тавляющей скорости ввода способствует увеличению дальности полета частицы. К такому выводу также можно придти при тщательном анализе формул (12), (13) и (17)—(22).

Резюме. Получены аналитические выражения для проекций скоростей и уравнений движения частицы в свободной воздушной струе.

Произведена оценка результатов вычислений по этим формулам путем их сравнения с данными решения на ЭВМ "Минск-22М" точной системы дифференциальных уравнений движения частицы.

Литература

1. Невеличук В.В. и др. Опыт работы Минского карьероуправления по отсеву песка в карьере и некоторые результаты исследований процесса пневматической сепарации гравийно-песчаной смеси в установке конструкции института "Гипронеруд". — В сб.: Основные направления совершенствования технологии переработки нерудных строительных материалов. 1973. 2. Абрамович Г.Н. Турбулентные свободные струи жидкостей и газов. М.-Л., 1948. 3. Демидович Э.З. Численные методы анализа. М., 1962.

УДК 531.355+531.391.1

Н.И. Горбач, канд.техн.наук

К ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ ПРИ КВАДРАТИЧНОМ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Пусть тело переменной массы, представляющее собой тяжелую однородную нерастяжимую нить с некоторым наконечником постоянной массы, движется прямолинейно в вязкой среде, причем сама нить при движении соприкасается с шероховатой горизонтальной поверхностью. В этом случае масса тела будет изменяться за счет увеличения длины движущегося участка нити, а силами, действующими на него будут являться постоянная по модулю сила тяги P, сила сопротивления R среды, сила трения $F_т$ нити о шероховатую плоскость, силы тяжести G наконечника и γx участка нити, а также выталкивающая сила F и нормальная реакция N плоскости (рис. 1).

Силу сопротивления R будем считать пропорциональной квадрату скорости, т.е.

$$R = kv^2 , \tag{1}$$

где k – коэффициент сопротивления движению тела в вязкой среде.

Движущаяся масса тела

$$m = \frac{G+\gamma x}{g} . \tag{2}$$

Сила трения нити о плоскость

$$F_т = f\gamma x . \tag{3}$$

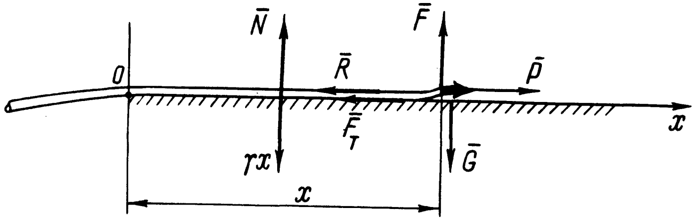

Рис. 1. К составлению дифференциального уравнения движения тела.

В формулах (2) и (3): γ – вес единицы длины нити; f – коэффициент трения скольжения; x – длина движущегося участка нити.

Пусть прямая, по которой движется тело, есть ось Ox с началом в точке, откуда началось движение. Будем считать, что движение начинается без начальной скорости. Тогда при $t = 0$, $x_0 = 0$ и $v_0 = 0$.

Дифференциальное уравнение движения тела переменной массы вдоль оси Ox

$$\frac{d}{dt}(mv) = P - R - F_т . \tag{4}$$

При вышеизложенных допущениях уравнение (4) примет вид:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Pg}{G+\gamma x} - \frac{\gamma+kg}{G+\gamma x} v^2 - \frac{f\gamma g}{G+\gamma x} . \tag{5}$$

Заменим $\frac{dv}{dt}$ выражением $\frac{vdv}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx}(v^2)$

и применим подстановку

$$v^2 = uz. \tag{6}$$

С учетом этого преобразуем (5)

$$\frac{1}{2}u\frac{dz}{dx} + \frac{1}{2}z\frac{du}{dx} + \frac{\gamma+kg}{G+\gamma x}uz + \frac{f\gamma g}{G+\gamma x} - \frac{Pg}{G+\gamma x} = 0. \tag{7}$$

Решение уравнения (7) при вышеприведенных начальных условиях движения позволяет получить соответственно выражения для и .

$$u = \frac{1}{(G+\gamma x)^{2(1+k\frac{g}{\gamma})}}. \tag{8}$$

$$z = \frac{g(P+fG)}{\gamma+kg}(G+\gamma x)^{2(1+k\frac{g}{\gamma})} - \frac{Pg}{\gamma+kg}G^{2(1+k\frac{g}{\gamma})} - \frac{2fg}{3\gamma+2kg}(G+\gamma x)^{(3+2k\frac{g}{\gamma})} - \frac{f\gamma g}{(\gamma+kg)(3\gamma+2kg)}G^{(3+2k\frac{g}{\gamma})}. \tag{9}$$

После подстановки в (6) (8) и (9) и соответствующих математических преобразований получим формулу для определения скорости движения тела в зависимости от пройденного расстояния

$$v = \sqrt{\frac{g}{(\gamma+kg)(3\gamma+2kg)}} \cdot \sqrt{(P+fG)(3\gamma+2kg) - 2f(\gamma+kg)(G+\gamma x) - \left[P(3\gamma+2kg)+f\gamma G\right] \times \left(\frac{G}{G+\gamma x}\right)^{2(1+k\frac{g}{\gamma})}}\,. \tag{10}$$

Если трением нити о плоскость пренебречь, т.е. считать, что нить находится в среде во взвешенном состоянии, то из (10) вытекает частное решение для случая только вязкого трения

$$v = \sqrt{\frac{Pg}{\gamma + kg}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{G}{G + \gamma x}\right)^{2(1 + k\frac{g}{\gamma})}} \, . \qquad (11)$$

Для последнего случая определим значение x, при котором тело приобретает максимальную скорость движения, т.е. движение тела будет установившимся. Так как в этом случае $\frac{dv}{dt} = 0$, то из уравнения (5) при $f = 0$ имеем

$$v_{max} = \sqrt{\frac{Pg}{\gamma + kg}} \, . \qquad (12)$$

Подставив (12) в (11) получим, что максимальная скорость движения будет при $x = \infty$. Однако на самом деле при движении в сопротивляющейся среде тело достигает максимальной скорости гораздо быстрее. Определим на каком расстоянии от начала координат движение тела можно считать установившимся с весьма малой относительной ошибкой

$$\mu = \frac{v_{max} - v}{v_{max}} \, . \qquad (13)$$

Подставив в (13) $v = v_{max}(1 - \mu)$, найдем после преобразований

$$x = \frac{G}{\gamma}\left[(2\mu - \mu^2)^{-\frac{0{,}5\gamma}{\gamma + kg}} - 1\right] . \qquad (14)$$

Пусть $\mu = 0{,}01$, т.е. скорость движения будет составлять от максимальной 99%.

Тогда

$$x = \frac{G}{\gamma}\left(10^{\frac{\gamma}{\gamma + kg}} \cdot 1{,}99^{-\frac{0{,}5\gamma}{\gamma + kg}} - 1\right) . \qquad (15)$$

Из формул (14) и (15) следует, что расстояние, на котором тело приобретает максимальную скорость движения, зависит от коэффициента сопротивления, веса наконечника и веса единицы длины нити.

Результаты, полученные при решении данной задачи, будут иметь некоторое значение для изучения движения гидравлической реактивной головки,используемой для очистки от ила внутренней поверхности труб, по которым транспортируются различного рода суспензии на химических комбинатах, в торфяной промышленности (трубчатые переездные мосты), в городских системах канализации и т.п.

Резюме. Получены аналитические выражения скорости движения тела переменной массы в сопротивляющейся среде при квадратичном законе сопротивления и формула для определения длины участка неустановившегося движения.

УДК 532.135

Т. Бречко, канд.техн.наук

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ В ПЕРЕМЕННОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ НА ПОЛЕ СКОРОСТЕЙ В МАСЛЯНОЙ ПЛЕНКЕ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ

Влияние переменного коэффициента вязкости на поле скоростей в масляной пленке подшипника исследовалось путем сравнения слагаемых поля скоростей, полученных из уравнений [1]

$$\tilde{u}_1 = \tilde{H}^2\tilde{P}_{,1}x_2(x_2-1)/12\tilde{\eta}+(1-\tilde{x}_2);$$

$$\tilde{u}_3 = (D/L)\tilde{H}^2\tilde{P}_{,3}\tilde{x}_2(\tilde{x}_2-1)/12\tilde{\eta}, \qquad (1)$$

со слагаемыми поля, которые удовлетворяют уравнениям [1]

$$\tilde{\eta}\tilde{u}_{1,22}+\tilde{\eta}_{,2}\tilde{u}_{1,2}=\tilde{H}^2\tilde{P}_{,1};$$

$$\tilde{\eta}\tilde{u}_{3,22}+\tilde{\eta}_{,2}\tilde{u}_{3,2}=(D/L)\tilde{H}^2\tilde{P}_{,3};$$

$$\mathrm{Pe}\tilde{H}^2(\tilde{u}_1\tilde{T}_{,1}+(D/L)\tilde{u}_3\tilde{T}_{,3})=\tilde{T}_{,22}/\Psi +$$
$$+\mathrm{Pe}\,\tilde{\eta}\,((\tilde{u}_{1,2})^2+(\tilde{u}_{3,2})^2). \qquad (2)$$