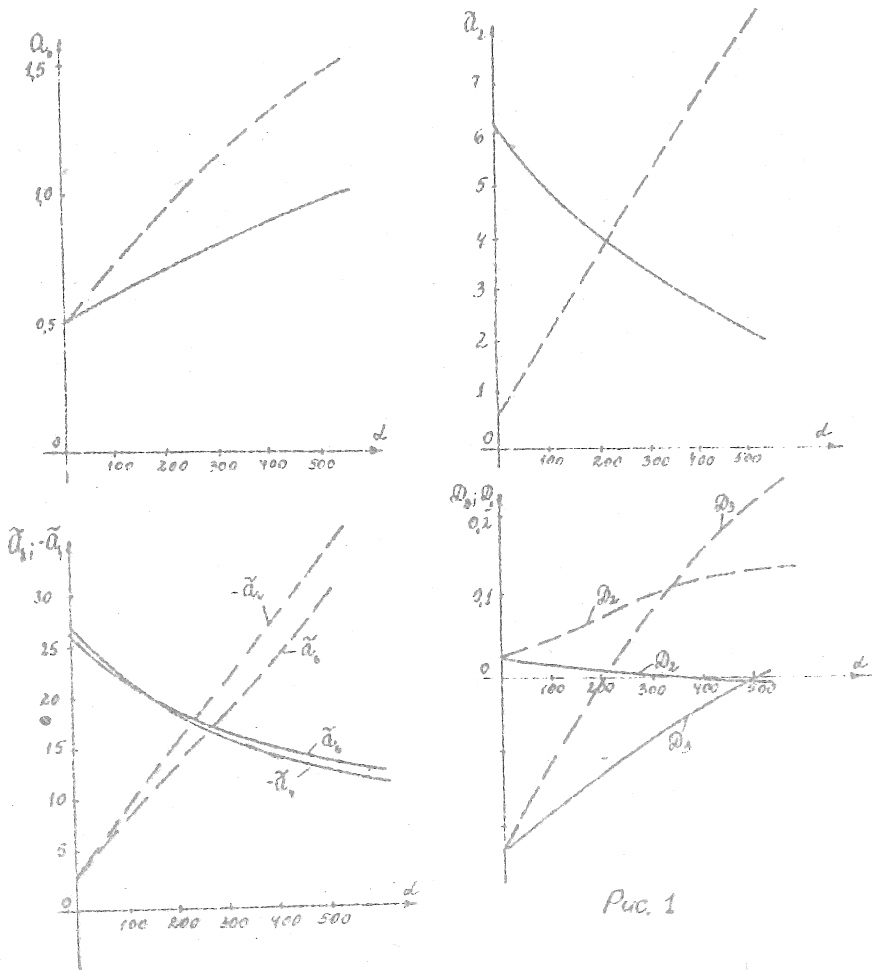


Рис. 1

Для выяснения справедливости применения предлагаемой методики расчета балок, лежащих на упругом основании, было проведено сопоставление полученных нами результатов с расчетными данными, выполненными по методам И.А.Симвулиди, И.И.Горбунова-Посадова, Б.И.Жемочкина и опытным данным, полученными Е.К.Массальским в МИСИ им. В.В.Куйбышева. Сопоставление результатов показывает, что наибольшее расхождение максимальных значений изгибающих моментов, полученных нами, от соответствующих значений других авторов не превышает 5%-7%, что указывает на справедливость предлагаемой ме-

тодини для инженерных расчетов.

В пятой главе в развитие и углубление метода И.А.Симвулиди предлагается методика учета зон пластических деформаций на распределение давлений по подошве фундамента.

Распределение давлений по подошве фундамента имеет огромное значение при расчете и проектировании конструкций сооружений и зависит не только от вида грунта и его численных характеристик, но и от размеров, а также очертания площади подошвы и величины нагрузки. Таким образом, разработка методов расчета реактивных давлений и установление областей применимости этих методов имеет большое значение.

В качестве исходного положения для оценки различных методов расчета принимается допущение, что распределение реактивных давлений в основании и, тем более, по подошве штампа или сооружения зависит в основном от степени развития областей предельного напряженного состояния грунта.

Согласно теории сыпучей среды реактивное давление у краев фундамента определяется по формуле

$$P_0 = \gamma H \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} + k \operatorname{ctg} \varphi \left(\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - 1 \right); \quad (28)$$

где φ - угол внутреннего трения грунта;

k - коэффициент сцепления грунта;

и при отходе от краев она возрастает по линейному закону, причем угол наклона прямой может быть установлен от величины φ и k и объемного веса γ (при $\gamma = 0$ этот угол = 0).

Т.е.,

$$P_n(x) = P_0 + \begin{cases} m \gamma x, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{L}{2}; \\ m \gamma (L - x), & \text{если } \frac{L}{2} \leq x \leq L; \end{cases} \quad (29)$$

где m - безразмерный параметр, определяемый по таблице В.В.Соколовского;

L - длина балки;

x - абсцисса точки поверхности грунта при начале координат под левым концом балки.

Появление зон пластического состояния грунта, наблюдаемых

в основном на участках резких концентраций реактивных давлений (у краев балки), требует соответствующей коррекции полученного согласно теории упругости решения путем срезки "краевых пик" в эпюре реактивных давлений под фундаментом.

Ниже предлагается один из методов указанной коррекции с использованием теории предельного напряженного состояния силовой среды.

Ранее было получено аналитическое выражение для распределения реактивных давлений в виде полинома седьмой степени. Ввиду этого получается некоторый "разброс" определяемых расчетных реактивных давлений по длине балки, т.е. обнаруживаются случайные отклонения от общей закономерности. Тогда возникает типичная для практики задача сглаживания получаемой зависимости. Для решения подобной задачи лучше всего воспользоваться "методом наименьших квадратов", при котором требование наилучшего согласования исходной кривой с приближенной сводится к тому, чтобы сумма квадратов отклонений приближенной кривой от сглаживаемой обращалась в минимум. Вычислив коэффициенты параболы квадратичного приближения реактивных давлений, следует уточнить последние, исходя из того факта, чтобы площадь эпюры аппроксимированного многочлена была равна площади эпюры реактивных давлений, получаемых по теории упругости. При этом следует учесть тот факт, что согласно построению алгебраической функции 7-ой степени, с помощью которой задается реакция основания на балку, ее значение при $x = \frac{l}{2}$ должно быть равно значению A_0 .

Уравнение реактивных давлений для участков грунта, находящих-ся в предельно напряженном состоянии, ищется в виде (29). Для определения координат точки, отделяющей пластическую зону от упругой, следует решить совместно два уравнения: первое - полученное согласно аппроксимации реактивных давлений по методу наименьших квадратов с учетом коррекции площадей и второе - согласно теории предельного напряженного состояния. Затем проводится повторная коррекция эпюры реактивных давлений исходя из положения равенства площадей конечной эпюры, составленной из двух: полученной по теории упругости и предельного напряженного состояния и площади эпюры, полученной ранее. При этом учитывается тот факт, чтобы площадь дважды корректируемой эпюры реактивных давлений равнялась

площади эпюры, полученной по теории упругости. Как показывают частные примеры расчета учет зон пластических деформаций позволяет значительно (до 35%) снизить расчетное значение изгибающего момента, что значительно приближает расчетные данные к действительной работе оснований.

Следует заметить, что использование вышеизложенного способа применения теории предельного напряженного состояния определяет эпюру реактивных давлений в виде скачкообразного соединения двух эпюр. Последовательное же приближение этим методом несколько раз (метод итераций) позволяет получить непрерывную эпюру реактивных давлений.

Аналогичную непрерывную кривую можно получить следующим способом. Пусть $p(x) = (a_0 + c_0) + (a_2 + c_2)(x - \frac{x}{2})^2$ и $p_{np}(x)$ есть уравнение реактивных давлений, получаемых по теориям упругости и предельного напряженного состояния соответственно; \bar{x} - абсцисса точки, определяющей пластическую зону от упругой; S - площадь первоначальной эпюры реактивных давлений.

Тогда решением системы

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\frac{x}{2}}^x p(x) dx = \frac{S'}{2}; \\ \int_{\frac{x}{2}}^x p(x) dx + \int_x^x p_{np}(x) dx = \frac{S'}{2}; \\ p(\bar{x}) = p_{np}(\bar{x}) \end{array} \right.$$

относительно неизвестных величин c_0 , c_2 и \bar{x} можно учесть сразу же все необходимые факторы. Однако такой способ сводит решение задачи к уравнению четвертой степени, что требует более громоздких вычислительных работ.

В результате проделанной работы сделаны следующие выводы:

1. Используя формулу Фламана, выведена рекуррентная формула относительных перемещений поверхности грунта для случая задания реактивного давления полиномом n -ой степени.

2. Ограничиваясь в заданном полиноме восемью параметрами, получены формулы для их вычисления в зависимости от свойства основания, характера нагрузки, геометрических размеров и жесткости фундамента, а по ним - общие формулы для определения реактивных давлений, перерезывающих сил, изгибающих моментов и прогиба балки в произвольном ее сечении.

3. Приведена последовательность проведения расчета по предлагаемой методике в случае действия на балку произвольной вертикальной нагрузки, характеризуемой обобщенной интенсивностью $q(x)$.

4. Рассмотрены случаи симметричных и произвольных нагруженных балки.

5. При действии на балку симметричной нагрузки (равномерно распределенной по всей длине балки нагрузки интенсивностью q и центральной сосредоточенной силы P) получены общие формулы параметров полинома задания реактивного давления в зависимости от показателя гибкости балки.

6. Для вышеуказанного случая определено графическое соотношение коэффициентов полинома в зависимости от показателя гибкости балки, что значительно облегчает применение данной методики на практике.

7. При действии на балку, характеризуемую постоянным показателем гибкости ($\alpha = 0$ и $\alpha = 100$), произвольной вертикальной нагрузки получены формулы параметров полинома разложения реактивного давления в зависимости от характера и места приложения этой нагрузки.

8. Проведено сопоставление полученных результатов с опытными и расчетными данными других авторов. Результаты сравнения показывают, что амплитуда наибольшего расхождения полученных нами максимальных значений изгибающих моментов от опытных и расчетных данных других исследователей не превышает 5%-7%.

9. Рассмотрено влияние областей предельного напряженного состояния на распределение давлений по подошве фундамента.

10. Предложен метод учета влияния эки пластических деформаций на указанное распределение давлений, позволяющий существенно приблизить расчетные данные к действительной работе оснований. Приведены примеры, иллюстрирующие предлагаемый метод.

Основные материалы диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Платонова И.К., Расчет балок на упругом основании. Сб. материалов VII конференции по итогам научно-исследовательских и методических работ ВЗМСИ, Москва, 1971г.
2. Платонова И.К., Основные формулы расчета балки, лежащей на упругом основании. Сб. материалов IX научно-технической конференции ВЗМСИ, Москва, 1972г.
3. Платонова И.К., Влияние областей предельного напряженного состояния на распределение давлений по подошве фундамента. Сб. материалов IX научно-технической конференции ВЗМСИ, Москва, 1972г.
4. Платонова И.К. Расчет балок на упругом основании без гипотезы Циммермана-Винклера. Аннотация докладов VIII научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения В.И.Ленина, Москва, 1970г.
5. Платонова И.К., Расчет балок на сплошном упругом основании. Аннотации докладов VIII научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения В.И.Ленина, Москва, 1970г.

Материалы диссертации были доложены и получили одобрение на научно-технических конференциях ВЗМСИ:

1. На заседании секции сопротивления материалов, строительной механики, инженерных конструкций и оснований сооружений в апреле месяце 1970г.
2. На заседании секции физики, высшей математики и электротехники в апреле месяце 1970г.
3. На заседании секции сопротивления материалов, строительной механики и конструкций в апреле месяце 1972г.