### Технология, оборудование, САПР и экология литейного производства

The three-dimensional numerical model for calculation of thermal fields during solidification of continuously casted bronze casting is developed. Coefficients of heat transfer on borders of calculation areas on the basis of the solution of inverse heat transfer conduction problem are determined. The analysis of thermal fields, depending on loop variables of drawing and the sizes of not cooled zone of crystallizer is carried out.

Е. И. МАРУКОВИЧ, А. М. БРАНОВИЦКИЙ, Ю. А. ЛЕБЕДИНСКИЙ, В. А. ДЕМЕНТЬЕВ, ИТМ НАН Беларуси

УДК 621.791: 658.562

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ НЕПРЕРЫВНОЛИТОЙ БРОНЗОВОЙ ОТЛИВКИ

#### Введение

В настоящее время актуальна разработка технологии непрерывного литья бронзовых заготовок для производства многих видов изделий, например для заготовок электродов для электрошлакового переплава [3]. В данных условиях целесообразно использовать численное моделирование для разработки технологии. Такой подход позволяет ускорить процесс разработки технологии и экономить средства на проведение дорогостоящих экспериментов.

#### Математическая модель и граничные условия

Одним из основных явлений, оказывающих влияние на процесс затвердевания отливки, является теплоперенос. Теплоперенос в системе «отливка – кристаллизатор – вода» при непрерывном горизонтальном литье описывается уравнением:

$$c\rho\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (1)$$

где T – температура; c – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $\lambda$  – теплопроводность;  $\tau$  – время.

Оси координаты *ОХ*, *ОУ* и *ОZ* направлены соответственно по ширине, высоте и длине кристаллизатора (рис. 1).

Граничные условия на границе между отливкой и графитовыми пластинами имеют вид

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = -\alpha (T_2 - T_1), \qquad (2)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – соответственно температура поверхности отливки и графитовой вставки кристаллизатора.

Для границ «отливка – нижняя графитовая пластина» и «графит-вода» коэффициент теплоотдачи α принимали постоянным [1]. На границе «отливка – верхняя графитовая пластина» ввиду образования зазора при затвердевании отливки коэффициент  $\alpha$  изменяется с координатой *z*. Приняли, что до координаты  $z = z_0$  коэффициент теплоотдачи равен постоянному значению  $\alpha^0$ , а далее уменьшается до значения  $\alpha^0 - \alpha^1$  по линейному закону:

$$\begin{cases} \alpha = \alpha^{0}, \ 0 \le z \le z_{0}, \\ \alpha = \alpha^{0} - \left(\frac{z - z_{0}}{l}\right) \alpha^{1}, \ z_{0} \le z \le z_{0} + l, \end{cases}$$
(3)

где *l* – протяженность зазора.

Ввиду симметрии задачи по оси *OX* принимали в качестве расчетной области половину области «отливка – кристаллизатор». На боковых границах «отливка–графит» и «графит–воздух» принимали условия (2) с постоянными коэффициентами теплоотдачи. Значения коэффициентов теплоотдачи α находили из решения обратной задачи тепло-



Рис. 1. Схема процесса непрерывного горизонтального литья: *I*-металлоприемник; *2*-жидкий металл; *3*-начальная корка; *4*-графитовая вставка; *5*-стальной корпус кристаллизатора; *6*- вода; *7*- зазор между отливкой и графитовой вставкой; *8*- отливка; *I*- неохлаждаемая зона кристаллизатора; *II*охлаждаемая зона; *III*- зона вторичного охлаждения

проводности по экспериментально измеренным температурам в графитовом кристаллизаторе.

Приближенное решение уравнения (1) находили с помощью метода конечных разностей. Для трехмерной задачи прямое решение дискретизированного аналога представляет существенные трудности ввиду большого размера матрицы полученной системы. Поэтому был использован локальноодномерный метод [2], позволяющий свести дискретную задачу к набору «одномерных» задач. Использована его симметризованная версия с неявной схемой решения одномерных задач. Решение полученных систем уравнений осуществляли методом прогонки.

#### Определение коэффициентов теплоотдачи на границах расчетных областей

Коэффициенты теплоотдачи на границах расчетных областей определяли на основе экспериментальных температурных данных графитовой втулки кристаллизатора [3]. Исследовали процесс литья бронзовой заготовки толщиной 10 мм и шириной 54 мм. Длина графитовой втулки кристаллизатора – 212 мм, толщина стенки – 22,5 мм. Задачу определения коэффициентов теплоотдачи решали методом [4] без стабилизирующей добавки к минимизируемому функционалу. Термопары размещали в трех сечениях z = const графитовой втулки кристаллизатора: вблизи границы зон I и II, в центре зоны II и вблизи выхода из кристаллизатора. При этом ввиду малого влияния на поле температуры в данном сечении коэффициентов теплоотдачи в последующих сечениях по ходу отливки использовали допущение о последовательном определении коэффициентов теплоотдачи в сечениях, начиная с сечения, ближайшего к зоне І.

Метод нахождения значений коэффициентов теплоотдачи основан на минимизации функционала среднеквадратической ошибки между измеренными *T<sup>m</sup>* и рассчитанными *T<sup>c</sup>* температурами:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_T^2} \Big[ T_i^m - T_i^c(\vec{\alpha}) \Big]^2,$$
(4)

где N – число термопар в одном сечении;  $\sigma_T$  – стандартное отклонение, определяющее типичную случайную ошибку измерения с помощью термопары. В общем случае функционал (4) должен учитывать также суммирование по разным моментам времени измерения. Однако в проведенном эксперименте расстояние между отливкой и термопарами достаточно велико, что приводит практически к постоянному значению температуры за время цикла.

Для случая трехмерной прямой задачи такой итерационный расчет требует значительного вычислительного времени даже при шести установленных термопарах в каждом сечении. Поэтому был использован ряд приемов для ускорения расчетов.

1. При вычислении коэффициентов чувствительности начальное температурное поле в кристаллизаторе считали равным полю в установившемся режиме литья на предыдущей итерации. Это позволяет значительно уменьшить время расчета до наступления нового установившегося режима литья.

2. При решении прямой задачи часть прогонок по некоторым координатам не проводилась ввиду их слабого влияния на температуру в точках измерения.

3. Часть коэффициентов чувствительности, имеющих заведомо малые значения, заранее полагали равными нулю.

При решении обратной задачи были найдены следующие коэффициенты теплоотдачи на границах расчетных сред: между отливкой и нижней графитовой пластиной – 5000 Вт/(м<sup>2</sup>·К); между отливкой и верхней графитовой пластиной вблизи начала охлаждаемой зоны – 5000 Вт/(м<sup>2</sup>·К); фиктивная граница между графитом и водой – 2500 Вт/(м<sup>2</sup>·К); между верхней графитовой пластиной и отливкой на выходе кристаллизатора – 1500 Вт/(м<sup>2</sup>·К). Расстояние от начала кристаллизатора, при котором начинает образовываться зазор между отливкой и верхней графитовой пластиной, принимали равным  $z_0 = 60$  мм. Перегрев расплава – 100 °С. Время движения в цикле вытягивания отливки принимали пренебрежимо малым по сравнению со временем остановки.

## Численное моделирование теплопереноса при затвердевании бронзовой напрерывнолитой отливки

Для проведения расчетов в качестве теплофизических параметров отливки использовали данные фосфористой бронзы БрОФ10–1, которая имеет достаточно сложную фазовую диаграмму с возможным образованием различных фаз в виде интерметаллических соединений [6].

Для оценки основных характеристик теплопереноса использовали следующие допущения: выше температуры ликвидуса, равной приближенно 1217 К, имеется только жидкий расплав, а при температуре солидуса, равной 1071 К, имеется только твердая α-фаза. При этом принимали, что эффективная теплоемкость за счет тепловыделения при фазовых переходах равномерно распределена в этом интервале. Общее значение тепловыделения при затвердевании принимали равным 174 кДж/(кг·К), плотность бронзы – равной 8700 кг/м<sup>3</sup> и неизменной при охлаждении. Значения теплопроводности



бронзы при различной температуре брали на основе литературных данных [5].

Моделировали трехмерное распределение температуры в отливке и графитовом кристаллизаторе. Результаты расчетов показывают, что при изменении шага вытяжки от 10 до 50 мм при одинаковой скорости вытяжки распределение температурного поля в установившемся режиме литья носит одинаковый характер. Значительно большие отличия наблюдаются при изменении скорости вытяжки (рис. 2). При уменьшении скорости литья менее 0,45 м/мин затвердевание отливки начинается в неохлаждаемой зоне кристаллизатора, возможно перемерзание питающего канала и прекращение процесса литья. При скорости литья выше 1,1 м/мин лунка отливки выходит за пределы охлаждаемой зоны кристаллизатора и возможно проплавление стенки формирующейся отливки. На основании расчетных данных можно сделать вывод, что для стабильного процесса литья с точки зрения теплопереноса скорость вытяжки должна составлять 0,6-0,9 м/мин.

Исследовали распределение температурного поля в зависимости от протяженности охлаждаемой зоны кристаллизатора (зоны *II*). Длину охлаждаемой зоны варьировали от 140 до 200 мм. Расчеты показали, что распределение температурного поля вблизи лунки отливки носит одинаковый характер, что позволяет сделать вывод о малом значении теплового потока в осевом направлении кристаллизатора вблизи его выхода. Распределение температуры нижней и верхней поверхностей огливки в центральном по оси *OX* сечении приве-



Рис. 2. Изотермы системы кристаллизатор-отливка при различных скоростях вытяжки: a – скорость литья 0,9 м/мин;  $\delta$  – 0,6 м/мин; e – 0,45 м/мин

дено на рис. 3. При уменьшении длины охлаждаемой зоны кристаллизатора до 140 мм наблюдается существенное повышение температуры отливки вблизи выхода из кристаллизатора.

При увеличении перегрева расплава от 50 до 150 градусов наблюдается небольшое повышение температуры поверхности (на 30-40 градусов). При этом значительно возрастает тепловой поток от отливки в средней зоне кристаллизатора (рис. 4).



Рис. 3. Распределение температурного поля на поверхности отливки (по нормали к поверхности) в центральном вертикальном сечении при скорости литья 0,6 м/мин: *1* – длина охлаждаемой зоны 140; *2* – 170; *3* – 200 мм (сплошная линия – низ отливки; прерывистая – верх)



Рис. 4. Распределение теплового потока на поверхности отливки для различных значений перегрева расплава: *1* – перегрев 50; *2* – 100; *3* – 150 градусов (сплошная линия – низ отливки; прерывистая – верх)



Рис. 5. Изотермы в поперечных сечениях отливки: расстояние от начала кристаллизатора (*a* - 75; *б* - 118; *в* - 209 мм)

Пространственное распределение изотерм и динамика роста корки в сечениях отливки, перпендикулярных оси кристаллизатора, показано на рис. 5, 6. Температура отливки минимальна вблизи угловых зон отливки. При этом имеется существенное отличие температуры на краях данного сечения (слева и справа) от центральной зоны – температура на краю может быть до 200 градусов меньше, чем в центре (см. рис. 5). Таким образом, анализ только одного центрального по координате X сечения недостаточен для корректного описания процесса затвердевания непрерывнолитой отливки с существенной разницей высоты и ширины.

Соответственно и динамика роста корки при охлаждении отливки с такой геометрией значительно зависит от рассматриваемого сечения (рис. 6). Рост корки в центральном сечении по Y значительно опережает как во времени, так и по размеру



Рис. 6. Динамика роста корки в сечении по Z при скорости вытяжки 0,6 м/мин: 1 – край; 2 – низ; 3 – верх отливки

рост в центральном сечении по X. Конечно, последнее сечение имеет минимально возможную толщину корки, однако наличие достаточно большой зоны затвердевшего металла по краям отливки может играть большую роль в оценке тепловых и механических параметров затвердевающей отливки.

#### Выводы

Разработана трехмерная численная модель для расчета тепловых полей в процессе затвердевания непрерывнолитой бронзовой отливки. Создана программа, позволяющая моделировать теплоперенос при непрерывном горизонтальном литье для широкого спектра бронзовых сплавов, конструктивных и режимных параметров процесса литья. Исследован теплоперенос в процессе непрерывного литья медных сплавов в графитовый кристаллизатор на примере бронзы БрОФ10-1. Определены коэффициенты теплоотдачи на границах расчетных сред на основе решения обратной задачи теплопереноса. Проведен анализ тепловых полей в зависимости от параметров цикла вытяжки и размеров неохлаждаемой зоны кристаллизатора. Показано, что распределение температуры и динамика роста корки в поперечных сечениях отливки имеют существенные различия. Так температура поверхности отливки на краю может быть до 200 градусов меньше, чем в центре. Установлено, что для стабильного процесса литья с точки зрения теплопереноса скорость вытяжки должна составлять 0,6-0,9 м/мин.

#### Литература

1. Есьман Р.И., Жмакин Н.П., Шуе Л.И. Расчеты процессов литья. Мн.: Выш. шк., 1977.

2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972.

3. Станюленис Ю. Л., Сазоненко И. О., Чудаков С. Р., Брановицкий А. М. Разработка ресурсосберегающей технологии непрерывнолитых заготовок электродов // Литье и металлургия. 2008. № 3. С. 220–224.

4. R a p p a z M., D e s b i o l l e s J.-L., D r e z e t J. M. et al. Application of Inverse Methods to the Estimation of Boundary Conditions and Properties // Modelling of Casting. Welding and Advanced Solidification Processes VII, London 10–15.09.1995.

5. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1968.

6. Диаграммы состояния двойных металлических систем: Справ.: В 3-х т.: Т. 2 / Под общ. ред. Н. П. Лякишева. М.: Машиностроение, 1997.