Министерство высшего и среднего специального
образования БССР
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

Инженер Г.А.Геращенко

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛОГИХ РЕБРИСТЫХ ОБОЛОЧЕК

(OI.022- Сопротивление материалов и строительная механика)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Минск 1971

Работа выполнена в лаборатории пространственных конструкций Института строительства и архитектуры Госстроя БССР.

Научные руководители:
доктор технических наук, профессор ВАРВАК П.М.,
кандидат технических наук БЕРЕЗОВСКИЙ Л.Ф.

Официальные оппоненты:
доктор технических наук, профессор ЛИВШИЦ Я.Д.,
кандидат технических наук КРЮЧКОВ А.А.

Ведущая организация:
Центральный научно-исследовательский институт строительных конструкций им.В.А.Кучеренко.

Автореферат разослан "19" ноября 1971г.

Защита состоится "24" декабря 1971г. на заседании Объединенного Совета по присуждению ученых степеней по строительным, гидротехническим, строительству коммунальных сооружений и химико-технологическим специальностям при Белорусском ордена Трудового Красного Знамени политехническом институте (г.Минск, Ленинский проспект, 65).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ваш отзыв на автореферат (в двух экземплярах, заверенных печатью) просим направлять по адресу: Минск-27, Ленинский проспект, 65, БПИ, ученому секретарю Совета.

Ученый секретарь Совета
кандидат технических наук,
доцент /И.С.КАЧАН/

Директивы XXIУ съезда КПСС по девятому пятилетнему плану развития народного хозяйства поставили перед капитальным строительством задачу широкого внедрения эффективных конструкций, применения рациональных проектных решений. В этой связи приобретает исключительно важное значение дальнейшая разработка методов расчета пространственных конструкций и исследование действительной работы, что будет способствовать их широкому применению.

Тонкостенные пространственные конструкции в виде пластинок и оболочек, гладких и подкрепленных ребрами, применяются в строительстве, судостроении, самолетостроении, машиностроении и других отраслях техники. Они отличаются высокой жесткостью, прочностью и экономичностью. Так, применение в строительстве сборных железобетонных оболочек двоякой кривизны вместо традиционных конструкций покрытий позволяет снизить расход материалов на 25-30% и стоимость строительства на 10-15%.

Теория и методы расчета пространственных конструкций разработаны в основном советской школой: В.З.Власовым, А.С.Вольмиром, А.Л.Гольденвейзером, А.И.Лурье, В.В.Новожиловым, А.А.Назаровым и многими другими. В нашей стране создана также теория пологих оболочек. Особая роль в ее развитии принадлежит В.З.Власову.

В настоящее время теория пластинок и оболочек составляет обширную и самостоятельную область строительной механики. Получено много интересных в теоретическом отношении и важных для практики результатов. Особенно большие успехи достигнуты в последние годы в связи с бурным развитием вычислительной техники. Вместе с тем, имеется необходимость в продолжении исследований, доведении их до такой степени, чтобы они могли непосредственно использоваться в практике проектирования.

Настоящая диссертационная работа посвящена:

-дальнейшему развитию инженерных методов расчета пологих ребристых оболочек, а также оболочек, имеющих кроме ребер ряд других конструктивных особенностей в виде переменной толщины, переломов поверхности, дискретных опор, отверстий, упругого подкрепления краев, стыка областей;

-разработке вычислительных алгоритмов и программ для расчета на ЭВМ реальных строительных конструкций в виде пологих оболочек;

-теоретическим и экспериментальным исследованиям работы ребристых оболочек под действием распределенных и сосредоточенных нагрузок.

Диссертация состоит из предисловия, четырех глав, выводов, списка литературы и приложений.

В первой главе дается краткий анализ современного состояния теории и методов расчета ребристых конструкций.

Существует несколько подходов к проблеме расчета ребристых пластинок и оболочек.

А.С.Локшин, А.П.Филиппов, Р.Д.Степанов, В.М.Рассудов и др. при расчете конструкций, подкрепленных ребрами одного направления, задают для каждого участка между ребрами свои выражения прогибов или функции напряжений, неизвестные постоянные которых находятся из условий равенства деформационных и статических факторов на границах участков. Этот прием представляет по существу метод сочетания пластинок, предложенный Б.Г.Галеркиным.

Большое распространение при расчете плитно-балочных систем получили методы строительной механики - метод сил и метод перемещений - в работах А.В.Александрова, И.Я.Амиро, А.К.Косухина, Б.Е.Улицкого.

Вариационный метод перемещений Власова-Канторовича развит для ребристых цилиндрических оболочек Б.С.Васильковым, И.Е.Милейковским. В последнее время этот метод в несколько иной форме использован для расчета пологих складчатых оболочек О.Н.Золотовым.

Задача расчета конструкций, подкрепленных ортогональной сеткой ребер, с использованием аппарата импульсивных функций рассмотрена Н.А.Назаровым, Е.С.Гребнем, Д.В.Вайнбергом, И.З.Ройтфарбом, А.П.Варваком, M. Bažich и др.

В.А.Заруцкий предложил при расчете ребристых оболочек вводить функцию деления усилий взаимодействия, с помощью которой можно учесть ширину ребра. Решение задачи контакта ребра с оболочкой дано В.Я.Павилайненом.

Указанные выше работы используют в основном аналитические методы. В связи с широким использованием ЭВМ значительное применение находят численные методы, и в первую очередь - метод конечных разностей, получивший распространение в нашей стране после фундаментальных работ П.М. Варвака. Здесь прежде всего необходимо отметить исследования, проведенные под руководством Д.В.Вайнберга в КИСИ А.Л.Синявским, П.П.Ворошко, А.С.Сахаровым, И.З.Ройтфарбом, В.М. Геращенко, Б.Ш.Волком. В их работах получил развитие вариационный метод вывода конечно-разностных уравнений, рассмотрены задачи расчета гладких и подкрепленных ребрами пластинок и оболочек, а также конструкций с отверстиями и на упругом контуре.

Метод конечных разностей для расчета ребристых конструкций широко используется красноярскими исследователями - Н.П.Абовским, Л.В.Енджиевским, А.М.Азархиным, И.И.Самольяновым, Б.М.Шестопалом, Д.А.Пасько, Е.Т.Шоевой и др.

Наряду с методом конечных разностей широко используется метод конечных элементов. К ребристым системам этот метод применили А.П.Филин, Дж.Аргирис, Х.Симпсон, Д.Антеби, А.М.Масленников и др.

Существенным моментом в теории подкрепленных конструкций является использование двух различных теорий - теории оболочек и теории стержней. С иных позиций исходит П.А. Жилин, который на основе работ А.И.Лурье строит общую теорию ребристых оболочек, рассматривая их как тело переменной толщины. Частный пример такого подхода содержится в работе А.П.Варвака и В.А.Заруцкого.

Расчет ребристых конструкций представляет собой сложную математическую задачу. По изучении их работы проведены большие исследования, получено много важных результатов.

Но развитие методов расчета подкрепленных пластин и оболочек нельзя считать завершенным. Необходима дальнейшая разработка практических методов расчета с использованием современных вычислительных средств.

Во второй главе рассматривается задача расчета пологой оболочки, имеющей постоянную толщину и подкрепленной ортогональной сеткой ребер, направленных вдоль сторон контура. Ребра могут иметь различные упругие и геометрические характеристики и отстоять друг от друга и от срединной поверхности на различных расстояниях.

Основные разрешающие уравнения задачи выведены в перемещениях u, v и w с использованием вариационного принципа Лагранжа. Так, уравнения равновесия имеют вид

$$u_{xx} + \frac{1-\mu}{2} u_{yy} + \frac{1+\mu}{2} v_{xy} + (k_1 + \mu k_2) w_x = -\frac{1}{B}(p_1 + R_1);$$

$$v_{yy} + \frac{1-\mu}{2} v_{xx} + \frac{1+\mu}{2} u_{xy} + (k_2 + \mu k_1) w_y = -\frac{1}{B}(p_2 + R_2);$$

$$(k_1 + \mu k_2) u_x + (k_2 + \mu k_1) v_y + (k_1^2 + 2\mu k_1 k_2 + k_2^2) w + \frac{D}{B}\nabla^4 w = \frac{1}{B}(p_3 - R_3) \qquad (1)$$

Величины R_i являются дополнительными воздействиями на обшивку или реакциями со стороны ребер. При учете работы последних на растяжение-сжатие, изгиб в двух плоскостях и кручение с помощью δ-функции Дирака реакции определяются формулами

$$R_1 = \sum_i \delta(y - y_i) E_i F_i (u_{xx} + k_1 w_x - z_i w_{xxx}) - \sum_j \delta(x - x_j) E_j J_{2j} (u - z_j w_x)_{yyyy};$$

$$R_2 = \sum_j \delta(x - x_j) E_j F_j (v_{yy} + k_2 w_y - z_j w_{yyy}) - \sum_i \delta(y - y_i) E_i J_{2i} (v - z_i w_y)_{xxxx};$$

$$R_3 = \sum_i \delta(y - y_i) E_i \{ F_i [k_1(u_x + k_1 w) - z_i (u_{xxx} + 2k_1 w_{xx}) + J_{1i}^* w_{xxxx} \} +$$

$$+ \sum_i \frac{\partial}{\partial y} \{ \delta(y - y_i) E_i [J_{2i} z_i (v - z_i w_y)_{xxxx} + \frac{J_{ki}}{2(1+\mu)} w_{xxy}] \} +$$

$$+\sum_j \delta(x-x_j)E_j\{F_j[k_2(v_y+k_2w)-z_j(v_{yyy}+2k_2w_{yy})+J^*_{1j}w_{yyyy}\}+$$
$$+\sum \frac{\partial}{\partial x}\{\delta(x-x_j)E_j[J_{2j}z_j(u-z_jw_x)_{yyyy}+\frac{J_{kj}}{2(1+\mu)}w_{xyy}]\} \qquad (2)$$

Как следует из (2), ребра вносят значительные усложнения в уравнения равновесия, повышая порядок производных.

Для формулировки граничных условий выведено вариационное уравнение. Кроме обычных для теории гладких оболочек вариаций δu, δv, δw и $\delta\frac{\partial w}{\partial n}$ оно содержит вариации углов поворота ребер в тангенциальной плоскости, что соответствует пятому граничному условию.

В работе формулируются также разрешающие уравнения для ребристых оболочек при расчете их с позиций конструктивно ортотропных систем и приведенных (фиктивных) гладких. Анализируются гипотезы, положенные в основу этих методов.

При интегрировании уравнений, учитывающих дискретную работу ребер, могут быть использованы известные методы решения аналогичных уравнений теории гладких оболочек. Так, при шарнирном опирании на идеальные диафрагмы решение можно получить методом Бубнова-Галеркина с разложением перемещений в двойные тригонометрические ряды. В применении к уравнениям (I) метод имеет те же этапы, что и при расчете гладких оболочек, но получаемые алгебраические уравнения не распадаются, а образуют совместную систему.

Порядок системы равен утроенному количеству членов, удерживаемых в каждом из рядов. В литературе нет единого мнения о том, какое число членов необходимо для правильного описания напряженно-деформированного состояния оболочки. Одни авторы называют цифру в несколько единиц, другие - тысячи и даже десятки тысяч.

С целью выяснения вопроса о скорости сходимости рядов были рассчитаны пологие оболочки на действие равномерно распределенной нагрузки. Рассмотрено 20 приближений (t = I ÷ 20) с удержанием в рядах по t^2 членов, от I до 400. На рис.I приведены размеры одной из оболочек и графики погрешностей прогиба и усилий относительно двадцатого приближения, принятого за точное решение. Рассматривались точки (на рисунке в скобках даны их относительные координаты) с наибольшими значениями соответствующих факторов, которые в сущности и интересуют конструктора. Графики показывают,

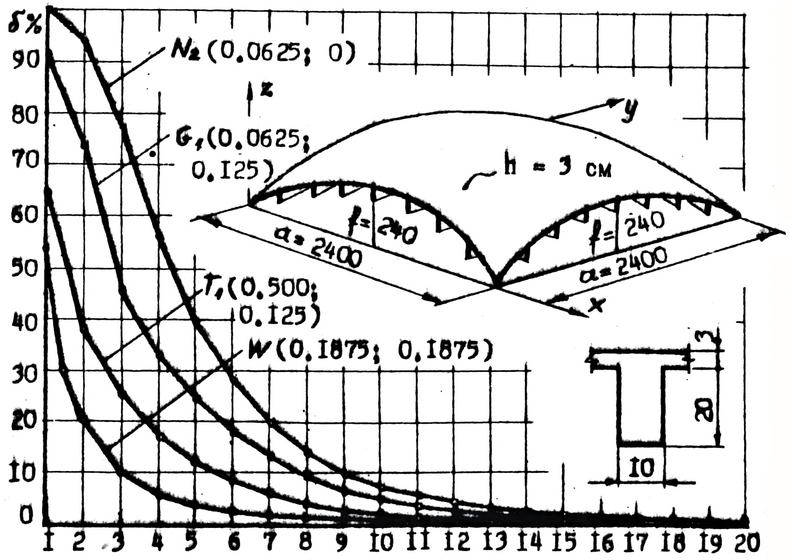

Рис. I

что быстрее всего сходится ряд для прогиба. Скорость же сходимости усилий меньше и зависит от порядка старших производных, входящих в выражения усилий. Поэтому наиболее медленно сходится ряд для поперечной силы и точность ее значений может служить критерием для выбора числа членов. Проведенные исследования показывают, что для вычисления поперечной силы с точностью до 5% необходимо удерживать в рядах порядка IOO членов.

Таким образом, при расчете ребристых конструкций приходится оперировать с системами 300-го и более высоких порядков, что возможно только при использовании внешней памяти машины "Минск-22" - магнитных лент. Матрица системы близка к целиком заполненной. Поэтому в процессе счета происходит многократное попеременное обращение к далеко расположенным друг от друга участкам ленты, что требует больших затрат машинного времени.

Имеется возможность отказаться от магнитных лент, если учесть свойство коэффициентов рядов. Исследования, проведенные в работе, показывают, что коэффициенты быстро стабилизируют свои значения при последовательном добавлении новых членов разложения и соответствующем росте порядка системы. Иными словами, младшие члены рядов по мере увеличения их индексов оказывают все меньшее влияние на старшие члены. И начиная с некоторого момента этим влиянием можно вообще пренебречь.

Свойство стабилизации коэффициентов рядов и используется для упрощения вычислительного процесса. Предлагается вместо решения системы порядка $3t^2$ формировать и решать ряд зацепляющихся, последовательно сдвигаемых подсистем. Весь процесс ведется с использованием только оперативной памяти машины, за счет чего время счета сокращается в 2 и более раз.

В работе приводятся рекомендации по организации вычислительного процесса, а также результаты расчетов ребристых оболочек по разработанной автором программе для ЭВМ "Минск-22". Дается анализ их напряженно-деформированного состояния как при дискретном учете ребер, так и по приближенным теориям. Показывается, что при "размазывании" ребер не учитывается явление местного изгиба панелей между ребрами. Результаты такого расчета дают удовлетворительные значения лишь для перемещений, в то время как усилия получают весьма приближенную, интегральную оценку.

Следует отметить, что расчет ребристых пластин и оболочек в двойных рядах достаточно сложен. В то же время он применим для узкого класса конструкций, с граничными условиями, приближенно отражающими реальные.

Основное внимание в реферируемой работе уделено методике, основанной на сочетании обобщенного метода перемещений и метода конечных разностей. Развитию указанного подхода и посвящена т р е т ь я г л а в а диссертации.

Здесь задача ставится шире. Рассматриваются отдельно стоящие и многопролетные оболочки, имеющие помимо ребер ступеньчато-переменную толщину, переломы поверхности, дискретные опоры, отверстия со свободными и подкрепленными краями, произвольные граничные условия и нагрузку. Таким образом, представляется возможным рассчитать практически любую конструкцию, состоящую из пологих оболочек, пластинок, стержней или их комбинации.

В работе описывается алгоритм применяемого метода, включающего выбор основной системы и неизвестных, расчет отдельных элементов конструкции, построение матриц жесткости, формирование и решение систем канонических уравнений, вычисление усилий.

При выборе основной системы прежде всего намечаются узловые линии. Они проводятся вдоль ребер, краев отверстий, линий изменения толщины, стыка областей (рис.2) и в других характерных сечениях конструкции. Затем на срединную поверхность накладывается сетка метода конечных разностей. Структура сетки должна быть такой, чтобы каждая узловая линия совпадала с одной из линий сетки.

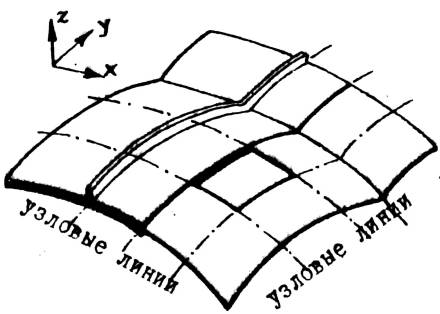

Рис.2

В пересечениях, образовавшихся на узловых линиях, устанавливаются связи, препятствующие линейным и угловым перемещениям закрепляемых сечений. Связи накладываются также на узлы фермы или другой стержневой системы, входящей в состав конструкции. Преобразованная таким образом конструкция превращается в совокупность оболочек, пластин и стержней постоянного сечения с абсолютно защемленными и несмещающимися краями.

Наложенным связям соответствуют неизвестные перемещения – линейные или угловые, которые объединяются в групповые неизвестные (векторы). Так, на узловых линиях вводятся симметричные X^c(Y^c) и кососимметричные $X^к$($Y^к$) векторы, а в местах пересечения узловых линий – векторы Z (рис.3). Порядок последних всегда равен 5, порядки же векторов X^c, $X^к$, Y^c, $Y^к$ зависят от густоты и структуры сетки.

Z_{20}	X^c_{21}	$X^к_{21}$	Z_{21}	X^c_{22}	$X^к_{22}$	Z_{22}
Y^c_{02}			Y^c_{12}			Y^c_{22}
$Y^к_{02}$			$Y^к_{12}$			$Y^к_{22}$
Z_{10}	X^c_{11}	$X^к_{11}$	Z_{11}	X^c_{12}	$X^к_{12}$	Z_{12}
Y^c_{01}			Y^c_{11}			Y^c_{21}
$Y^к_{01}$			$Y^к_{11}$			$Y^к_{21}$
Z_{00}	X^c_{01}	$X^к_{01}$	Z_{01}	X^c_{02}	$X^к_{02}$	Z_{02}

Рис.3

В работе принята в общем случае сетка с переменным шагом. С одной стороны она позволяет легко вписаться в различного рода нерегулярности конструкции, а с другой – учесть различия в характере изменения напряженно-деформированного состояния отдельных частей рассматриваемой области за счет уменьшения шага в тех местах, где это изменение носит более быстрый характер (например, у ребер, краев отверстий и т.д.). В то же время переменность шага сетки нисколько не усложняет решение задачи.

Разностные уравнения равновесия для произвольной точки ik (рис.4), выведенные вариационным методом и записанные с учетом симметрии, имеют вид

$$
\begin{aligned}
&\alpha_1 u_{ik} + \alpha_2 u_{i+1,k} + \alpha_3 u_{i,k+1} + \alpha_4 (v_{i-1,k+1} - v_{i+1,k+1}) + \\
&\qquad + \alpha_5 w_{i+1,k} = C p^x_{ik} + D_1; \\
&\beta_1 (u_{i-1,k+1} - u_{i+1,k+1}) + \beta_2 v_{ik} + \beta_3 v_{i+1,k} + \beta_4 v_{i,k+1} + \\
&\qquad + \beta_5 w_{i,k+1} = C p^y_{ik} + D_2; \qquad\qquad (3) \\
&\gamma_1 u_{i+1,k} + \gamma_2 v_{i,k+1} + \gamma_3 w_{ik} + \gamma_4 w_{i+1,k} + \gamma_5 w_{i+2,k} + \\
&+ \gamma_6 w_{i-1,k+1} + \gamma_7 w_{i,k+1} + \gamma_8 w_{i+1,k+1} + \gamma_9 w_{i,k+2} = C p^z_{ik} + D_3
\end{aligned}
$$

Коэффициенты системы вычисляются по формулам

$$\alpha_1=\left(x_2+\frac{1-\mu}{2}y_2\right)x_1y_1;\quad \alpha_2=-\frac{y_1}{\Delta x_{i+1}};\quad \alpha_3=-\frac{1-\mu}{2}\,\frac{x_1}{\Delta y_{k+1}};$$

$$\alpha_4=\beta_1=\frac{1+\mu}{4};\quad \alpha_5=-\gamma_1=-\frac{1}{2}(k_1+\mu k_2)y_1;\quad \beta_3=\frac{1-\mu}{2}\alpha_2;$$

$$\beta_2=\left(y_2+\frac{1-\mu}{2}x_2\right)x_1y_1;\quad \beta_4=-\frac{x_1}{\Delta y_{k+1}};\quad \beta_5=-\gamma_2=-\frac{1}{2}(k_2+\mu k_1)x_1;$$

$$\gamma_3=\frac{1}{2}\left(k_1^2+2\mu k_1k_2+k_2^2\right)x_1y_1+\frac{h^2}{6}\left[\left(\frac{C_1}{(\Delta x_{i-1}+\Delta x_i)\Delta x_i^2}+\frac{C_2}{\Delta x_{i+1}^2x_3}\right)y_1+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{C_3}{(\Delta y_{k-1}+\Delta y_k)\Delta y_k^2}+\frac{C_4}{\Delta y_{k+1}^2y_3}\right)x_1+(x_2+y_2)^2x_1y_1\right];\quad C=\frac{x_1y_1}{2B};$$

$$\gamma_4=-\frac{h^2}{6}\,\frac{y_1}{\Delta x_{i+1}}(x_2+x_4+2y_2);\quad \gamma_5=\frac{h^2}{6}\,\frac{y_1x_4}{x_3};\quad \gamma_6=\frac{h^2}{3\Delta x_i\Delta y_{k+1}};$$

$$\gamma_7=-\frac{h^2}{6}\,\frac{x_1}{\Delta y_{i+1}}(y_2+y_4+2x_2);\quad \gamma_8=\frac{h^2}{3\Delta x_{i+1}\Delta y_{k+1}};\quad \gamma_9=\frac{h^2}{6}\,\frac{x_1y_4}{y_3},\tag{4}$$

где
$$x_1=\Delta x_i+\Delta x_{i+1};\quad x_2=\frac{1}{\Delta x_i\Delta x_{i+1}};\quad \begin{pmatrix}x\rightleftarrows y\\ i\rightleftarrows k\end{pmatrix}$$
$$x_3=\Delta x_{i+1}+\Delta x_{i+2};\quad x_4=\frac{1}{\Delta x_{i+1}\Delta x_{i+2}}$$

Составляющие свободных членов D_i зависят от контурных перемещений элементов и находятся по формулам, изменяющимся в зависимости от значений i,k.

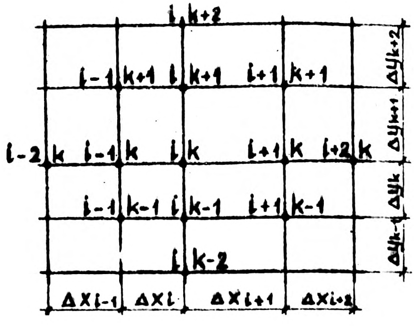

Рис. 4

При вычислении реакций в связях приходится применять экстраполирование или односторонние разности, запись которых не всегда обоснована. В настоящей работе предлагается определять реакции из принципа взаимности работ, вычисляя их как работу напряжений одного единичного состояния на деформациях другого единичного состояния

$$r_{st}=\iiint\sigma^{(s)}\varepsilon^{(t)}\,dx\,dy\,dz.\tag{5}$$

Выражению (5) соответствует перемножение эпюр в строительной механике стержневых систем.

Формулы, полученные из (5) в результате приведения тройного интеграла к двукратному и применения операций численного дифференцирования и интегрирования, определяют реакции связей с точностью, которая принята при выводе уравнений равновесия, и очень удобны в вычислительном отношении.

В связи с введением групповых неизвестных матрицы жесткости имеют блочное строение. Так что матрица R, входящая в матричное уравнение метода перемещений

$$R\bar{Z} = -R_p,$$

в соответствии с рис.3 имеет вид

$$\left|\begin{array}{cccccccc}
|z_{00}\,z_{00}| & |z_{00}\,x_{01}^{c}| & |z_{00}\,x_{01}^{\text{к}}| & \ldots & |z_{00}\,y_{01}^{c}| & |z_{00}\,y_{01}^{\text{к}}| & \ldots \\
|x_{01}^{c}\,z_{00}| & |x_{01}^{c}\,x_{01}^{c}| & 0 & \ldots & |x_{01}^{c}\,y_{01}^{c}| & |x_{01}^{c}\,y_{01}^{\text{к}}| & \ldots \\
|x_{01}^{\text{к}}\,z_{00}| & 0 & |x_{01}^{\text{к}}\,x_{01}^{\text{к}}| & \ldots & |x_{01}^{\text{к}}\,y_{01}^{c}| & |x_{01}^{\text{к}}\,y_{01}^{\text{к}}| & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
|y_{01}^{c}\,z_{00}| & |y_{01}^{c}\,x_{01}^{c}| & |y_{01}^{c}\,x_{01}^{\text{к}}| & \ldots & |y_{01}^{c}\,y_{01}^{c}| & 0 & \ldots \\
|y_{01}^{\text{к}}\,z_{00}| & |y_{01}^{\text{к}}\,x_{01}^{c}| & |y_{01}^{\text{к}}\,x_{01}^{\text{к}}| & \ldots & 0 & |y_{01}^{\text{к}}\,y_{01}^{\text{к}}| & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}\right| \qquad (6)$$

Структура матрицы - ленточная, а порядок ее существенно зависит от густоты применяемой сетки и количества элементов, на которые разбивается конструкция. Для оболочек с большим числом конструктивных особенностей этот порядок может достигать одной или даже нескольких тысяч при очень широкой ленте.

Поэтому для расчета сложных конструкций в алгоритм заложен принцип последовательного укрупнения элементов, согласно которому переход от описанной выше основной системы (назовем ее первой) осуществляется ко второй, третьей и т.д. основным системам последовательным удалением тех или иных связей.

В данном случае ограничиваемся использованием двух систем; вторая образуется снятием связей Y и состоит из элементов в виде полос, закрепленных по кромкам вдоль оси x. Расчет таких полос ведется на воздействие нагрузки, а также единичных неизвестных X, Z и дает значения $\bar{Y}^c$, $\bar{Y}^к$. Причем в силу деления неизвестных на симметричные и кососимметричные, система для полосы распадается на две независимые системы (соответственно для $\bar{Y}^c$ и $\bar{Y}^к$), что значительно упрощает расчет.

Из системы канонических уравнений для второй основной системы находятся перемещения X и Z, а затем сравнительно несложными вычислениями - и перемещения Y.

Усилия во внутренних точках элементов вычисляются по известным формулам теории гладких оболочек, а на узловых линиях используются значения суммарных реакций, равных с точностью до постоянных соответствующим усилиям.

Следует отметить, что использование метода конечных разностей совместно с обобщенным методом перемещений имеет ряд преимуществ перед расчетом конструкций одним методом конечных разностей. В отличие от последнего здесь нет необходимости оперировать разрывными функциями, проще учесть произвольные граничные условия. Кроме того, процесс решения системы высокого порядка заменяется решением нескольких систем значительно меньших порядков, и так как число операций умножения и деления для схемы Гаусса пропорционально примерно третьей степени порядка системы, то такая замена в общем случае приводит к значительной экономии машинного времени.

На основе изложенного алгоритма автором разработана применительно к ЭВМ "Минск-22" программа "ОРИОН". Она предназначена для расчета конструкций, состоящих не только из ребристых оболочек, но также из плит, балок-стенок, стержней и различных систем, составленных из них. Предусмотрено 13 видов нагружения в виде распределенных, линейных и сосредоточенных нагрузок. Программа состоит из отдельных блоков, написанных на алгоритмическом языке АЛГАМС и переведенных в коды машины с помощью транслятора МЭИ (блок-схема программы и ее основные блоки на языке АЛГАМС приведены в приложениях к диссертации). Роль диспетчера здесь играет имеющаяся в трансляторе программа объединения, которая и обеспечивает совместную работу отдельных блоков в автоматическом режиме. Такая организация программы "ОРИОН" вызвана стремлением обеспечить ее простую трансформацию путем удаления одних блоков и добавления других, что позволяет сравнительно просто охватить различные математические модели.

По программе проведен расчет пластинок и оболочек , гладких и подкрепленных ребрами, с целью исследования сеток различной структуры, а также сравнения развиваемой методики с предложениями других авторов. Выполнен расчет стеклопластиковой модели двухпролетного покрытия, собранного из ребристых оболочек и безраскосных ферм (рис.5).

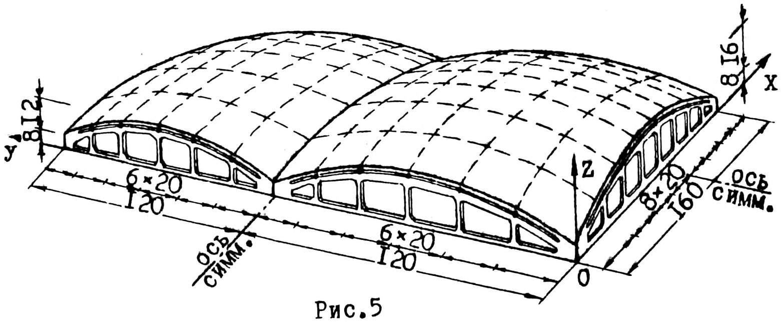

Рис.5

Сетка в этом примере имела переменный шаг, с делением сторон элементов оболочки на 6 частей. На последнем этапе нахождения групповых неизвестных решалась система 8I3-го порядка - учитывалась симметрия конструкции относительно двух взаимно перпендикулярных осей. (Для сравнения укажем, что при расчете этой оболочки одним методом конечных разностей при той же сетке необходимо было бы решить даже без учета упругого контура систему порядка 2775). Рассмотрено два вида нагрузок: равномерно распределенная и сосредоточенные силы, приложенные в крестовине ребер. Сделан подробный анализ полученных результатов.

Четвертая глава посвящена экспериментальным исследованиям статической работы двухпролетного покрытия на модели.

Испытания проводились в Научно-исследовательском институте строительных конструкций (Киев) под руководством канд.техн.наук А.М.Дубинского коллективом в составе А.С. Дехтяря, Э.Л.Щербенко, А.Г.Исаенко, А.О.Рассказова, В.С. Кравчука и автора данной работы.

Натурная конструкция оболочки предложена Проектным институтом №1 (автор проекта А.В.Шапиро). Ее размеры в плане 18х24м, полная стрела подъема 4,2м, Собирается оболочка из ребристых плит с толщиной скорлупы 30 и 50 мм.

Модель покрытия выполнена из стеклопластика в масштабе 1/15 (рис.5). Выбранный материал обладает вплоть до разрушения строго упругой характеристикой как при растяжении, так и при сжатии. Его модуль упругости равен в среднем 175000 кг/см^2, коэффициент Пуассона 0,3. Стеклопластик лишен мелких трещин и других дефектов (которые в изобилии имеются в железобетоне и армированном растворе) и, как показали проведенные испытания, обеспечивает надежную и устойчивую работу тензодатчиков сопротивления.

Фермы модели были выполнены из эпоксидной смолы, армированной стальной проволокой. Площадь сечения арматуры подбиралась из условия равенства модулей упругости материалов ферм и скорлупы.

В реферируемой работе описывается методика испытаний и обработки результатов эксперимента.

В качестве измерительных приборов были приняты индикаторы часового типа с ценой деления 0,01 мм и тензодатчики сопротивления с базой 10 и 20 мм, одиночные или объединенные в розетки. Всего на модели было установлено около 100 индикаторов и 500 датчиков.

Равномерно распределенная нагрузка на покрытие создавалась сжатым воздухом. Она прикладывалась ступенями по 100 кг/м2. Достоверные результаты эксперимента были получены в результате статистической обработки девяти однотипных испытаний.

В работе проводится детальное сопоставление опытных и расчетных значений перемещений, нормальных сил и изгибающих моментов в различных сечениях конструкции (на рис.6

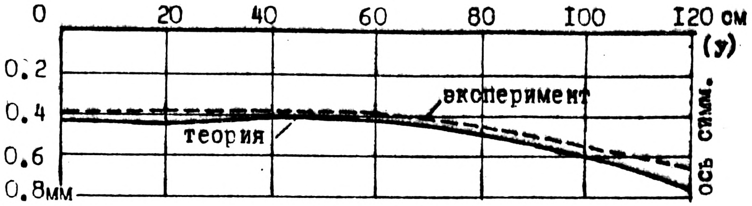

Рис.6

для примера даны экспериментальная и теоретическая кривые прогиба в сечении x = 80 см от q = I00 кг/м^2). Сравнение показывает, что результаты расчета достаточно хорошо согласуются с данными эксперимента.

В Ы В О Д Ы

I. На основе вариационного принципа Лагранжа сформулированы основные разрешающие уравнения для пологих ребристых оболочек при трех различных подходах к проблеме их расчета: а) учет дискретной работы ребер; б) метод конструктивной ортотропии; в) приведение ребристой конструкции к фиктивной гладкой. Показано, что все три подхода базируются на единой теории оболочек и отличаются принятыми гипотезами о характере работы линейных элементов в составе континуальной системы.

2. При решении задачи в двойных тригонометрических рядах проведены исследования характера их сходимости при равномерно распределенной нагрузке. Установлено, что для достижения точности до 5% перемещений и усилий, имеющих решающее значение при конструировании оболочек, необходимо удерживать в рядах порядка I00 членов.

Установлено свойство стабилизации коэффициентов рядов. На его основе разработан прием решения систем алгебраических уравнений высокого порядка без использования внешней памяти машины, что дает существенное сокращение времени счета.

Проведен анализ и сравнение результатов расчета ребристых оболочек по точной и приближенной теориях. "Размазывание" ребер позволяет получить лишь интегральную оценку действительного напряженного состояния конструкции.

3. В работе получил дальнейшее развитие обобщенный метод перемещений в сочетании с методом конечных разностей. Он позволяет рассчитывать не только однопролетные, но и многопролетные оболочки, имеющие помимо ребер участки переменной толщины, переломы поверхности, дискретные опоры, отверстия, произвольное закрепление на контуре.

Предложено использовать сетку с переменным шагом, которая, не усложняя решение, лучше отражает особенности задачи за счет уменьшения шага в местах концентрации напряжений. Реакции в связях находятся из принципа взаимности работ по формулам, лишенным неопределенностей и удобных в вычислительном отношении. Сформулирован принцип последовательного укрупнения элементов основной системы, позволяющий существенно снизить порядок решаемых систем уравнений. Расчет сложной конструкции разбивается на ряд этапов, экономно использующих внешнюю память и машинное время.

4. На основе обобщенного метода перемещений разработаны алгоритм и программа "ОРИОН" для ЭВМ "Минск-22". Она полностью автоматизирует весь вычислительный процесс и дает возможность достаточно просто рассчитывать однопролетные и многопролетные оболочки с различными конструктивными особенностями, а также плиты, балки-стенки и системы, составленные из них и стержневых элементов. Большие возможности и эффективность программы "ОРИОН" позволяют рекомендовать ее проектным организациям для расчета реальных строительных конструкций.

5. Проведены расчет и анализ напряженно-деформированного состояния пластинок и оболочек, гладких и подкрепленных ребрами, в том числе - модели двухпролетного покрытия. Экспериментальные исследования модели позволили установить хорошее соответствие теоретических и опытных данных, что

указывает на правильность методической и математической разработок алгоритма обобщенного метода и программы "ОРИОН".

Результаты работы доложены на:

1. XXIУ и XXУ научно-технических конференциях Белорусского политехнического института. Минск, 1968-1969.

2. Республиканском совещании по вопросам применения новейших методов строительной механики (в докладе Л.Ф.Березовского). Таллин, 1968.

3. Республиканской научно-технической конференции. Брест, 1968.

4. Научной сессии Института строительства и архитектуры Госстроя БССР, посвященной 50-летию БССР и КПБ. Минск 1968.

5. XXУ научной конференции Киевского автомобильно-дорожного института. Киев, 1969.

6. Научно-технической конференции Белорусского института инженеров железнодорожного транспорта. Гомель, 1969

7. Республиканской конференции молодых ученых, посвященной 25-летию освобождения Белоруссии от немецко-фашистских захватчиков. Минск, 1968.

8. IУ конференции молодых ученых и специалистов Прибалтики и Белоруссии по проблемам строительства. Рига, 1971.

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих работах:

1. Приближенный расчет пологих ребристых оболочек. Материалы научной сессии, посвященной 50-летию БССР и КПБ. ИСиА. Минск, 1968.

2. Расчет пологих ребристых оболочек обобщенным методом перемещений. Материалы секции строительной механики XXУ научно-технической конференции БПИ. Минск, 1969.

3. К вопросу об основных уравнениях теории пологих ребристых оболочек. Сб."Строительные конструкции и теория

сооружений", вып.III. Минск, "Вышэйшая школа", 1971.

4. Обобщенный метод перемещений в задаче статического расчета пологих ребристых оболочек. Материалы республиканской конференции"Повышение эффективности жилищно-гражданского строительства". Минск, 1971.

5. Исследование пологих оболочек с конструктивными особенностями. "Строительство и архитектура Белоруссии"- в печати. Соавторы: Л.Ф.Березовский, А.М.Дубинский.

АТ 18381. Подписано к печати 11.11.1971г. Объем 0,9 уч.-изд.л. Заказ 63 . Тираж 200 экз. Бесплатно.
Ротапринт ИСиА Госстроя БССР.