После подстановки постоянных интегрирования

$$\phi_{(\varphi)} = -\frac{D'_{(o)}}{\varepsilon}\sin\varepsilon\varphi + D_{(\varphi)}. \qquad (16)$$

Решив совместно состношения (10), (11) и (16) получим окончательные выражения для p и τ

$$p = \left(D_{(\varphi)} - \frac{D_{(o)}}{\varepsilon}\sin\varepsilon\varphi\right)(R-r) + P_{o(\varphi)}; \qquad (17)$$

$$\tau = -\lambda\left(D'_{(o)}\cos\varepsilon\varphi + D'_{(\varphi)}\right)\left(\frac{R}{2} - \frac{r}{3}\right) + P'_{o(\varphi)}\frac{\lambda}{2}. \qquad (18)$$

Предположив, что при некотором значении $r = l$ и $\varphi = \alpha$ соблюдается равенство (5) и подставив в него выражение для p и τ, можно определить радиус l образования свода в бункере.

При проектировании размеры и форму бункера необходимо выбирать такими, чтобы $l \geq R$, что позволяет исключить возможность образования свода в нижней части бункера. В его верхней части свод практически не образуется, так как расстояние между вертикальными стенками достаточно велико (три и более метра).

Резюме. Результаты совместного решения уравнений (10), (11) и (16) позволяют судить о наличии свода в выбранной конструкции бункера.

Литература

1. Зенков Р. Л. Механика насыпных грунтов. М., 1964. 2. Лурье З. С. Бункерные устройства углеобогатительных и брикетных фабрик. М., 1972. 3. Опейко Ф. А. Торфяные машины. Минск, 1968.

УДК 539.215+622.331

В. И. Безмен, канд. техн. наук

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СВОДООБРАЗОВАНИЙ В БУНКЕРАХ

В производственных условиях для хранения сыпучих материалов используются бункеры с небольшим углом α (до 20^o) наклона боковых стенок. Это позволяет с достаточной для практики точностью принять, что давление p в рассматриваемой точке незначительно изменяется в зависимости от угла φ, образованного радиус-вектором, который проведен к этой точке, и вертикальной осью, т. е. $\frac{\partial p}{\partial \varphi} \approx 0$.

Тогда дифференциальные уравнения плоского равновесия в полярной системе координат можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2\tau}{r} = 0; \tag{1}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{r \partial \varphi} - (1-\lambda)\frac{p}{r} = \gamma, \tag{2}$$

где λ – коэффициент бокового распора.

Выразив из уравнения (1) τ и подставив его значения в уравнение (2), получим

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{F'_{(\varphi)}}{r^3} - \frac{(1-\lambda)p}{r} = \gamma, \tag{3}$$

где $F_{(\varphi)}$ – произвольная функция, зависящая от φ. Примем

$$1-\lambda = \beta, \qquad 0 < \beta < 1.$$

Проинтегрируем уравнение (3)

$$\frac{\partial p}{\partial r} + \beta\frac{p}{r} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial p}{p} = -\beta\frac{\partial r}{r},$$

Тогда $\ln p = -\beta \ln r + \ln C_1$.

После потенцирования получим

$$p = \frac{C}{r^\beta}. \tag{4}$$

В дальнейшем C будем рассматривать как переменную величину, зависящую от r:

$$p = \frac{C_{(r)}}{r^\beta}; \qquad \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{C'_{(r)} r^\beta - \beta r^{\beta-1} C_{(r)}}{r^{2\beta}}.$$

Подставив выражение для p в (3), получим

$$-\frac{C'_{(r)} r^\beta + \beta r^{\beta-1} C_{(r)}}{r^{2\beta}} - \frac{\beta C_{(r)}}{r^{\beta+1}} = \gamma - \frac{F'_{(\varphi)}}{r^3} \tag{5}$$

или

$$-\frac{C'_{(r)}}{r^\beta} = \gamma - \frac{F'_{(\varphi)}}{r^3}.$$

Выразив из (4) $C'_{(r)}$ и проинтегрировав, получим

$$C_{(r)} = \gamma \frac{r^{\beta+1}}{\beta+1} + F'_{(\varphi)} \frac{r^{\beta-2}}{\beta-2} + D_{(\varphi)}.$$

Псле подстановки выражения для $C_{(r)}$ в (4)

$$p_{(r,\varphi)} = -\left(\frac{\gamma r}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)r^2}\right) + \frac{D_{(\varphi)}}{r^\beta}. \qquad (6)$$

Произвольную функцию $D_{(\varphi)}$ найдем из условия, что при $r = R$ $p = P_{o(\varphi_o)}$, (R – радиус входного отверстия нижней части бункера)

$$P_{o(\varphi)} = -\left(\frac{\gamma R}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R^2}\right) + \frac{D_{(\varphi)}}{R^\beta},$$

откуда

$$D_{(\varphi)} = R^\beta\left(P_{o(\varphi)} + \frac{\gamma R}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R^2}\right).$$

Подставив $D_{(\varphi)}$ в(6), получим

$$P_{(r,\varphi)} = \frac{R^\beta}{r^\beta}\left(P_{o(\varphi)} + \frac{\gamma R}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R^2}\right) - \left(\frac{\gamma r}{\beta+1} - \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)r^2}\right).$$

Допустим, что при некотором значении $r = l$, соблюдается условие предельного равновесия, т. е. $\tau = \tau_o + fp$.

Тогда имеем

$$\frac{F_{(\varphi)}}{l^2} = \tau_o + f\left(\frac{R^\beta}{l^\beta}\left(P_{o(\varphi)} + \frac{\gamma R}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R^2}\right) - \left(\frac{\gamma l}{\beta+1} + \frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)l^2}\right)\right).$$

Получено дифференциальное уравнение относительно $F_{(\varphi)}$

$$F'_{(\varphi)}\left(\frac{f}{(2-\beta)l^2}-\frac{fR^{\beta-2}}{l^{\beta}(2-\beta)}\right)-\frac{F_{(\varphi)}}{l^2}=$$

$$=\frac{\gamma lf}{\beta+1}-\tau_o-\frac{fR^{\beta+1}\gamma}{l^{\beta}(\beta+1)}-\frac{fR^{\beta}}{l^{\beta}}P_{o(\varphi)}. \qquad (7)$$

После интегрирования уравнения (7) постоянную интегрирования при симметричной нагрузке $P_{o(\varphi)}$ найдем из условия $F_{(0)}=0$ (при $\varphi=0, \tau=0$). При $r=R_1$ можно принять $p_{(R,\varphi)}\cong 0$, где R_1 – радиус выходного отверстия нижней части бункера.

Тогда

$$0=\frac{R^{\beta}}{R_1^{\beta}}\left(P_{o(\varphi)}+\frac{\gamma R}{\beta+1}+\frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R^2}\right)-\left(\gamma\frac{R_1}{\beta+1}+\right.$$

$$\left.+\frac{F'_{(\varphi)}}{(\beta-2)R_1^2}\right). \qquad (8)$$

Решив совместно (7) и (8), получим уравнение третьего порядка относительно l

$$\frac{\gamma f}{\beta+1}l^3-\tau_o l^2+\left(f\gamma HR^{\beta}-\frac{f\gamma R^{\beta+1}}{\beta+1}\right)l^{2-\beta}=$$

$$=\frac{(\gamma R_1^{\beta+1}+\gamma HR^{\beta}(\beta+1)-\gamma R^{\beta+1})f}{(\beta+1)(R_1^{\beta-2}-R^{\beta-2})}(1-R^{\beta-2}l^{2-\beta}), \qquad (9)$$

где H – толщина слоя сыпучего материала, расположенного в верхней части бункера с вертикальными стенками. Уравнение (9) решается численным методом последовательных приближений для каждого конкретного случая. Его удобно решать на электронно-вычислительной машине.

Используя аналитическую зависимость (9) радиуса l образования свода от конструктивных параметров бункера и физико-механических свойств сыпучего материала представляется возможность выбора не только необходимого размера выпускного отверстия, но и конструкции бункера в целом, которая обеспечит равномерное истечение материала с заданными физико-механическими свойствами.

Р е з ю м е. Использование зависимости (9) позволяет свести расчеты сводообразований в бункерах до практического и инженерного применения.

УДК 621.928.6

Н. И. Г о р б а ч, канд. техн.наук,
В. В. Н е в е л и ч у к

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В СВОБОДНОЙ ВОЗДУШНОЙ СТРУЕ

Одной из технологических операций производства гравия и гравийного щебня является разделение (сепарация) песчано-гравийной смеси на фракции размером до 5 мм – песок и более крупные фракции – гравий и щебень. В последнее время для этих целей применяются самоходные обогатительные установки, которые позволяют производить отсев песка непосредственно в карьере путем сепарации песчано-гравийной смеси в свободной воздушной струе [1].

С целью обоснования параметров сепарационной камеры установки, установления зоны сепарации и влияния на эффективность сепарации аэродинамических характеристик сепарируемого материала, скорости и толщины воздушного потока, а также угла встречи материала с воздушным потоком требуется проведение как экспериментальных, так и теоретических исследований.

В упрощенной модели теоретические исследования можно свести к определению траекторий и дальности полета частиц разного размера под воздействием воздушного потока, в котором на частицу действуют сила тяжести G и сила аэродинамического давления F_a воздуха.

Направление вектора силы $\bar{F}_a$ противоположно направлению вектора относительной скорости $\bar{v}_r$ движения частицы по отношению к воздушному потоку, а ее модуль определяется формулой

$$F_a = \psi S \frac{\rho v_r^2}{2}, \tag{1}$$