

$$Q_{\varphi} = M_c \frac{1}{i} . \quad (12)$$

Для случая, когда ведущим является центральное колесо

$$Q_{\theta} = M_c + M_g \frac{i-1}{i} ; \quad (13)$$

$$Q_{\theta} = M_g \frac{1}{i} . \quad (14)$$

Уравнения движения механизма (9) и (10) могут быть решены численным методом на ЭЦВМ.

Резюме. В работе получены уравнения динамики для инерционного трансформатора с импульсатором Хоббса.

УДК 531.3+629.11.012.5

М.А. Левин, канд. техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ТЕОРИИ КАЧЕНИЯ

В работе в уточненной постановке рассматривается определение значений ряда кинематических коэффициентов, обозначенных в [1] через k_{17} , k_{18} , k_{19} , k_{20} , а также радиуса качения r в свободном режиме движения и других величин, связанных с ними. Основное отличие здесь заключается в том, что деформации периферии колеса за пределами области контакта не предполагаются малыми отклонениями, при этом удерживаются члены порядка α до третьей степени включительно. Это обстоятельство имеет существенное значение для деформируемых колес, у которых отношение соответствующего коэффициента псевдоскольжения к соответствующей жесткости близко к половине длины области контакта.

Таким образом, с удержанием членов порядка не выше α^3 уравнения для деформаций за пределами области контакта могут быть приведены к следующему виду

$$c_1 \lambda_1' + \frac{1}{R} \frac{ds}{d\mu} - \lambda_3' \gamma_1 c_3 - \frac{N_2}{R} \left(\gamma_1 - \frac{\gamma_1^3}{6} \right) = 0 ; \quad (1)$$

$$c_3 \lambda_3' - \frac{N_2}{R} \frac{d\gamma_1}{d\mu} - \frac{s}{R} + \lambda_1' \gamma_1 c_1 - c_3 \lambda_3' \frac{\gamma_1^2}{2} - \frac{N_2}{R} \frac{\gamma_1^2}{2} - \frac{sd\gamma_1}{Rd\mu} = 0 ; \quad (2)$$

$$C_2 \lambda_2 - \frac{1}{R} \frac{d}{d\mu} [(N_2 + s) \delta_2] = 0. \quad (3)$$

При этом, как легко показать

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_2 - \frac{1}{3} \sigma_2^3 + \sigma_1^2 \sigma_2; \\ \epsilon &= \frac{1}{2} \sigma_2^2 - \sigma_1 + \frac{1}{2} \sigma_2^2 \sigma_1; \\ s &= N_1 \epsilon, \quad \delta_2 = \frac{1}{R(1+\epsilon)} \frac{d\lambda_2}{d\mu}; \\ \sigma_1 &= \frac{1}{R} \left(\frac{d\lambda_1'}{d\mu} + \lambda_3' \right), \quad \sigma_2 = \frac{1}{R} \left(\frac{d\lambda_3'}{d\mu} - \lambda_1' \right). \end{aligned} \right\} (4)$$

Рассматривая уравнения (3.10) в работе [1] как первое приближение, будем в уточненной постановке представлять их в форме степенного ряда по деформациям. Это означает, что уравнения за пределами области контакта приводятся теперь к следующему виду:

$$\frac{d\lambda_1'}{d\mu} = \Pi_{11} \lambda_1' + \Pi_{13} \lambda_3' + \Delta_{11} \lambda_3'^2 + \Delta_{12} \lambda_3'^3 + \Delta_{13} \lambda_1' \lambda_3'; \quad (5)$$

$$\frac{d\lambda_3'}{d\mu} = \Pi_{31} \lambda_1' + \Pi_{33} \lambda_3' + \Delta_{31} \lambda_3'^2 + \Delta_{32} \lambda_3'^3 + \Delta_{33} \lambda_1' \lambda_3'. \quad (6)$$

При этом учитывается, что на границе области контакта λ_1' имеет порядок d^2 .

Так как λ_2 - малое отклонение, то получаем также

$$\frac{d\lambda_2}{d\mu} = F \lambda_2, \quad (7)$$

где в отличие от работы [1] F - функция, подлежащая определению. Находится она так. После подстановки соотношения (4) в (3) найдем

$$\begin{aligned} R^2 C_2 \lambda_2 - \frac{d}{d\mu} (f \frac{d\lambda_2}{d\mu}) &= 0; \\ f &= (N_2 + N_1 \epsilon) / (1 + \epsilon). \end{aligned} \quad (8)$$

Дальнейшая подстановка (7) в (8) при

$$F = u(\mu) / f(\mu) \quad (9)$$

дает следующее уравнение для функции u :

$$f \frac{du}{d\mu} + u^2 - f c_2 R^2 = 0. \quad (10)$$

Функция u разыскивается в виде

$$u = Q_{20} + Q_{21} \lambda'_1 + Q_{23} \lambda'_3 + \Delta_{21} \lambda'^2_3 + \Delta_{22} \lambda'^3_3 + \Delta_{23} \lambda'_1 \lambda'_3. \quad (11)$$

Выражение для f в силу (8), (4)-(6) оказывается следующим:

$$\begin{aligned} f &= N_2 - (N_2 - N_1) (-\sigma_1 + \frac{1}{2} \sigma_2^2 - \sigma_1^2 + \frac{3}{2} \sigma_1 \sigma_2^2 - \sigma_1^3) = \\ &= N_2 + F_{41} \lambda'_1 + F_{43} \lambda'_3 + F_{51} \lambda'^2_3 + F_{52} \lambda'^3_3 + F_{53} \lambda'_1 \lambda'_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} E_1 &= \Pi_{11} + 2\Pi_{33}; E_2 = 1 + \Pi_{13}; E_3 = \Pi_{11} + 3\Pi_{33}; \\ E_4 &= 2\Pi_{11} + \Pi_{33}; E_5 = \Pi_{31} - 1; N_{21} = (N_2 - N_1) / R. \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда коэффициенты, входящие в выражение для f , принимают значения

$$\begin{aligned} F_{41} &= \Pi_{11} N_{21}; F_{43} = E_2 N_{21}; \\ F_{51} &= N_{21} (\Delta_{11} + \frac{1}{R} E_2^2 - \frac{1}{2R} \Pi_{33}^2); \\ F_{52} &= N_{21} (\Delta_{12} + \frac{2}{R} E_2 \Delta_{11} - \frac{1}{R} \Pi_{33} \Delta_{31} - \frac{3}{2R^2} \Pi_{33}^2 E_2 + \\ &+ \frac{1}{R^2} E_2^3); \end{aligned} \quad (14)$$

$$F_{53} = N_{21} (\Delta_{13} + \frac{2}{R} E_2 \Pi_{11} - \frac{1}{R} \Pi_{33} E_5).$$

Таким образом, функция (9) находится после определения коэффициентов, входящих в соотношения (5) и (6), (11).

Найдем $\Pi_{11}, \Pi_{13}, \Pi_{31}, \Pi_{33}, \Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}, \Delta_{31}, \Delta_{32}, \Delta_{33}$. С этой целью сначала находятся выражения для

$$\frac{d^2 \lambda_1'}{d\mu^2} \text{ и } \frac{d^2 \lambda_3'}{d\mu^2}$$

путем дифференцирования выражений (5) и (6) с последующей заменой производных опять выражениями (5) и (6). Затем

значения $\frac{d\delta_1}{d\mu}$, $\frac{ds}{d\mu}$, а также (4) с удержанием членов порядка не выше α^3 подставляются в равенства (1) и (2). При-

равнивая коэффициенты при λ_1' , λ_3' , $\lambda_3'^2$, $\lambda_1'^3$, $\lambda_3'^3$ получим десять уравнений для нахождения интересующих нас десяти значений

$$\left. \begin{aligned} \frac{c_1 R^2}{N_1} - P_{11} - \frac{N_2}{N_1} E_5 = 0; \quad -\frac{N_2}{N_1} P_{31} + \Pi_{11} = 0; \\ \frac{N_1}{N_2} P_{13} + \Pi_{33} = 0; \quad \frac{c_3 R^2}{N_2} - P_{33} + \frac{N_1}{N_2} E_2 = 0; \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} (E_2 + \frac{N_2}{N_1}) \Delta_{31} + \Pi_{13} \Delta_{13} + E_1 \Delta_{11} = G_1; \\ (E_2 + \frac{N_2}{N_1}) \Delta_{33} + E_4 \Delta_{13} + 2\Pi_{31} \Delta_{11} = G_2; \\ \Pi_{13} \Delta_{33} + 3\Pi_{33} \Delta_{31} + (E_5 - \frac{N_1}{N_2}) \Delta_{11} = G_3; \\ E_1 \Delta_{33} + 2\Pi_{31} \Delta_{31} + (E_5 - \frac{N_1}{N_2}) \Delta_{13} = G_4; \end{aligned} \right\} (16)$$

$$\left. \begin{aligned} E_3 \Delta_{12} + (E_2 + \frac{N_2}{N_1}) \Delta_{32} = -\Delta_{11} (\Delta_{13} + 2\Delta_{31}) + G_5; \\ (E_5 - \frac{N_1}{N_2}) \Delta_{12} + 4\Pi_{33} \Delta_{32} = -\Delta_{11} \Delta_{33} - 2\Delta_{31}^2 + G_6. \end{aligned} \right\} (17)$$

Здесь

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{11} = \Pi_{11}^2 + \Pi_{13}\Pi_{31} + \Pi_{31}; \quad P_{13} = \Pi_{11}\Pi_{13} + \Pi_{13}\Pi_{31} + \Pi_{33}; \\ P_{31} = \Pi_{31}\Pi_{11} + \Pi_{33}\Pi_{31} - \Pi_{11}; \quad P_{33} = \Pi_{31}\Pi_{13} + \Pi_{33}^2 - \Pi_{13}; \\ D_{11} = E_1\Delta_{11} + E_2\Delta_{31} + \Pi_{13}\Delta_{13}; \\ D_{31} = E_5\Delta_{11} + 3\Pi_{33}\Delta_{31} + \Pi_{13}\Delta_{33}; \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = \frac{N_2}{N_1 R} \left(\frac{N_1}{N_2} P_{33} - \frac{c_3 R^2}{N_2} - E_2 \right) \Pi_{33}; \\ G_2 = \frac{1}{R} \left[(\Pi_{33} P_{31} + P_{33} E_5) - \frac{c_3 R^2 E_5}{N_1} - \right. \\ \left. - \frac{N_2}{N_1} (\Pi_{33} \Pi_{11} + E_2 E_5) \right]; \\ G_3 = \frac{1}{R} \left[\left(\frac{N_1}{N_2} - 1 \right) P_{33} E_2 - \Pi_{33} P_{13} - \left(\frac{N_1}{N_2} + 1 \right) \frac{\Pi_{33}^2}{2} \right]; \\ G_4 = \frac{1}{R} \left[(P_{31} E_2 + \Pi_{11} P_{33}) \left(\frac{N_1}{N_2} - 1 \right) - (\Pi_{33} P_{11} + E_5 P_{13}) - \right. \\ \left. - \Pi_{33} \left(\frac{N_1}{N_2} E_5 + E_5 - \frac{c_1 R^2}{N_2} \right) \right]; \\ G_5 = \frac{1}{R^2} \left\{ R (\Pi_{33} D_{31} + P_{33} \Delta_{31}) + \frac{1}{2} \Pi_{33} (2E_2 P_{33} + \right. \\ \left. + \Pi_{33} P_{13}) - \frac{c_3 R^2}{N_1} (R \Delta_{31} + \Pi_{33} E_2) - \frac{N_2}{N_1} \left[R (\Pi_{33} \Delta_{11} + \right. \right. \\ \left. \left. + E_2 \Delta_{31}) + E_2^2 \Pi_{33} - \frac{1}{2} \Pi_{33}^2 \right] \right\}; \quad (18) \\ G_6 = \frac{1}{R^2} \left\{ -R (E_2 D_{31} + P_{33} \Delta_{11} + P_{13} \Delta_{31} + \Pi_{33} D_{11}) - \right. \\ \left. - E_2 (P_{33} E_2 + 2\Pi_{33} P_{13}) + \Pi_{33}^2 P_{33} - \frac{N_1}{N_2} (R \Pi_{33} \Delta_{31} + \right. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} + \frac{1}{2} \Pi_{33}^2 E_2 - \frac{c_3 R^2 \Pi_{33}^2}{2 N_2} - \Pi_{33} (R \Delta_{31} + \Pi_{33} E_2) + \\ + \frac{N_1}{N_2} [E_2 (R D_{31} + P_{33} E_2 + \Pi_{33} P_{13}) + P_{33} (\Delta_{11} R - \\ - \frac{\Pi_{33}^2}{2})] \end{array} \right\} .$$

Четыре уравнения (15) позволяют найти Π_{11} , Π_{13} , Π_{31} и Π_{33} . Однако для этой цели проще воспользоваться процедурой, описанной в работе [1]. Четыре уравнения (16) позволяют найти Δ_{11} , Δ_{13} , Δ_{31} и Δ_{33} . После этого определяются значения D_{11} , D_{31} , G_5 и G_6 . Из последних двух уравнений (17) находятся Δ_{12} и Δ_{32} .

Переходим теперь к нахождению шести коэффициентов Q_{20} , Q_{21} , Q_{23} , Δ_{21} , Δ_{22} , Δ_{23} . С этой целью подставим выражения (11), (12) в уравнения (10). Приравнявая коэффициенты при свободных членах, а также при λ_1' , λ_3' , $\lambda_3'^2$, $\lambda_1' \lambda_3'$, $\lambda_3'^3$ получим шесть уравнений

$$Q_{20}^2 = N_2 c_2 R^2 ; \quad (19)$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_{21} (N_2 \Pi_{11} + 2Q_{20}) + Q_{23} N_2 \Pi_{31} = c_2 R^2 F_{41} ; \\ Q_{21} N_2 \Pi_{13} + Q_{23} (N_2 \Pi_{33} + 2Q_{20}) = c_2 R^2 F_{43} ; \end{array} \right\} (20)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_{21} (2N_2 \Pi_{33} + 2Q_{20}) + \Delta_{23} N_2 \Pi_{13} = G_7 ; \\ \Delta_{21} 2N_2 \Pi_{31} + \Delta_{23} [N_2 (\Pi_{11} + \Pi_{33}) + 2Q_{20}] = G_8 ; \end{array} \right\} (21)$$

$$\Delta_{22} (3N_2 \Pi_{33} + 2Q_{20}) = G_9 . \quad (22)$$

Здесь $Q_{01} = Q_{21} \Pi_{11} + Q_{23} \Pi_{31}$; $Q_{03} = Q_{21} \Pi_{13} + Q_{23} \Pi_{33}$;

$$G_7 = c_2 R^2 F_{51} - Q_{23}^2 - F_{43} Q_{03} - N_2 (Q_{21} \Delta_{11} + Q_{23} \Delta_{31});$$

$$G_8 = c_2 R^2 F_{53} - F_{41} Q_{03} - F_{43} Q_{01} - 2Q_{21} Q_{23} - \\ - N_2 (Q_{21} \Delta_{13} + Q_{23} \Delta_{33}) ;$$

$$G_9 = c_2 R^2 F_{52} - N_2 (Q_{21} \Delta_{12} + Q_{23} \Delta_{32} + \Delta_{23} \Delta_{11} + \\ + 2 \Delta_{21} \Delta_{31}) - F_{43} (Q_{21} \Delta_{11} + Q_{23} \Delta_{31} + \Delta_{23} \Pi_{13} + \\ + 2 \Delta_{21} \Pi_{33}) - F_{51} Q_{03} - 2Q_{23} \Delta_{21} .$$

Таким образом, из (19) находим Q_{20} , а затем из уравнений (20) - Q_{21} и Q_{23} . Далее определяются Q_{01} , Q_{03} , G_7 , G_8 , а по ним из уравнений (21) находятся Δ_{21} и Δ_{23} .

Из последнего уравнения (22) устанавливается значение Δ_{22} . Определим далее кинематические коэффициенты $k_{17}, k_{18}, k_{19}, k_{20}$ и другие величины, связанные с ними. Существенной особенностью здесь является учет свободных членов порядка не выше α_0^3 и коэффициентов перед малыми отклонениями порядка не выше α_0^2 . Кинематические коэффициенты находятся из

$$\text{условия непрерывности } \frac{d\lambda_1}{d\mu} ; \frac{d\lambda_2}{d\mu} ; \frac{d\lambda_3}{d\mu} \text{ при } \mu = 0 \text{ и } \\ \frac{d\lambda_3}{d\mu} \text{ при } \mu = 2\alpha_0 + \beta + \beta_1 \text{ (см. [1])} .$$

Из соотношений (2.5) в [1] находим производные $\frac{d\lambda_1}{d\mu}$ и $\frac{d\lambda_3}{d\mu}$ при $\mu = 0$, которые выражаются через $\frac{d\lambda_1'}{d\mu}$ и $\frac{d\lambda_3'}{d\mu}$. Взяв последние в форме (5) и (6) и приняв во внимание при $\mu = 0$ равенства $\lambda_1' = \lambda_1 + \alpha \lambda_3$; $\lambda_3' = -\alpha \lambda_1 + (1 - \alpha^2/2) \lambda_3$, найдем с удержанием членов порядка не выше α^3 при $\mu = 0$

$$\frac{d\lambda_1}{d\mu} = \lambda_1 \cdot (L_{110} + L_{11\beta} \beta) + \lambda_3 \cdot (L_{130} + L_{13\beta} \beta) + \\ + \lambda_3^2 \cdot (L_{10} + L_{1\beta} \beta) + \lambda_3^3 \Delta_{12} + \lambda_1 \lambda_3 \Delta_{13} ; \quad (23)$$

$$\frac{d\lambda_3}{d\mu} = \lambda_1 \cdot (L_{310} + L_{31\beta} \beta) + \lambda_3 \cdot (L_{330} + L_{33\beta} \beta) +$$

$$+ \lambda_3^2 (L_{30} + L_{3\beta} \beta) + \lambda_3^3 \Delta_{32} + \lambda_1 \lambda_3 \Delta_{33}. \quad (24)$$

Здесь, как следует из выражений (5.9) - (5.11) в [1] при $\mu = 0$,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_{1\varphi} + \lambda_{1\beta} \beta + \lambda_{1\alpha}; \quad \lambda_3 = \lambda_{3\varphi} + \lambda_{3\beta} \beta + \lambda_{3\alpha}; \\ \lambda_{1\varphi} &= w_1(\varphi) - u_1(\varphi) + b \theta(\varphi); \\ \lambda_{1\beta} &= r - R + R \alpha_0^2 / 2; \quad \lambda_{1\alpha} = \alpha_0 (r - R) + R \alpha_0^3 / 6; \end{aligned} \right\} (25)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{3\varphi} &= -b \psi(\varphi) - u_3(\varphi); \quad \lambda_{3\beta} = -R \alpha_0; \quad \lambda_{3\alpha} = \lambda_{30}; \\ L_{110} &= \Pi_{11} - \alpha_0 \Pi^0; \quad L_{11\beta} = -\Pi^0; \quad L_{130} = 1 + \Pi_{13} + \Pi^* \alpha_0 - \\ &- \Pi^0 \alpha_0^2; \end{aligned} \right\}$$

$$L_{13\beta} = \Pi^* - 2\alpha_0 \Pi^0; \quad L_{10} = \Delta_{11} + \alpha_0 \Delta^0; \quad L_{1\beta} = \Delta^0;$$

$$\left. \begin{aligned} L_{310} &= \Pi_{31} - 1 + \alpha_0 \Pi^*; \quad L_{31\beta} = \Pi^*; \quad L_{330} = \Pi_{33} + \\ &+ \alpha_0 \Pi^0 + \alpha_0^2 \Pi^*; \end{aligned} \right\} (26)$$

$$L_{33\beta} = \Pi^0 + 2\alpha_0 \Pi^*; \quad L_{30} = \Delta_{31} + \alpha_0 \Delta^*; \quad L_{3\beta} = \Delta^*;$$

$$\Pi^0 = \Pi_{13} + \Pi_{31}; \quad \Pi^* = \Pi_{11} - \Pi_{33}; \quad \Delta^0 = \Delta_{13} - \Delta_{31};$$

$$\Delta^* = \Delta_{11} + \Delta_{33}.$$

После дифференцирования также получаем

$$\frac{d\lambda_1(\varphi, 0)}{d\mu} = - \frac{dw_1(\varphi)}{d\varphi} - R \sin \alpha_0 \beta - r + R \cos \alpha_0; \quad (27)$$

$$\frac{d\lambda_3(\varphi, 0)}{d\mu} = R \cos \alpha_0 \beta + R \sin \alpha_0. \quad (28)$$

В силу непрерывности $\frac{d\lambda_1}{d\mu}$ при $\mu = 0$ приравняем (23) и (27). В результате из равенства свободных членов находим

$$(R - r) = H_2/H_1; \quad (29)$$

$$H_1 = 1 + \alpha_0 (L_{110} + \Delta_{13} \lambda_{30});$$

$$H_2 = R \alpha_0^2 / 2 + L_{110} R \alpha_0^3 / 6 + \lambda_{30} L_{130} + L_{10} \lambda_{30}^2 + \Delta_{12} \lambda_{30}^3.$$

Одновременно получаем уравнение и для малых отклонений в форме

$$\frac{dw_1(\varphi)}{d\varphi} + H_3 \lambda_{1\varphi} + H_4 \lambda_{3\varphi} + H_5 \beta = 0, \quad (30)$$

$$\text{где } H_3 = L_{110} + \Delta_{13} \lambda_{30};$$

$$H_4 = L_{130} + 2L_{10} \lambda_{30} + 3\Delta_{12} \lambda_{30}^2 + \Delta_{13} \lambda_{1\alpha};$$

$$H_5 = R \sin \alpha_0 + L_{110} \lambda_{1\beta} + L_{11\beta} \lambda_{1\alpha} + L_{130} \lambda_{3\beta} + L_{13\beta} \lambda_{30} + L_{1\beta} \lambda_{30}^2 - 2R \Delta_{11} \alpha_0 \lambda_{30} + \Delta_{13} \lambda_{1\alpha} \lambda_{3\beta} + \Delta_{13} \lambda_{30} \lambda_{1\beta}.$$

В силу непрерывности $d\lambda_3/d\mu$ при $\mu = 0$ также находим

$$-R \sin \alpha_0 + (L_{310} + \Delta_{33} \lambda_{30}) [\alpha_0 (r - R) + R \alpha_0^3 / 6] + L_{330} \lambda_{30} + L_{30} \lambda_{30}^2 + \Delta_{32} \lambda_{30}^3 = 0; \quad (31)$$

$$\beta = 1_5 \lambda_{3\varphi} + 1_6 \lambda_{1\varphi}, \quad (32)$$

$$\text{где } 1_5 = H_7/d_1; 1_6 = H_6/d_1; H_6 = L_{310} + \Delta_{33} \lambda_{30};$$

$$H_7 = L_{330} + 2L_{30} \lambda_{30} + 3\Delta_{32} \lambda_{30}^2 + \Delta_{33} \lambda_{1\alpha};$$

$$d_1 = -(-R \cos \alpha_0 + L_{310} \lambda_{1\beta} + L_{31\beta} \lambda_{1\alpha} + L_{330} \lambda_{3\beta} + L_{33\beta} \lambda_{30} + L_{3\beta} \lambda_{30}^2 - 2R \Delta_{31} \alpha_0 \lambda_{30} + \Delta_{33} \lambda_{1\alpha} \lambda_{3\beta} + \Delta_{33} \lambda_{30} \lambda_{1\beta}).$$

Уравнение (30) с помощью (32) легко привести к виду (5.13) [1]

$$w_1(\varphi) + l_1 \frac{d w_1(\varphi)}{d \varphi} = u_1(\varphi) - b \theta(\varphi) - l_2 \beta(\varphi) \quad (33)$$

При этом $l_1 = 1/H_8$, $l_2 = H_9/H_8$, $H_8 = H_3 - H_4 H_6/H_7$,

$$H_9 = H_5 + H_4 d_1/H_7.$$

Непосредственная подстановка (25) и (32) в уравнение (30) дает кинематическое соотношение

$$w_1(\varphi) + k_{17} \frac{d w_1(\varphi)}{d \varphi} = u_1(\varphi) - b \theta(\varphi) + k_{18} [b \psi(\varphi) + u_3(\varphi)]; \quad (34)$$

$$k_{17} = 1/(H_3 + H_5 l_6); \quad k_{18} = (H_4 + H_5 l_5)/(H_3 + H_5 l_6).$$

Проделав аналогичные преобразования, из непрерывности $d \lambda_3/d \mu$ при $\mu = 2 \alpha_0 + \beta + \beta_1$ также находим

$$\beta_1(\varphi) = -l_5 [b \psi(\varphi) + u_3(\varphi)] - l_6 [w_1(\varphi - 2 \alpha_0) - u_1(\varphi) + b \theta(\varphi)] \quad (35)$$

и соотношение, аналогичное (31).

Воспользуемся соотношением (5.10) в работе [1]. Тогда из непрерывности $d \lambda_2/d \mu$ при $\mu = 0$ и уравнений (7), (9) следует

$$w_2(\varphi) + k_{19} \frac{d w_2(\varphi)}{d \varphi} = u_2(\varphi) + k_{20} \theta(\varphi), \quad (36)$$

$$\text{где } k_{19} = 1/(\zeta_2^* R) = l_3; \quad k_{20} = r(\alpha_0 + k_{19}) = l_4.$$

Отметим, что уравнения (29) и (31) позволяют найти радиус качения в свободном режиме r и величину λ_{30} , связанную со статическим радиусом $z_{co} = R \cos \alpha_0 - \lambda_{30}$.

В соответствии с изложенным алгоритмом автором составлена и отлажена программа на ФОРТРАНе для ЭВМ "Минск-32" по определению параметров деформируемого колеса (объем порядка 600 карт).

Резюме. В работе учтена нелинейность дифференциальных уравнений, описывающих деформации за пределами области контакта, что позволило более точно определить кинематические коэффициенты, входящие в теорию качения.

Л и т е р а т у р а

1. Левин М.А. Определение реакций связей катящегося деформируемого колеса. – Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1977, № 6.

УДК 531.3

О.С. Баршай, М.А. Левин, канд. техн. наук

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГИБКОЙ НИТИ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СО ШКИВОМ

В работе рассматривается нестационарное движение гибкой нерастяжимой нити, контактирующей со шкивом. При этом периферия шкива (или нить) обладает сдвиговыми свойствами. В частном случае рассматривается и стационарное движение.

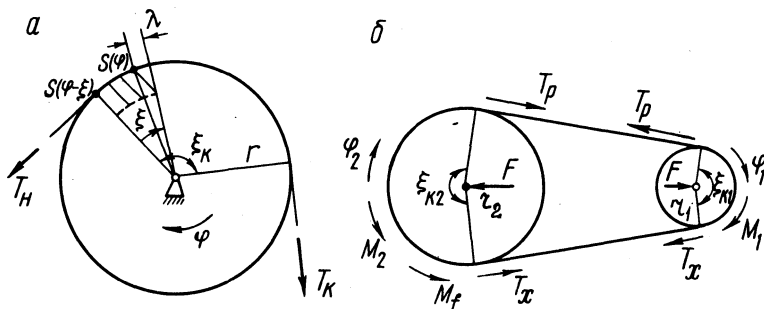


Рис. 1. Схемы контакта гибкой нити со шкивом (а) и передачи гибкой нитью (б).

Полученные результаты применимы в случаях, когда растяжимостью нити можно пренебречь, например, в передачах стальной лентой или кордшнуровым ремнем с кордом из стекловолокна по футерованным шкивам или в транспортных устройствах со стальным тяговым органом и футерованными барабанами. Передача гибкой нитью рассматривалась в [1] – [4]. В данной работе в рамках принятых допущений дается уточненное решение задачи, основывающееся на подходе, аналогичном предложенному в [5].