Поле скоростей в случае квазистационарного течения от вида функции релаксации не зависит.

Резюме. Показано, что решение квазистационарной задачи течения вязко-упругой среды наследственного типа, в которой возможно разделение переменных, может быть получено из решения соответствующей задачи динамики вязкой жидкости с помощью интеграла свертки. Приводится решение для случая квазистационарного течения между вращающимися дисками.

Литература

1. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М., 1974. 2. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М., 1975.

УДК 532.135.001.5

М.П. Козеев

ДВИЖЕНИЕ ПЛАСТИНЫ БОЛЬШИХ РАЗМЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ

Экспериментальное и теоретическое исследование вязко-пластичных материалов имеет большое практическое значение [1]. В настоящее время установлено, что вязко-пластичными свойствами обладают торфяная масса, глина строительная, консистентная смазка ЦИАТИМ-201, краски, различные белки, жиры и другие многочисленные продукты пищевой промышленности, почвы, клеи, смолы, растворы каучука, желатины и крахмалы, цементные и известковые растворы, расплавленные силикаты, разные волокнистые материалы (шелк, шерсть, искусственное волокно и т.д.), многие полимерные материалы, нефтепродукты и др. [1,2]. Этим и объясняется внимание, которое уделяется вопросу изучения реологических свойств различных материалов многими отечественными и зарубежными учеными [3].

В настоящей работе рассмотрено решение задачи движения пластины больших размеров по поверхности вязко-пластичной жидкости.

Допустим, что по поверхности горизонтального слоя вязко-пластичной жидкости движется пластина больших размеров. Будем полагать, что давление постоянно. Физически для пластинки больших размеров такое движение вполне может быть реализовано.

Практически, при нанесении тонкого слоя краски или строительных вязко-пластичных материалов на какую-нибудь поверхность сдвиговая деформация происходит как в рассматриваемой задаче.

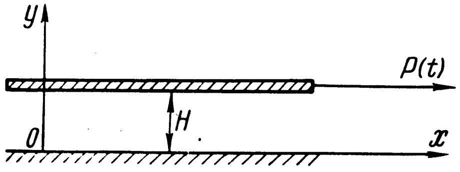

Рис. 1. Движение пластины больших размеров по поверхности вязкопластичной жидкости.

Допустим, что к пластине приложена сила $\vec{P}$ (рис. 1), зависящая от времени $\vec{P}(t)$. Разделив силу $P(t)$ на площадь пластинки F, получим касательное напряжение как функцию времени

$$\frac{P(t)}{F} = P_{xy}(t). \tag{1}$$

В этом случае является естественным предположение о том, что $v_y = 0$; $v_x = f(y,t)$.

Тогда получим дифференциальное уравнение вида

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t}, \tag{2}$$

где μ – коэффициент пластической вязкости; ρ_0 – плотность.

Это уравнение теплопроводности вида

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \cdot a^2 = \frac{\partial v_x}{\partial t}, \tag{3}$$

где

$$a^2 = \frac{\mu}{\rho_0}.$$

Для решения этого уравнения необходимо учитывать граничные и начальные условия.

Внешними граничными условиями будут условия при соприкосновении с твердой стенкой. Считаем, что вязко-пластичная жидкость прилипает к твердой стенке. Внутренние граничные условия определяются тем, что вязко-пластичная жидкость течет в области, где касательные напряжения преодолели предельное напряжение сдвига. Будем полагать, что функция $p_{xy}(t)$ на поверхности слоя жидкости дана в виде

$$p_{xy}(t) = \tau_o + \sum_{k=1}^{n} \alpha_k e^{\lambda_k t}, \qquad (4)$$

где τ_o – предельное напряжение сдвига; α_k, λ_k – неопределенные коэффициенты.

Наличие τ_o в правой части уравнения (4) свидетельствует о том, что если приложенное напряжение p_{xy} по модулю будет меньше τ_o, то сдвиговой деформации в слое не может быть.

Решение уравнения (3) представляется в виде

$$v_x = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\beta_k^2 t} \left[C_{1k} \, sh(\frac{\beta_k}{a}) + C_{2k} \, ch(\frac{\beta_k}{a}) y. \qquad (5)$$

Допустим, что система прилипает к нижнему основанию, т.е. при $y=0$ $v_x(0,t)=0$.

Тогда $C_{2k} = 0$ и $v_x = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\beta_k^2 t} C_{1k} \, sh(\frac{\beta_k}{a}) y. \qquad (6)$

Дифференцируем уравнение (6) по y

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \sum_{k=0}^{\infty} e^{\beta_k^2 t} \cdot \frac{\beta_k}{a} C_{1k} \, ch(\frac{\beta_k}{a}) y. \qquad (7)$$

Подставляем это равенство в реологическое уравнение вязко-пластичной жидкости

$$p_{xy}(y_o t) = \tau_o + \mu \sum_{k=0}^{\infty} e^{\beta_k^2 t} \cdot \frac{\beta_k}{a} C_{1k} \, ch(\frac{\beta_k}{a}) y. \qquad (8)$$

При $y=H$ (на поверхности слоя)

$$p_{xy}(H,t) = \tau_o + \sum_{k=1}^{n} \alpha_k e^{\lambda_k t}. \qquad (9)$$

Отсюда получаем

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha_k e^{\lambda_k t} = \mu \sum_{k=1}^{n} e^{\beta_k^2 t} \frac{\beta_k}{a} C_{1k} \, ch(\frac{\beta_k}{a}) H. \qquad (10)$$

Из равенства (10) получаем $\beta_к = \sqrt{\lambda_к}$ и

$$\mu \frac{\sqrt{\lambda_к}}{a} C_{1к} \, ch\left(\frac{\sqrt{\lambda_к}}{a}\right) H = \alpha_к . \tag{11}$$

Отсюда находим $C_{1к}$

$$C_{1к} = \frac{\alpha_к \cdot a}{\mu \sqrt{\lambda_к} \, ch \frac{\sqrt{\lambda_к}}{a} \cdot H} . \tag{12}$$

Подставив найденное значение $C_{1к}$ в уравнение (8), найдем выражение касательного напряжения $p_{xy}(y,t)$.

Следует отметить, что для обеспечения достаточной адгезии (при нанесении краски или каких-нибудь строительных вязко-пластичных материалов на поверхность) напряжение p_{xy} не должно превышать определенной величины.

Регулируя прилагаемое усилие $P(t)$ можно добиться нужного условия технологического процесса.

Резюме. Полученное решение может быть использовано в краско-делательной промышленности и производстве строительных материалов при нанесении тонкого слоя краски, цементного раствора и других вязко-пластичных строительных материалов.

Полученным решением можно воспользоваться для определения касательного напряжения, условий адгезии материалов, усилий, вызывающих перемещение пластины, что будет способствовать выбору оптимального технологического процесса.

Литература

1. Козеев М.П. Градиентное движение некоторых вязко-пластичных дисперсных систем в круглых цилиндрических насадках. – В сб.: Теоретическая и прикладная механика, вып. 3. Минск, 1976. 2. Ким А.Х., Козеев М.П. Исследование градиентного движения вязко-пластичного торфа в круглых цилиндрических насадках. – В сб.: Теоретическая и прикладная механика (тематический сборник Белорусского политехнического института). Минск, 1973. 3. Козеев М.П., Ким А.Х. Круговое движение двухслойной вязко-пластичной системы в области между двумя круглыми коаксильными поверхностями. – "Изв. АН БССР", сер. физ.-энергетических наук, № 3, Минск, 1971.